

# 水下尾流相干探测的理论实验研究

张帆<sup>1,2</sup> 王运鹰<sup>3</sup> 姚金任<sup>1</sup> 李桂娟<sup>3</sup> 郭媛媛<sup>3</sup> 张宇<sup>1</sup>

<sup>1</sup>哈尔滨工业大学物理系, 黑龙江 哈尔滨 150001

<sup>2</sup>北京大学物理学院现代光学研究所, 北京 100871

<sup>3</sup>水下测控技术重点实验室, 辽宁 大连 116013

**摘要** 研究水下舰船尾流形成初期相干光探测干涉图像的特性及不同水体条件下干涉图像的变化情况, 仿真不同退偏情况下的干涉图像。基于 Monte Carlo 方法建立了气泡群散射的仿真模型, 分析气泡群多重散射的强度特性并模拟前向及后向接收屏的光强分布情况。搭建马赫-曾德尔干涉光路进行水下舰船尾流气泡的相干探测实验, 验证了理论和模拟的准确性。结果表明, 设计的光路可以测量该实验条件下尾流前向散射光的干涉图, 不同水环境下干涉图的光强和对比度具有很大的差异, 可以通过对干涉图的处理来进行水环境的区分。利用干涉法进行尾流区域判断, 为尾流区域的探测提供了一个新的思路。

**关键词** 相干光学; 相干探测; Monte Carlo 方法; 尾流

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201542.0608006

## Theoretical and Experimental Study of Underwater Ship Wakes Based on Coherent Detection

Zhang Fan<sup>1,2</sup> Wang Yuning<sup>3</sup> Yao Jinren<sup>1</sup> Li Guijuan<sup>3</sup> Guo Yuanyuan<sup>3</sup> Zhang Yu<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China

<sup>2</sup>Institute of Modern Optics, School of Physics, Peking University, Beijing 100871, China

<sup>3</sup>Science and Technology on Underwater Test and Control Laboratory, Dalian, Liaoning 116013, China

**Abstract** The characteristics of underwater ship wake bubbles and interference images under different water conditions by laser with high degree of coherence are studied, and the coherent figures with different depolarization angles are simulated. The simulation model of laser scattering detection by ship wake bubble clusters is based on Monte Carlo method. By the simulation, the intensity of multiple scattering is studied and the distributions of intensity received by forward and backward screens are also given. The Mach-Zehnder experimental platform is set up to detect underwater ship wake bubbles with coherent method in order to verify the veracity of theory and simulation. The results show that it is available to acquire useful forward-scattering information through coherent images. There are great differences among different water conditional coherent images which can be used to distinguish different kinds of water conditions, and further, different sorts of ship wakes. The research offers a new method to judge ship wakes and provides a new idea about ship wake zone detection.

**Key words** coherence optics; coherent detection; Monte Carlo; ship wakes

**OCIS codes** 030.1640; 290.4020; 290.4210; 040.1880

### 1 引言

尾流分为水面舰船尾流和水下航行器尾流两类, 目前主要的研究手段有声学、热学、光学等。传统的声

收稿日期: 2015-01-09; 收到修改稿日期: 2015-03-02

基金项目: 重点实验室基金(9140C260306130C26097)、国家自然科学基金(61450002)

作者简介: 张帆(1992—), 女, 博士研究生, 主要从事光探测的理论与技术等方面的研究。

E-mail: zhangfan920203@163.com

导师简介: 张宇(1965—), 男, 博士, 教授, 主要从事光探测的理论与技术方面的研究。

E-mail: zhangyunn@hit.edu.cn(通信联系人)

学方法是利用尾流对超声波的散射和吸收,通过检测回波信号实现尾流区域的判断<sup>[1]</sup>。但与气泡尺度相比,超声波较长的波长对探测精度有影响,且纵波因受水体压强影响具有一定的传播局限性,从而使得水下声学尾流探测受到一定限制。光的海水窗口在 530 nm 左右,较短的波长可提高光学探测装置对气泡大小及介质折射率变化的灵敏度,有望使光学探测方法在近、中距离的尾流探测中发挥重要作用<sup>[2]</sup>。

目前尾流的光学探测主要是针对气泡散射特性研究的探索和完善,已取得了较为丰富的成果<sup>[3]</sup>。Marston 等<sup>[4-5]</sup>研究了在临界角、布儒斯特角、辉角状态下的气泡光散射,发现单气泡散射符合 Mie 散射规律。Stramiski<sup>[6]</sup>在海水中利用半径为 10~150 μm 的微气泡测定了气泡群散射系数。Zhang 等<sup>[7-8]</sup>应用 Mie 散射理论对附着有机膜的气泡群进行了研究,并总结了有机膜的存在对总散射以及后向散射的影响。Carrica 等<sup>[9]</sup>利用水面舰船周围气泡两相流的三维分散性模型提出了气泡运动的玻尔兹曼函数。石晟玮等<sup>[10]</sup>利用 Monte Carlo 方法对气泡群散射进行仿真,并研究了回波信号与气泡群性质的对应关系。梁善勇等<sup>[11]</sup>模拟了气泡群散射的偏振效应并在南海海域对不同型号舰船尾流进行跟踪测量。田晶等<sup>[12]</sup>利用回波信号测定了偏振光通过不同半径范围气泡的偏振态的变化。杨郁等<sup>[13]</sup>通过偏振光的变化检测气泡群的厚度。王赞等<sup>[14]</sup>提出了一种利用多普勒频谱频移的尾流探测方法。

综合以上分析,气泡散射机理的研究已趋于完善,但尾流探测的理论和实验方法还在逐步探索中。目前尾流区域探测主要依靠后向回波信号检测的方法,但该方法受水体噪声的影响显著,且未能给出尾流区域存在性的判断标准。本文基于干涉检测理论,从理论和实验两方面分别研究尾流中干涉条纹的特性,同时引入干涉条纹的图像处理方法进行尾流区域存在性的判断,为尾流区域的光学探测与识别提供一个新的思路。

## 2 系统设计 with 理论分析

随着激光技术的发展,激光相干检测技术已成为精密测距、探伤、光谱分析等方面的重要检测技术。本文利用相干光学的手段,通过对干涉图像的直接处理判断水下尾流区域的存在情况。从理论上研究实验探测光路中干涉条纹的光强和对比度。考虑实验条件和干涉条件,采用马赫-曾德尔(M-Z)干涉装置进行水下尾流的实验研究,实验系统如图 1 所示。

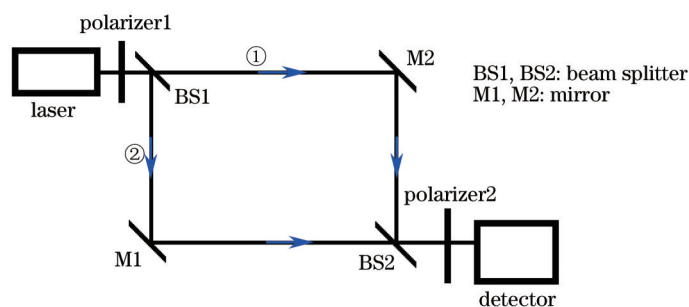


图 1 M-Z 干涉光路

Fig.1 M-Z interference device

图 1 中,激光器发出的单色光经过起偏器,产生偏振方向确定的相干光,相干光经过分束镜 1 产生①和②两路光,其中①路光经过封闭在管道内的平静水体,作为参考光路;②路光经过模拟尾流气泡的水体,为信号光,用来模拟偏振光经过尾流区的出射状态。通过不同水环境的两路光经过分束镜 2 合束后产生干涉,干涉光通过检偏器消除杂光干扰后,经过扩束镜放大后在观察屏上呈现干涉条纹。研究表明,尾流气泡可以在一定程度上改变偏振光的偏振方向,产生的偏振角度改变称为退偏角。目前散射光偏振问题的主要研究方法为 Johns 矢量法<sup>[11]</sup>,这里利用波动光学方法进行计算。设在检偏器透光方向上入射到分束镜 2 的两路干涉光的场振幅分别为

$$E_1 = E_{10} \exp(-\beta_1 L) \cos(\varphi_1), \quad (1)$$

$$E_2 = E_{20} \exp(-\beta_2 L) \cos(\varphi_2) \cos \phi, \quad (2)$$

式中  $E_1$  和  $E_2$  分别为参考光和信号光在分束镜 2 处的光场振幅;  $E_{10}$  和  $E_{20}$  分别为通过分束镜 1 的两束光的光场振幅;  $\phi$  为信号光通过尾流区的退偏角,表示在气泡群作用下偏振光方向的改变程度;  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  是由反射镜

引起的偏振改变角,由于镜片引起的偏振改变很小,可近似认为  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi$ ;  $\beta = \alpha + \gamma$  为衰减系数,设  $\alpha_w$  和  $\alpha_b$  分别为水和气泡的吸收系数,  $\gamma_w$  和  $\gamma_b$  分别为水和气泡的散射系数,对于参考光和信号光,衰减系数分别为  $\beta_1 = \alpha_w + \gamma_w$  和  $\beta_2 = \alpha_w + \gamma_w + \alpha_b + \gamma_b$ 。由于光路设计要求,光在两光路中传播的路径具有相同的几何长度  $L$ 。

设激光器出射的总光强为  $I_0$ ,分束镜分束比为  $1:m$ ,  $m$  为经过分束镜 1 后的信号光强与参考光强的比值。通过分束镜 1 的两束光光强  $I_{10}$  和  $I_{20}$  分别为

$$I_{10} = \frac{1}{m+1}I_0, \quad I_{20} = \frac{m}{m+1}I_0. \quad (3)$$

考虑水体流动的影响,湍流的存在会产生相位随机屏效应,即光场的相位在很短的时间内随机改变,使得该光束产生非相干成分。相位随机屏对水的影响是线偏振光变为部分偏振光。引入相干比例因子  $a$ ,表示光路②中相干光占总光强的百分比,光路②不发生改变,则观察屏上的总光强为

$$I = \frac{I_0}{m+1} \left\{ \exp(-2\beta_1 L) + \frac{m(a+1)}{2} \exp(-2\beta_2 L) \cos^2 \phi + 2\sqrt{ma} \exp[-(\beta_1 + \beta_2)L] \cos \phi \cos \delta \right\} \cos^2 \varphi, \quad (4)$$

式中  $\delta$  为两束光的相位差。

由于干涉条纹对比度的表达式  $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ ,可知该实验条件下 M-Z 光路的干涉对比度为

$$V = \frac{2\sqrt{am} \exp[-(\beta_1 + \beta_2)L] \cos \phi}{\exp(-2\beta_1 L) + \frac{m(a+1)}{2} \exp(-2\beta_2 L) \cos^2 \phi}, \quad (5)$$

(5)式表明,观察屏上观察到的干涉图像光强受退偏角和湍流的影响,若退偏角  $\phi = \pi/2$  或者相干比例因子  $a=0$ ,观察屏上均不产生干涉条纹,但图像对比度与平面镜引起的偏振改变无关,即若不存在湍流和偏振角改变,使用相同的 M-Z 装置产生相同的干涉对比度,该研究结果为通过干涉对比度变化判断尾流区域存在情况的方法奠定了基础。

### 3 尾流气泡光散射研究及干涉实验

#### 3.1 气泡群散射

利用相干光的干涉图像研究尾流气泡,对气泡群的光散射特征进行分析。目前,气泡群多重散射的研究方法种类很多,其中基于 Monte Carlo 抽样过程的模拟方法是研究气泡群散射的常用方法之一,该方法计算简便、精度较高、数理特征明显,已在大气遥感和海洋监测等领域具有广泛的应用。

本文采用迹迹法,将一束光分为无数时间极短的“光能单元”,使光线的路径转化为每个光能单元的运动轨迹,根据每个出射光能单元的位置确定光线的散射角分布。同时设计 Monte Carlo 方法,根据单气泡散射特点<sup>[15]</sup>确定每个光能单元前后两次散射的位置,抽取的随机量为步长  $L$ 、散射角  $\theta$ 、极化角  $\phi$ ,分别代表两次散射点间的距离、光能单元的散射方向和散射后的偏振方向。光能单元射入气泡群的散射模型如图 2 所示。

研究表明,海水中稳定存在的气泡半径范围为  $20 \sim 200 \mu\text{m}$ <sup>[16]</sup>,但目前没有尾流形成初期气泡密度及大小

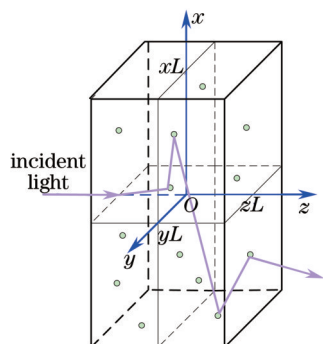


图 2 入射光散射模型

Fig.2 Scattering model of incident light

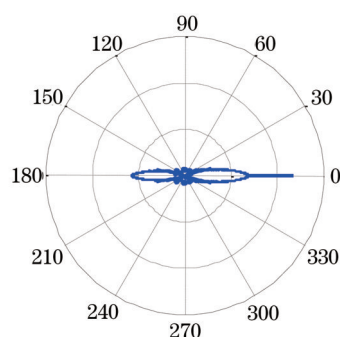


图 3 极坐标下气泡群散射光强随散射角的变化关系

Fig.3 Relationship between scattering light intensity and angle in polar coordinate system

的确定测量数值,在这里取稳定存在范围的上限,即  $200\ \mu\text{m}$  作为气泡群多重散射模拟的气泡半径值。设定模拟气泡群存在于  $50\ \text{cm} \times 50\ \text{cm} \times 50\ \text{cm}$  的正方体区域中,基于 Monte Carlo 方法仿真模拟可以得到极坐标下散射光强随散射角的变化关系,以及前向和后向观察屏测量到的光场信息,仿真模拟获得的极坐标结果如图 3 所示,图中极轴使用对数坐标。

图 3 表明: 1) 气泡群的散射强度具有与单气泡散射<sup>[11]</sup>相似分布规律,说明气泡群的多重散射近似符合 Mie 散射规律,总体趋势对于半径在较大范围内的气泡具有普遍意义,且散射分布与气泡大小有关,气泡越大侧向散射越小; 2) 定义散射角在  $\pm(0, 90^\circ)$  内为前向散射,在  $(90^\circ, 270^\circ)$  内为后向散射,通过计算可以得出,在该尺度气泡范围内,后向散射能量为前向散射的 24.07%; 3) 散射光强在临界角  $\pm 82.5^\circ$  附近存在一个明显的下降,且相比于单气泡对应的下降区域,该低值区域对应的散射角具有更宽的范围,这是由气泡群的多重散射造成的; 4) 散射角为  $0^\circ$  和  $180^\circ$  附近光强各存在一个峰值,  $0^\circ$  峰值处的光强比前向散射的平均值高出 5~6 个数量级。

为更直观地看出前向散射和后向散射的光强关系,进一步模拟位于气泡群前方及后方观察屏上的光能量分布,观察屏上的接收图像如图 4 所示。仿真的光屏半径为  $0.1\ \text{m}$ ,观测距离为  $1\ \text{m}$ 。

图 4 表明,散射光主要集中在近似透射的方向,前向观察屏的光强为后向观察屏光强的 2.06 倍。计算表明,散射角在  $5^\circ$  以内的散射光强约占总光强的 70.5%。因此,通过对散射角为  $0^\circ$  附近的散射光进行适当地扩束,可以在观察屏上获得足够亮的均匀光斑,利用该方向的散射光进行后续的干涉实验。

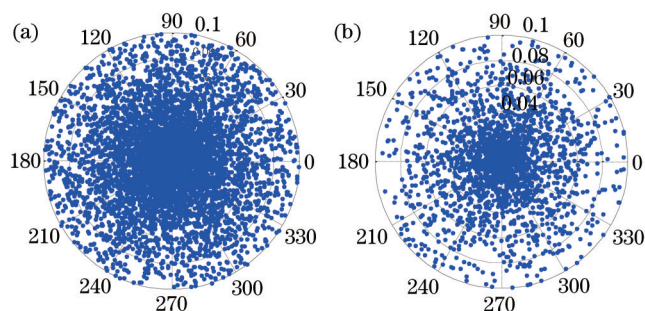


图 4 (a)前向观察屏和(b)后向观察屏的光强分布图像

Fig.4 Intensity distribution on the (a) forward and (b) back screens

### 3.2 干涉图像的仿真模拟

根据(4)式可以得到任意退偏角下的模拟干涉图像。由于实际条件下湍流对散射光的退偏角的改变是随机的,因此不同时刻散射光的退偏角不同,使得观察屏上接收到的干涉图像的对比度不断变化。类似 2.1 节的模拟思路,设退偏角的平均值为  $\phi_r$ ,产生具有相应对比度的干涉图像。

对于纯水,波长为  $530\ \text{nm}$  的入射光的散射系数和吸收系数分别为  $\gamma_w = 0.017\ \text{m}^{-1}$  和  $\alpha_w = 0.0257\ \text{m}^{-1}$ <sup>[17]</sup>。气泡散射系数与气泡大小有关,由模拟结果可知,气泡半径为  $200\ \mu\text{m}$  条件下的散射系数为  $0.482\ \text{cm}^{-1}$ ,吸收系数可近似忽略不计<sup>[17]</sup>,模拟中设水槽长度  $L = 0.6\ \text{m}$ ,入射光强  $I_0 = 1$ 。图 5 给出了退偏角平均值  $\phi_r$  分别为  $0$ 、 $\pi/6$ 、 $\pi/3$ 、 $\pi/2$  的干涉仿真图。

图 5 表明,干涉条纹对比度在不同退偏角情况下具有较大差异。由于不同时间段内的退偏角不同,实际观察屏上观察到的图像对比度随时间而变化,即图像是闪烁的,这是湍流产生的随机相位屏的影响,但干涉条纹总体趋势不变。

### 3.3 尾流气泡干涉的实验测量

搭建实验平台进行海水尾流气泡的 M-Z 干涉测量,实验装置如图 6 所示。图中 A 为波长为  $532\ \text{nm}$  的半导体激光器,B 为起偏器,C 和 F 为分束镜,D 和 E 为平面镜,G 为检偏器,H 为 5 倍扩束镜,与透镜 I 共同起到放大光斑的作用,J 为气泡发生器。

用高速相机对水槽中的气泡进行直接拍摄,利用气泡图像的像素分布判断气泡大小及分布。图 7 为黑暗条件下气泡群的放大图像。

实验模拟尾流气泡刚产生阶段以及产生一段时间后的分布情况。尾流产生初期的气泡半径和密度均较大,一段时间后气泡半径减小,密度趋于稳定。这两种情况分别称为大气泡和小气泡情况。气泡发生

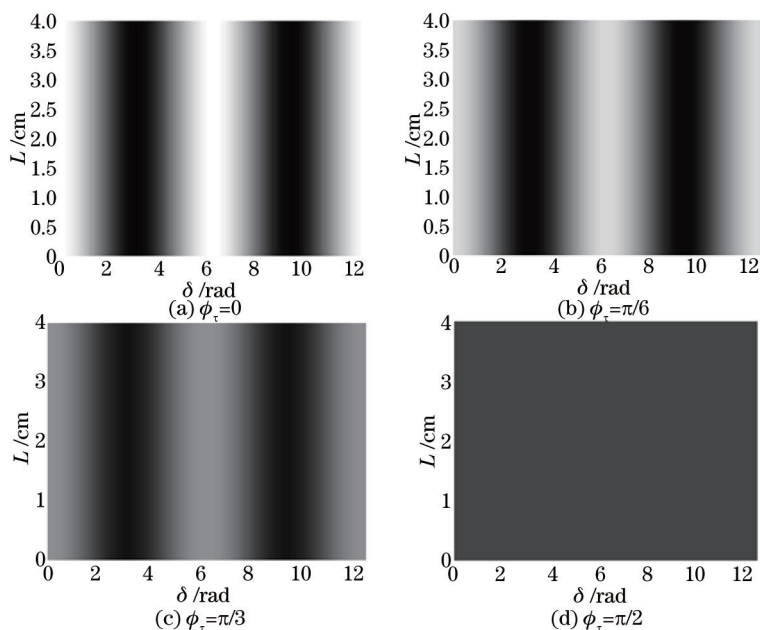


图 5 不同退偏角的干涉仿真图像

Fig.5 Simulated interference images with different depolarization angles

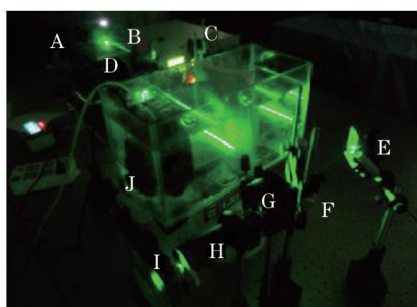


图 6 M-Z 实验装置图

Fig.6 Experimental device of M-Z interference optical path

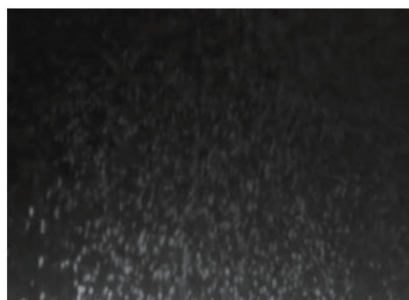


图 7 气泡形态图

Fig.7 Bubbles form in the dark



图 8 静水干涉图

Fig.8 Interference image formed when laser passes through stable water

器稳定工作时产生的气泡半径不超过 500  $\mu\text{m}$ , 可用来模拟控制这两种气泡的产生。

在静水、小气泡、大气泡 3 种情况下分别进行实验, 同时利用高速摄像机记录观察屏上的干涉图像。为减少相位随机性给实验带来的影响, 后期处理中实验数据对时间取平均。从录像中随机截取 100 幅图像并转换为灰度图, 图 8 为静水条件下的干涉图, 图 9(a)和(b)分别为小气泡和大气泡情况下的干涉图像。

由图 8 和图 9 可以看出小气泡情况下的干涉图像对比度没有明显变化, 但干涉条纹边缘具有明显的波动; 大气泡情况下已经很难看出干涉图像的干涉条纹。进一步利用 Matlab 对图像进行灰度处理, 得到 3 种情况下每幅图像的像素灰度平均值和像素灰度标准差。其中, 灰度平均值与平均光强对应, 反映了图像的整体明亮

程度;灰度标准差代表了图像整体的强度起伏,可以用来判断图像光强的变化情况,一般而言,对比度大的图像像素灰度标准差也相应增大。图 10 为 3 种条件下所有截取图像的像素灰度平均值和标准差分布。

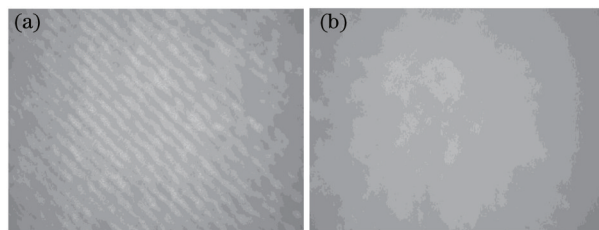


图 9 激光通过(a)小气泡和(b)大气泡水体的干涉图像

Fig.9 Interference images formed when laser passes through water with (a) little and (b) big bubbles

图 10 表明: 1) 平均光强数值在静水条件下最高,大气泡条件下最低,这是由于增大气泡半径可以增强气泡后向散射,从而使得前向散射光能量减少,该结果与文献[18]的结果一致;2) 标准差具有与平均光强相同的高低走势,表明气泡的存在可以降低干涉条纹的对比度,且气泡越大干涉条纹对比度越小,这也可以从图 9 中观察到。该结果为尾流区域存在性判断提供了一种新的方法,通过计算干涉图像的均值和标准差并与静水中的数据进行对比,即可判断尾流区域的存在性;3) 3 种不同水体的数据分布具有明确的范围,表 1 为不同水环境下像素均值和标准差的数据范围。从表中可以看出,在此实验条件下 3 种水环境的数据没有重叠区域。因此在实际测量中,可以将计算的图像数据与具有不同尺度范围的尾流气泡数据进行对比,从而可以直接利用拍摄的图像对尾流区的气泡大小进行初步判断。

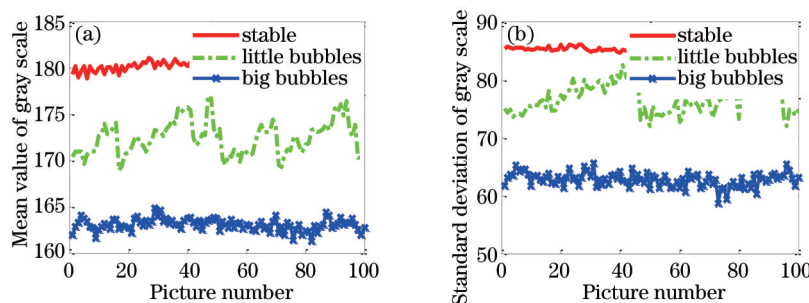


图 10 3 种水环境下图像(a)像素灰度均值和(b)像素灰度标准差分布

Fig.10 (a) Mean values and (b) standard deviations of gray scale under three water conditions

表 1 3 种海水条件下像素灰度平均值和标准差的数据范围

Table 1 Range of mean values and standard deviations under three water conditions

Water condition	Mean value of gray		Standard deviation of gray	
	Maximum	Minimum	Maximum	Minimum
Stable water	179.14	177.56	86.52	84.82
Water with little bubbles	177.16	168.97	82.56	72.09
Water with big bubbles	164.82	161.33	65.58	58.72

## 4 结 论

利用 Mie 散射理论和干涉原理,从理论上推导了水下尾流区域利用 M-Z 装置测量的干涉图像的条纹形态,并通过实验进行验证,提出了一种判断尾流存在的新方法。实验发现,偏振光通过模拟尾流气泡区域可以产生干涉现象,且气泡的存在对干涉条纹具有很明显的影响,随着尾流气泡趋于稳定,气泡对干涉条纹的影响逐渐减弱。通过不同尺度气泡的水体产生的干涉图像的均值和标准差存在不同的范围,因此可以将实验所得的图像数据对应到不同气泡尺度的数值范围,从而可以近似判断该尾流区域的气泡大小。此结果对利用偏振光进行舰船尾流探测具有重要的意义。

## 参 考 文 献

1 Ke Weina, Chen Qian, Qian Menglu. Forward Mie scattering method applied to the measurement of the  $R(t)$  curve of single bubble

- sonoluminescence[J]. *Acta Phys Sin*, 2008, 57(6): 3629–3635.
- 柯微娜, 程 茜, 钱梦騷. 测量单泡声致发光中气泡  $R(t)$  曲线的前向 Mie 散射技术[J]. *物理学报*, 2008, 57(6): 3629–3635.
- 2 Qiu H H. Eliminating high-order scattering effects in optical micro-bubble sizing[J]. *J Opt Soc Am*, 2003, 20(4): 690–697.
- 3 George E, Davis. Scattering of light by an air bubble in water[J]. *J Opt Soc Am*, 1955, 45(7): 572–581.
- 4 Marston P L, Kingsbury D L. Scattering by a bubble in water near the critical angle: interference effects[J]. *J Opt Soc Am*, 1981, 71(2): 192–196.
- 5 Marston P L, Billeue S C, Dean C E. Scattering of light by a coated bubble in water near the critical and Brewster scattering angles[C]. SPIE, 1988, 925: 308–316.
- 6 Stramski D. Gas microbubbles: an assessment of their significance to light scattering in quiescent seas[C]. SPIE, 1994, 2258: 704–710.
- 7 Zhang X D, Lewis M R, Johnson B D. Influence of bubbles on scattering of light in the ocean[J]. *Appl Opt*, 1998, 37(27): 6524–6536.
- 8 Zhang X D, Lewis M R. The volume scattering function of natural bubble populations[J]. *Limnol Oceanogr*, 2002, 47(5): 1273–1282.
- 9 Carrica P M, Drew D, Bonetto F, *et al.*. A polydisperse model for bubbly two-phase flow around a surface ship[J]. *Int J Multiphas Flow*, 1999, 25(2): 257–305.
- 10 Shi Shengwei, Wang Jiang'an, Jiang Xingzhou, *et al.*. The light backscattering properties study of bubble film using Monte Carlo simulation[J]. *Optical Technique*, 2008, 34(5): 713–720.
- 石晟玮, 王江安, 蒋兴舟, 等. 气泡幕后向散射光信号特性的蒙特卡罗方法研究[J]. *光学技术*, 2008, 34(5): 713–720.
- 11 Liang Shanyong, Wang Jiang'an, Zong Siguang, *et al.*. Laser detection method of ship wake bubbles based on multiple scattering intensity and polarization characteristics[J]. *Acta Phys Sin*, 2013, 62(6): 060704.
- 梁善勇, 王江安, 宗思光, 等. 基于多重散射强度和偏振特性的舰船尾流气泡激光探测方法[J]. *物理学报*, 2013, 62(6): 060704.
- 12 Tian Jing, Chen Hang, Tong Zhaojing, *et al.*. Research on ship wake flow detection method based on polarized laser[J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2013, 32(6): 12–14.
- 田 晶, 陈 航, 仝兆景, 等. 舰船尾流偏振激光探测方法研究[J]. *传感器与微系统*, 2013, 32(6): 12–14.
- 13 Yang Yu, Zhang Jiansheng. Polarization properties of backscattering from bubbles film of ship wakes[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(4): 040102.
- 杨 郁, 张建生. 尾流气泡幕后向散射偏振特性研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(4): 040102.
- 14 Wang Yun, Liu Jifang, Lu Zhenzhong, *et al.*. Laser dopler method for the detection of wake bubbles[J]. *Chinese J Lasers*, 2014, 41(8): 0813002.
- 王 赟, 刘继芳, 鲁振中, 等. 尾流气泡群的激光多普勒检测方法[J]. *中国激光*, 2014, 41(8): 0813002.
- 15 Liu Huikai, Yang Li, Shen Liangwen, *et al.*. The laser scattering properties of the ship wakes[J]. *Laser & Infrared*, 2003, 33(4): 265–267.
- 刘慧开, 杨 立, 沈良文, 等. 舰船尾流的激光散射特性[J]. *激光与红外*, 2003, 33(4): 265–267.
- 16 Wang Xiangwei, Zhou Tianhua, Chen Weibiao. Study on laser backscattering properties by ship wakes[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(1): 14–18.
- 王向伟, 周田华, 陈卫标. 舰船尾流激光后向散射特性研究[J]. *光学学报*, 2010, 30(1): 14–18.
- 17 Qin Gang, Yang Yu, Zhang Jiansheng. Monte Carlo simulation of polarization properties of scattered light from far ship wakes[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(7): 1730–1736.
- 秦 刚, 杨 郁, 张建生. 舰船远程尾流散射光偏振特性的蒙特卡洛模拟[J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(7): 1730–1736.
- 18 Wei Anhai, Zhao Wei, Han Biao, *et al.*. Simulative study of optical pulse propagation in water based on Fournier-Forand and Henyey-Greenstein volume scattering functions[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(6): 0601003.
- 魏安海, 赵 卫, 韩 彪, 等. 基于 Fournier-Forand 和 Henyey-Greenstein 体积散射函数的水中光脉冲传输仿真分析[J]. *光学学报*, 2013, 33(6): 0601003.

栏目编辑: 张 雁