

# 一种改进的施密特正交化两步相移算法

牛文虎 钟丽云 孙 鹏 罗春姝 吕晓旭

华南师范大学广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室, 广东 广州 510006

**摘要** 提出了一种基于施密特正交化的两步相移算法的改进方法。通过高斯高通滤波器滤除干涉图的直流项,再将两幅滤波后的干涉图的强度进行施密特正交化,并根据两个正交向量的模之间的反正弦关系提取相移量。在两步相移干涉测量中,当两幅干涉图之间的相移量值确定后,可以通过一个反正切函数来恢复待测相位。模拟计算和实验研究的结果表明:与现有的几种两步相移算法相比,所提出的方法不仅可以准确地提取相移量,并且可以快速地恢复待测相位,在相位测量领域具有广泛的应用前景。

**关键词** 测量;干涉测量;两步相移;相位恢复

中图分类号 O438.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201542.0608002

## An Improved Two-Step Phase-Shifting Algorithm Based on Gram-Schmidt Orthonormalization

Niu Wenhui Zhong Liyun Sun Peng Luo Chunshu Lü Xiaoxu

Guangdong Provincial Key Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices, South China Normal University, Guangzhou, Guangdong 510006, China

**Abstract** An improved two-step phase-shifting algorithm based on the Gram-Schmidt orthonormalization is proposed. After removing the direct current of the interferograms by a Gaussian high-pass filter and orthonormalizing the intensity of the two-frame filtered interferograms by Gram-Schmidt process, the phase shift can be extracted by an arcsine function according to the relationship between two orthogonal vector norms. In the two-step phase-shifting interferometry, as long as the phase shift value between two-frame interferograms is determined, the measured phase can be retrieved by an arctangent function. This method can not only extract the accurate phase shift value, but also retrieve the phase rapidly. By means of computer simulation and experiment, and comparing the performance of this method with several two-step phase-shifting algorithms, the result proves the effectiveness and the advantage of the proposed method in the phase measurement.

**Key words** measurement; interferometry; two-step phase-shifting; phase retrieval

**OCIS codes** 120.3180; 050.5080; 120.5070

## 1 引 言

相移干涉测量,作为一种高精度的光学相位测量技术,已经被广泛地应用于形貌测量领域<sup>[1]</sup>,如生物细胞的三维相位重构<sup>[2-3]</sup>。一般来说,要恢复待测物体的相位信息,至少需要三幅相移干涉图;为了减少环境噪声和其他干扰对相位测量精度的影响,四步、五步以及 $N$ 步相移算法等被不断提出<sup>[4]</sup>。然而,上述算法的使用条件是干涉图之间的相移量为已知,在实际应用中,如果相移量未知,或者受相移器件标定误差、机械振动和空气扰动等因素的影响,导致实际相移量值偏离理论值,这些算法进行相位恢复的精度会大大降低。因此,如何准确地提取相移量以及后续的相位恢复,一直是相移干涉测量研究和应用研究中需要解决的重要问

收稿日期: 2014-11-28; 收到修改稿日期: 2015-01-29

基金项目: 国家自然科学基金(61177005、61275015、61475048)

作者简介: 牛文虎(1988—),男,硕士研究生,主要从事光学相位测量方面的研究。E-mail: niuwenhu@m.scnu.edu.cn

导师简介: 吕晓旭(1959—),男,教授,博士生导师,主要从事光学相位测量、数字全息及应用等方面的研究。

E-mail: xiaoxulu48@sina.com(通信联系人)

题。相移量提取,可以用来测定微位移器的步进或物体的整体平移距离,进而进行待测相位恢复和形貌测量。为此,许多算法已经被提出。例如,Wang等<sup>[4-5]</sup>基于最小二乘误差估算,提出了一种先进迭代算法(AIA),该方法通过迭代计算,所提取的相移量和恢复的待测相位的精度都比较高,但其迭代时间长,计算速度慢。Xu等<sup>[6]</sup>通过寻找干涉图序列中各个像素点的强度最大值与最小值,计算出干涉图的直流项和调制项,再通过反余弦函数恢复待测相位并提取相移量(ACA),但该算法需要逐个像素点来计算直流项与调制项,计算量大,比较耗时。Vargas等<sup>[7-8]</sup>提出基于主成分分析(PCA)的算法,可以较快地提取相移量并恢复相位,但该算法需要通过时域平均的方法滤除干涉图的直流项,并要求干涉图的相位是均匀分布在 $(0, 2\pi)$ 范围之内。刘剑等<sup>[9]</sup>提出变频相移干涉,通过改变光源频率来实现相位调制,能减少由环境变化引起的误差,消除了传统硬件相移引起的非线性误差。这种方法提高了测量精度,但对光源的要求比较高。上述算法或方法,都要求三幅或三幅以上干涉图才能进行有效的计算。

近年来,为了实现动态过程的相位测量,降低环境振动和空气扰动对测量精度的影响,降低测量系统复杂性,以及减少提取相移量或恢复相位的计算时间,许多两步相移算法相继而出<sup>[10-17]</sup>。例如,Kreis等<sup>[10]</sup>提出基于傅里叶变换的两步相移算法(Kreis),可通过傅里叶变换来计算待测相位,但其恢复相位的精度受噪声影响较大。康新等<sup>[11]</sup>提出基于投影栅线法的两步相移法,这种方法可以消除背景项,再通过反余弦函数得到物体的相位信息,但该方法要求载波频率很高,背景和相位要缓变,且分辨率较低。Vargas等<sup>[12]</sup>提出基于光流(OF)法两步相移算法,抗噪声能力比较强,但需要利用迭代的方法求解计算条纹图方向的参数,计算量大,导致相位恢复的速度较慢。Vargas等<sup>[13]</sup>又提出基于施密特正交化(GS)的两步相移算法,该算法恢复相位的精度较高,计算速度也比较快。上述几种两步算法(Kreis、OF、GS)都须在干涉图的条纹数多于1个的情况下才能进行有效的计算。为了解决这个问题,Deng等<sup>[14]</sup>提出基于极值法的两步相移算法(EVI),由干涉强度极大值和极小值求解出两幅干涉图之间的相移量,再通过一个反正切函数恢复待测相位。该算法在干涉图的条纹数小于1的情况下,也能准确地恢复相位并提取相移量。虽然这些两步相移算法几乎都需要预先滤除干涉图中的直流项,增加了计算过程的复杂性,但因其计算速度快,且要求的干涉图数量少,计算量小,在相位测量中有特别的优势。

在Vargas提出的基于施密特正交化的两步GS算法中,首先需要对两幅干涉图进行高斯高通滤波来滤除直流项,再对滤波后的干涉图进行施密特正交化,最后从归一化的两个正交向量之间的关系式中恢复待测相位。在分析GS算法的基础上,本文提出一种提取相移量,并根据所提取的相移量来恢复待测相位的改进算法。较之现有的GS算法,不仅可以通过两幅干涉图准确地提取相移量,并且在恢复相位方面,省去了一个向量的归一化过程,减少了计算量,在保持高精度的同时,提高了运算速度。

## 2 原理分析

在相移干涉测量中,第 $j$ 幅干涉图的光强分布可以表示为

$$I_j(x,y) = a(x,y) + b(x,y)\cos[\varphi(x,y) + \delta_j], \quad (1)$$

式中 $(x,y)$ 为像素点坐标, $j$ 为相移干涉图的序列号, $a(x,y)$ 为直流项, $b(x,y)$ 为调制项, $\varphi(x,y)$ 为待测相位, $\delta_j$ 为第 $j$ 幅相移干涉图的相移量。在两步相移干涉测量中, $j=1,2$ ,并令 $\delta_1=0, \delta_2=\delta$ 。一般来说,相移干涉图的直流项 $a(x,y)$ 具有空间平滑、变化缓慢的特点,可以使用高斯高通滤波器将直流项滤除掉<sup>[18-19]</sup>。经过滤波后,(1)式可以转化为[为描述简便,省去(1)式中的坐标 $(x,y)$ ]

$$\tilde{I}_1 = b \cos \varphi, \quad \tilde{I}_2 = b \cos(\varphi + \delta). \quad (2)$$

由(2)式可得

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\tilde{I}_1 \cos \delta - \tilde{I}_2}{\tilde{I}_1 \sin \delta}\right). \quad (3)$$

由(3)式可知,提取出相移量 $\delta$ 之后,便可恢复待测相位 $\varphi$ 。

施密特正交化是把一个线性无关的向量组转化成一个单位正交向量组的方法。当线性无关的向量组只有两个向量 $\tilde{I}_1$ 、 $\tilde{I}_2$ 时,施密特正交化的过程为

$$\hat{\mathbf{I}}_1 = \tilde{\mathbf{I}}_1 / \sqrt{\langle \tilde{\mathbf{I}}_1, \tilde{\mathbf{I}}_1 \rangle} = \tilde{\mathbf{I}}_1 / \|\tilde{\mathbf{I}}_1\|, \quad (4)$$

$$\hat{\mathbf{I}}_2 = \tilde{\mathbf{I}}_2 - \langle \tilde{\mathbf{I}}_2, \hat{\mathbf{I}}_1 \rangle \cdot \hat{\mathbf{I}}_1, \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{I}}_2 = \hat{\mathbf{I}}_2 / \sqrt{\langle \hat{\mathbf{I}}_2, \hat{\mathbf{I}}_2 \rangle} = \hat{\mathbf{I}}_2 / \|\hat{\mathbf{I}}_2\|, \quad (6)$$

式中符号  $\|\cdot\|$  表示计算向量的模,符号  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  表示计算两向量的内积。

在施密特正交化过程的基础上,这里提出利用两个向量  $\tilde{\mathbf{I}}_1$ 、 $\tilde{\mathbf{I}}_2$  的模之间的关系来提取相移量的方法,并通过(3)式恢复待测相位。提取相移量的过程为

$$k_1 = \|\tilde{\mathbf{I}}_1\| = \sqrt{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (b \cos \varphi)^2}. \quad (7)$$

将(2)式与(7)式代入(5)式中,可得

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{I}}_2 = b \cos(\varphi + \delta) - \left[ \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2 \cos(\varphi + \delta) \cos \varphi \right] \cdot b \cos \varphi / k_1^2 = b \cos(\varphi + \delta) - \\ \left( \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2 \cos \delta \cos^2 \varphi - b^2 \sin \delta \sin \varphi \cos \varphi \right) \cdot b \cos \varphi / k_1^2, \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $M$  和  $N$  分别表示干涉图的行数与列数。这里在GS算法的原理基础之上进行改进,因此依然使用了其限制条件:干涉图中的条纹数量大于1,即干涉图光强表达(1)式中的三角函数周期数大于1。在这一条件下,有以下近似

$$\left| \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2 \cos \delta \cos^2 \varphi \right| \gg \left| \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2 \sin \delta \cos \varphi \sin \varphi \right|, \quad (9)$$

$$\sqrt{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (b \cos \varphi)^2} \approx \sqrt{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (b \sin \varphi)^2}. \quad (10)$$

结合(7)式和(9)式,可将(8)式简化为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{I}}_2 \approx b \cos(\varphi + \delta) - \left( \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2 \cos^2 \varphi \cos \delta \right) \cdot b \cos \varphi / \left( \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2 \cos^2 \varphi \right) = \\ b \cos \varphi \cos \delta - b \sin \varphi \sin \delta - b \cos \delta \cos \varphi = -b \sin \varphi \sin \delta. \end{aligned} \quad (11)$$

结合(7)式和(10)式,计算(11)式中  $\hat{\mathbf{I}}_2$  的模,可得

$$k_2 = \|\hat{\mathbf{I}}_2\| = \sqrt{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (-b \sin \varphi)^2 \sin^2 \delta} \approx k_1 \sin \delta. \quad (12)$$

由(12)式可知,相移量可由反正弦函数求出,为

$$\delta = \arcsin(k_2/k_1). \quad (13)$$

式中  $k_1$ 、 $k_2$  分别为向量  $\tilde{\mathbf{I}}_1$ 、 $\hat{\mathbf{I}}_2$  的模。当相移量由(13)式确定后,再将相移量代入(3)式即可求出待测相位。

通过以上分析,所提出的改进的算法提取相移量及恢复待测相位需要以下步骤:

- 1) 利用高通滤波器,滤除干涉图的直流项。
- 2) 将滤波后的两幅干涉图进行两步施密特正交化,并计算两个向量的模。
- 3) 通过(13)式提取相移量,并将相移量代入(3)式恢复待测相位。

为便于对比,这里给出现有GS算法恢复相位的过程,其前两步与所提改进的算法的步骤1)、2)相同,其第三步与改进的算法不同。GS算法需要分别归一化向量  $\tilde{\mathbf{I}}_1$ 、 $\tilde{\mathbf{I}}_2$ ,其过程为

$$\hat{\mathbf{I}}_1 = \tilde{\mathbf{I}}_1 / \|\tilde{\mathbf{I}}_1\| = b \cos \varphi / \sqrt{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (b \cos \varphi)^2}, \quad (14)$$

$$\hat{\mathbf{I}}_2 = \tilde{\mathbf{I}}_2 / \|\tilde{\mathbf{I}}_2\| = -b \sin \varphi \sin \delta / \sqrt{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (-b \sin \varphi)^2 \sin^2 \delta} \approx -b \sin \varphi / \sqrt{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N (b \cos \varphi)^2}. \quad (15)$$

由(14)、(15)式可知,待测相位可由反正切函数求得

$$\varphi = \arctan(-\hat{I}_2/\hat{I}_1). \quad (16)$$

通过上述的原理分析可以看出:改进的算法是在施密特正交化的基础上先提取相移量,再恢复待测相位。与现有的GS算法恢复相位的过程相比,改进的算法在保持现有GS算法精度的情况下,省去了(6)式或(15)式(向量  $\hat{I}_2$  的归一化过程)。可以看出:由于(6)式或(15)式需要逐个像素点进行运算,其计算量与干涉图的像素尺寸成正比关系,尺寸越大或像素点越多,所需要的计算量越大,计算越耗时。因此,当干涉图尺寸较大或像素点较多时,改进的算法所省去的计算量就越大,计算速度提升的效果越明显。

### 3 模拟计算

为了验证所提改进的算法的可行性,根据(1)式模拟了两幅相移干涉图,分别如图1(a)、(b)所示。其参数设置为:直流项  $a(x,y) = 120 \exp[-0.02(x^2 + y^2)]$ , 调制项  $b(x,y) = 100 \exp[-0.02(x^2 + y^2)]$ , 待测相位  $\varphi(x,y) = \pi(x^2 + y^2) - \langle \pi(x^2 + y^2) \rangle$ , 这里符号  $\langle \cdot \rangle$  表示取平均值,两幅干涉图之间的相移量  $\delta = 1 \text{ rad}$ , 干涉图的尺寸大小为  $300 \text{ pixel} \times 300 \text{ pixel}$ ,  $-2.5 \leq x, y \leq 2.5 \text{ mm}$ 。干涉图中包含了信噪比为5%的高斯加性噪声。

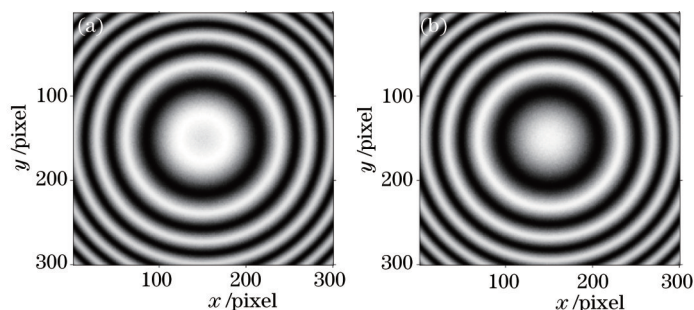


图1 两幅模拟相移干涉图,(a)与(b)之间的相移量为1 rad

Fig.1 Two-frame simulated fringe patterns, in which the phase shift value is 1 rad

图2(a)为模拟预设相位的包裹值(REF),图2(b)为改进的算法由图1(a)~(b)两幅干涉图所恢复的包裹相位。利用改进的算法,计算得到图1中的两幅干涉图之间的相移量为0.997 rad,该结果与预设的相移量值1 rad基本相同。另外,使用AIA算法迭代计算50幅相移步进为0.1 rad的模拟干涉图进行相位恢复,其恢复的包裹相位如图2(c)所示。为比较改进的算法的计算速度与测量精度,同样给出了常用的GS、EVI和OF三种两步算法进行相位恢复的包裹相位,其结果分别如图2(d)~(f)所示。表1所示为用五种不同算法对不同尺寸的模拟干涉图进行相位恢复的运算时间(不包括高斯高通滤波程序的运算时间)与均方根误差。其中,均方根误差(RMSE)表示各算法恢复的相位与模拟预设相位之间的差值的均方根。从表1中可以看出,改进的算法相位恢复的精度与GS、EVI和OF算法的精度相当;并且与其他算法相比,改进的算法的运算速度大大提高,且随着干涉图像素点的增加,提速效果更加明显。同时可看出,AIA算法迭代过程计算量大,比较耗时;在图像大小为  $1000 \text{ pixel} \times 1000 \text{ pixel}$  时,因其计算量过大,所用的计算机无法进行计算(以上模拟计算使

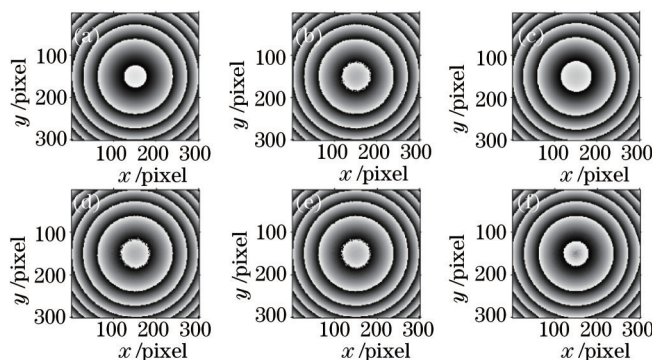


图2 模拟中不同算法恢复的包裹相位。(a) 模拟预设参考值;(b) 所提改进的算法;(c) AIA;(d) GS;(e) EVI;(f) OF

Fig.2 Wrapped phase maps obtained by different algorithms in simulation. (a) REF; (b) proposed method; (c) AIA; (d) GS; (e) EVI; (f) OF



用处理器主频为 2.20 GHz, 可用内存为 2.96 GB 的笔记本电脑, 运算软件为 Matlab R2011b)。这进一步突出了两步算法的计算量小、速度快的优势。在这五种算法中, AIA 算法的精度最高, 比其他四种算法的精度高一个数量级, 因此在实验研究中, 将 AIA 算法所恢复的相位作为两步算法对比的参考值是一个合适的选择。

表 1 不同算法对不同尺寸的模拟干涉图进行相位恢复的运算时间和均方根误差对比

Table 1 Processing times and RMSEs obtained by different algorithms dealing with simulated fringe patterns of different image sizes

Image size		Proposed method	GS	EVI	OF	AIA
300 pixel×300 pixel	Time /s	0.009	0.010	0.027	0.615	28.124
	RMSE /rad	0.172	0.173	0.173	0.151	0.033
500 pixel×500 pixel	Time /s	0.022	0.028	0.068	1.503	76.479
	RMSE /rad	0.173	0.173	0.173	0.146	0.034
1000 pixel×1000 pixel	Time /s	0.093	0.104	0.338	5.505	-
	RMSE /rad	0.173	0.173	0.174	0.141	-

### 4 实验结果

为了进一步验证所提改进的算法在实际应用中的可行性, 将其应用到实验中采集到的干涉图。实验系统为基于马赫-曾德尔干涉光路的同轴相移干涉系统, 其光路如图 3 所示。实验中的光源为 He-Ne 激光器, 激光波长为 632.8 nm。

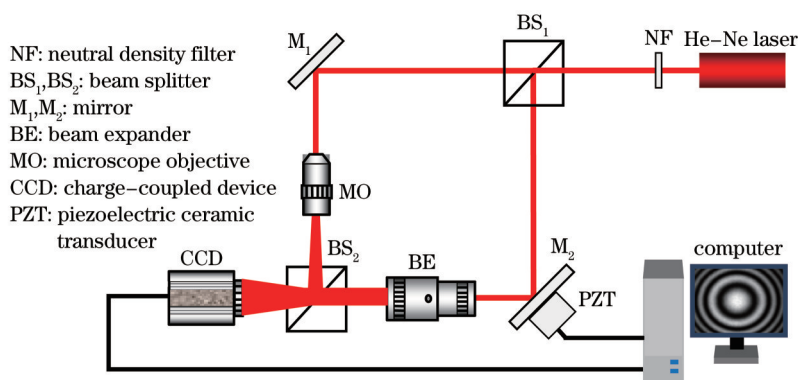


图 3 同轴相移干涉系统光路示意图

Fig.3 Schematic of in-line phase-shifting interference system

激光器发射的光束经分束镜  $BS_1$  分成两束, 其中一束光被反射镜  $M_1$  反射, 再经过显微物镜, 形成物光波; 另一束光被反射镜  $M_2$  反射, 并经过扩束镜 BE 后, 作为参考光波。反射镜  $M_2$  被固定在压电陶瓷 (PZT) 微位移器上, 用来实现参考光的相移。这两束光经分束镜  $BS_2$  再次结合后, 在 CCD 记录面上产生干涉。干涉图由 CCD 采集记录并传输到计算机上。图 4(a)~(b) 为实验中采集到的两幅相移干涉图, 图像大小为 512 pixel×512 pixel, 单个像素尺寸为  $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$ 。

由模拟结果可知, 在上述算法中, AIA 算法恢复相位的精度最高。因此在实验中, 采用 AIA 算法迭代计

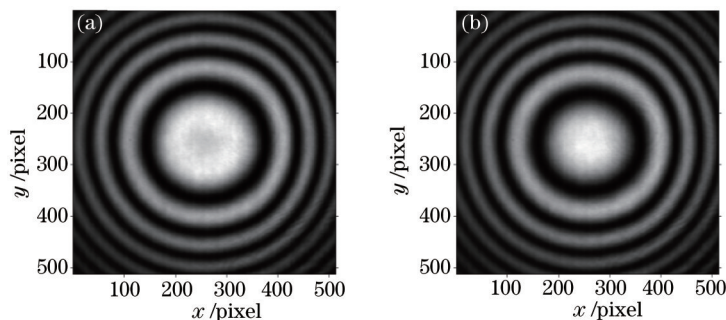


图 4 两幅实验相移干涉图, (a) 与 (b) 之间的相移量为 1.064 rad

Fig.4 Two-frame experimental interferograms, in which the phase shift value is 1.064 rad

算 50 幅实验相移干涉图所恢复的包裹相位作为参考值 (REF), 如图 5(a) 所示。与模拟计算的过程相似, 同样给出了改进的算法与 GS、EVI 和 OF 算法所恢复的包裹相位, 其结果分别如图 5(b)~(e) 所示。并且通过改进的算法计算得到图 4 中的两幅干涉图之间的相移量为 1.064 rad, 该结果与 AIA 算法计算得到的相移量值 1.071 rad 非常接近。

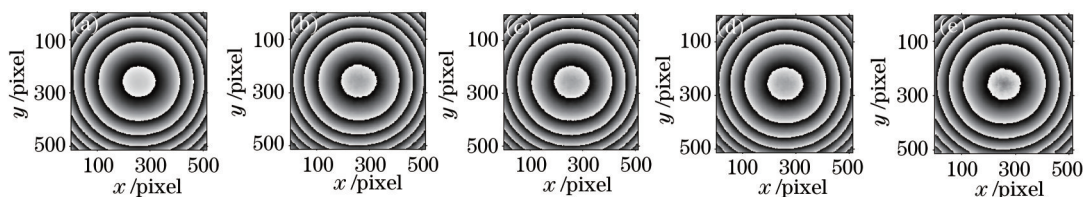


图 5 实验中不同算法恢复的包裹相位。(a) 参考值(AIA); (b) 改进的算法; (c) GS; (d) EVI; (e) OF

Fig.5 Wrapped phase maps obtained by different algorithms in experiment. (a) REF (AIA); (b) proposed method; (c) GS; (d) EVI; (e) OF

表 2 展示了四种两步算法进行相位恢复的运算时间(不包括高通滤波程序的运算时间)及其恢复的相位与参考值之间的差值的均方根 (RMSE)。从表 2 中可以看出, 与模拟计算的结果基本一致, 改进的算法恢复相位的精度与 GS、EVI 算法相当, 比 OF 算法的精度高; 在运算速度上, 改进的算法明显优于其他三种算法。

表 2 不同算法对实验干涉图进行恢复相位的运算时间和均方根误差对比

Table 2 Processing times and RMSEs obtained by different algorithms dealing with experimental interferograms

Image size		Proposed method	GS	EVI	OF
512 pixel×512 pixel	Time /s	0.023	0.031	0.073	1.660
	RMSE /rad	0.163	0.163	0.164	0.205

## 5 结 论

在相位测量领域中, 传统的  $N$  步相移算法需要已知相移量的值, 各类迭代算法的运算时间比较长, 而且这些算法都需要三幅或三幅以上相移干涉图才能进行准确或有效的计算, 因此突显了两步相移算法速度快、计算量小等优势。虽然现有 GS 算法只需要两幅相移干涉图就可以恢复相位, 且精度高, 计算速度较快, 但不能直接提取相移量。本文在分析其原理的基础之上, 基于两步施密特正交化的过程, 提出一种应用于两幅相移干涉图的提取相移量与恢复待测相位的改进算法。该算法通过两个向量的模之间的反正弦关系来提取相移量, 再根据一个反正切函数来恢复待测相位。较之现有 GS 算法, 改进的算法省去了一个向量的归一化过程, 减少了计算量, 在保持现有 GS 算法高精度的同时, 提高了运算速度; 且当干涉图尺寸较大或像素点较多时, 计算速度提升的效果更加明显。模拟计算与实验研究的结果表明: 与现有的两步相移算法 GS、EVI 和 OF 算法相比, 改进的算法不仅可以准确地提取相移量, 而且可以更加快速地恢复待测相位, 在相位测量领域具有广泛的应用前景。

## 参 考 文 献

- 1 D Malacara, M Servin, Z Malacara. Interferogram Analysis for Optical Testing[M]. 2th edition. United ingdom: Taylor & Francis Ltd, 2005.
- 2 Xu Yuanyuan, Wang Yawei, Jin Weifeng, *et al.*. New process on quantitative phase microscopy and phase retrieval for biological cells[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 51(2): 020006.  
徐媛媛, 王亚伟, 金卫凤, 等. 生物细胞定量相位显微技术及相位恢复方法的新进展[J]. 激光与光电子学进展, 2014, 51(2): 020006.
- 3 Fan Jinping, Zhang Desi, Lü Xiaoxu, *et al.*. Phase reconstruction and compensation of biological cell with digital holographic microscopy[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209019.  
范金坪, 张德思, 吕晓旭, 等. 数字全息显微术用于生物细胞相位重构与补偿的研究[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209019.
- 4 Wang Z, Han B. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms[J]. Opt Lett, 2004, 29(14): 1671-1673.
- 5 Wang Z, Han B. Advanced iterative algorithm for randomly phase-shifted interferograms with intra- and inter-frame intensity variations[J]. Opt & Lasers in Eng, 2007, 45(2): 274-280.

- 6 Xu J, Xu Q, Chai L, *et al.*. Direct phase extraction from interferograms with random phase shifts[J]. Opt Express, 2010, 18(20): 20620–20627.
- 7 Vargas J, Quiroga J A, Belenguer T. Analysis of the principal component algorithm in phase-shifting interferometry[J]. Opt Lett, 2011, 36(12): 2215–2217.
- 8 Vargas J, Quiroga J A, Belenguer T. Phase-shifting interferometry based on principal component analysis[J]. Opt Lett, 2011, 36(8): 1326–1328.
- 9 Liu Jian, Tian Ailing, Liu Bingcai, *et al.*. A phase extraction algorithm in wavelength tuning interferometry[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(3): 0312001.  
刘 剑, 田爱玲, 刘丙才, 等. 一种变频相移干涉测量的相位提取算法[J]. 光学学报, 2014, 34(3): 0312001.
- 10 Kreis T M, Jueptner W P O. Fourier transform evaluation of interference patterns: demodulation and sign ambiguity[C]. SPIE, 1992, 1553: 263–273.
- 11 Kang Xin, He Xiaoyuan. Two-step phase-shifting technique for phase measurement profilometry by grating projection[J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(1): 75–79.  
康 新, 何小元. 两步相移实现投影栅相位测量轮廓术[J]. 光学学报, 2003, 23(1): 75–79.
- 12 Vargas J, Quiroga J A, Sorzano C O S, *et al.*. Two-step interferometry by a regularized optical flow algorithm[J]. Opt Lett, 2011, 36(17): 3485–3487.
- 13 Vargas J, Quiroga J A, Sorzano C O S, *et al.*. Two-step demodulation based on the Gram-Schmidt orthonormalization method[J]. Opt Lett, 2012, 37(3): 443–445.
- 14 Deng J, Wang H, Zhang F, *et al.*. Two-step phase demodulation algorithm based on the extreme value of interference[J]. Opt Lett, 2012, 37(22): 4669–4671.
- 15 Gong Qiong, Qin Yi. Extraction of real phase-shifting angle in two-step phase-shifting digital holography[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(7): 1807–1811.  
巩 琼, 秦 怡. 二步相移数字全息中实际相移角的获取[J]. 中国激光, 2010, 37(7): 1807–1811.
- 16 Qin Yi, Gong Qiong, Yang Xingqiang. A method for accurate phase shift in two-step phase-shifting digital holography[J]. Acta Photonica Sinica, 2011, 40(8): 1282–1286.  
秦 怡, 巩 琼, 杨兴强. 一种在二步相移数字全息中实现准确相移的方法[J]. 光子学报, 2011, 40(8): 1282–1286.
- 17 Deng Lijun, Yang Yong, Shi Bingchuan, *et al.*. Two-step phase-shifting digital holography based on extraction of phase shift[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209014.  
邓丽军, 杨 勇, 石炳川, 等. 基于相移量提取的两步相移数字全息术[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209014.
- 18 Antonio Quiroga J, Servin M. Isotropic n-dimensional fringe pattern normalization[J]. Opt Commun, 2003, 224(4–6): 221–227.
- 19 Gonzalez R C, Woods R E, Eddins S L. 数字图像处理(MATLAB版)[M]. 阮秋琦, 译. 北京: 电子工业出版社, 2005.

栏目编辑: 何卓铭