# 基于误差互补修正的微球干涉测量相位提取方法

卢丙辉 刘国栋 孙和义 刘炳国\* 陈凤东 哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院,黑龙江哈尔滨 150001

## Phase Extraction Method of Microsphere Interferometry Based on Error Complementary Correction

Lu Binghui Liu Guodong Sun Heyi Liu Bingguo Chen Fengdong School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China

**Abstract** In order to measure the surface topography of microsphere with phase–shifting interferometer in high precision, phase extraction method is of great important. But there is always linear phase shifting error existence coming from system calibration error or defocus, which influences the phase extracting accuracy. The common phase shifting algorithms are not quite suitable for the measurement of sphere, especially when the linear error is larger, so a new five frames algorithm is constructed. The response characteristics of new algorithm is much close to Hariharan algorithm, but is opposite in sign. Therefore, by the complementray correction of the two algorithms, the phase calculation error is reduced by two orders of magnitude. The capacity of fixed–step algorithm for linear phase shifting error control is improved greatly and there is no abnormal phase result coming out, which always appears in the calculation process by any equal step algorithm. The algorithm based on phase error complementary correction is much more compact for calculations, its feasibility and effectiveness are proved by the actual measurement experiment of a microsphere.

**Key words** interferometry; microsphere; phase extraction; complementary correction **OCIS codes** 120.3180; 260.3160; 200.4560

## 1 引 言

随着微纳米加工技术的不断进步,微型元器件的应用越发广泛。微小球面是最常用的元器件形态之一, 其面型精度对其光学特性、机械特性有着重要的影响。例如在惯性约束聚变(ICF)实验中作为核心部件的球形 靶丸,其表面细微的缺陷扰动都可能引发不对称压缩,导致实验效率降低,甚至打靶失败<sup>11</sup>,因此需要采取一定

E-mail: sunheyi@hope.hit.edu.cn

收稿日期: 2014-09-17; 收到修改稿日期: 2014-12-11

基金项目:国家自然科学基金(61275096,51275120)、哈尔滨工业大学科研创新基金(HIT.NSRIF201098)

作者简介:卢丙辉(1982—),男,博士研究生,主要从事激光干涉表面形貌检测技术方面的研究。E-mail:miknet0594@163.com 导师简介:孙和义(1953—),男,博士,教授,博士生导师,主要从事光电信息及光电检测技术等方面的研究。

<sup>\*</sup> 通信联系人。E-mail: liu\_bingguo@hit.edu.cn

的检测手段从大量的靶丸中筛选出合格品。而光学干涉测量法以其高精度、高效率、非接触等优点成为形貌 检测领域较为理想的测量方法<sup>[2]</sup>,尤其是移相干涉技术<sup>[3]</sup>(PSI)的发明,使得传统干涉测量条纹判读精度低的问 题得以有效解决,即使干涉条纹数量较少时仍能准确提取相位信息,大大提高了干涉仪的测量精度。

在实际测量中,由于离焦、移相器校准差及系统装调误差等多种因素引入的线性移相误差普遍存在于 各类干涉测量系统中。对于此类误差,多种广泛认可的相位提取算法都具有良好的抑制效果,如扩展平均 法<sup>(4)</sup>、多步相移平均法、任意等步长算法、傅里叶分析法、特征多项式法等,而每种算法又有其自身的局限性, 所以实际应用中往往要根据具体的测量环境选择适当的移相算法。在少移相步数(不超过五帧)的情况下, 定步长移相算法的线性移相误差抑制能力相对较差。本文提出了基于移相误差互补修正的干涉测量相位 提取方法,大幅提高定步长移相算法的线性误差抑制能力,运算简单快速,且不存在类似任意等步长算法中 奇异相位解的异常情况,尤其适合在各类球面干涉测量中采用。

#### 2 微球干涉测量原理及移相误差分析

微球面型检测采用点衍射移相干涉测量原理,如图1所示。激光器出射的线偏振光经空间滤波器滤波、 准直扩束后经过透镜会聚,在针孔反射镜的小孔处发生衍射,产生理想球面波。其中一部分作为测量光,由 物镜会聚至微球表面,光束中心与微球同心,另一部分作为参考光。测量光经被测表面反射,携带形貌信息 近似原路返回,由针孔镜表面的金属膜层反射转向,与参考光形成干涉。压电陶瓷(PZT)微位移平台带动微 球沿测量光光轴方向移动,产生移相,并由电荷耦合器件(CCD)记录多幅条纹变化的干涉图。最后通过移相 算法处理干涉图获得初相位分布,并将相位信息换算为高度差信息,完成测量。



图1 基本测量原理

Fig.1 Basic measuring principle

在移相过程中,被测微球将沿检测光束的光轴方向运动,产生离焦<sup>[5]</sup>,使得待测球面上各测量点对应的 移相量产生偏差,如图2所示。其中,R为微球半径,s为中心的移相量,s'为球上任意点p对应的移相量,β为p 点对应的孔径半角。在不考虑光回程差的情况下,由图2中的几何关系可以计算出点p对应的移相量,如(1) 式所示。微球半径R为毫米量级,而中心移相量s为纳米量级,因此可得到(1)式中的近似结果。



Fig.2 Phase shifting error from defocus

$$s' = s \cdot \cos(\beta) + \sqrt{R^2 \left[1 - \frac{s^2}{R^2} \cdot \sin^2(\beta)\right]} - R \approx s \cdot \cos(\beta).$$
<sup>(1)</sup>

可见,各测量点对应的移相量并不相等,越靠近边缘,移相误差越大。但对于既定的测量点,其移相量

实际值与理论值之间仍呈现线性比例关系。图 2 中的几何关系也适用于凹球面测量的情况,尤其当待测球面的数值孔径较大时,边缘位置的移相误差明显偏大<sup>10</sup>。如测量数值孔径为 0.7 的球面,由离焦引入的线性移相误差最大可达到 28.6%,解相时必须采取有效措施加以抑制。

#### 3 相位信息提取

#### 3.1 经典定步长移相算法

Hariharan 算法对一定范围内的线性移相误差不敏感,同时对 CCD 的二阶非线性响应误差免疫,是定步 长算法中综合性能非常优良的算法,也是经典的定步长移相算法(五步扩展平均法即为经典 Hariharan 算法), 其表达形式如(2)式所示。

$$\phi = \arctan\left[\frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - (I_1 + I_5)}\right],$$
(2)

式中φ为待解的初相位,*I*<sub>1</sub>、*I*<sub>2</sub>、*I*<sub>3</sub>、*I*<sub>4</sub>、*I*<sub>5</sub>分别对应移相量取-π、-π/2、0、π/2、π时的光强。相位提取针对干涉场内每 一像素点进行,(2)式中省略了像素角标的标注。Hariharan算法的原型形式如(3)式所示,其中α为移相步长。

$$\phi = \arctan\left[\sin(\alpha) \cdot \frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - (I_1 + I_5)}\right],\tag{3}$$

式中移相步长作为参数出现,将移相不准产生的光强误差转化为移相步长误差来处理,所以只要带入的步 长值准确,便不存在线性移相误差的影响,这也正是 Stoilov 算法采用的解算思想,而 Hariharan 算法正是将理 论步长π/2 作为实际步长带入(3)式中的一种特例。因此,相位提取误差可以由(4)式计算得出,其中,实际步 长以线性误差系数 ε 的形式给出。

$$\Delta \phi = \arctan\left[\sin\left(\frac{\pi - \varepsilon \cdot \pi}{2}\right) \cdot \frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - (I_1 + I_5)}\right] - \arctan\left[\frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - (I_1 + I_5)}\right].$$
(4)

数值仿真结果如图 3 所示。可以看出,线性误差达到 5%以后,解相误差开始快速增大,达到 15%时,误 差最大峰谷(PV)值已增长到 0.009π。而且,算法本身对线性误差的响应亦不均匀,误差量一定时,待解相位 在-π/4 和π/4 的位置最为敏感,无法满足高精度检测的需求。





Fig.3 Linear error response distribution of Hariharan algorithm

典型的任意等步长算法如Stoilov算法、Schwider算法、Carre算法等,理论上对线性移相误差是免疫的, 但计算过分依赖图像光强,表达式中包含了光强的相减、相除以及开方运算,使得在探测器转换误差、电噪 声、环境噪声等因素的影响下易出现分母为零、被开方项为负值、超大误差点等异常现象<sup>[7]</sup>。此外,表达式复 杂导致的运算量过大,也是任意等步长算法的主要缺陷之一。

#### 3.2 基于误差互补修正的相位提取方法

为了提高定步长移相算法的线性误差抑制能力,在任意等步长下构造了另一个五帧算法,具体构造过 程如下:

干涉场光强方程组如(5)式所示

$$I_n = A + B \cdot \cos[\phi + (n-3) \cdot \beta], \ (n = 1, 2, 3, 4, 5),$$
(5)

式中A为干涉场直流分量,B为交流分量, $\beta$ 为步长, $\varphi$ 为待解相位。

将 I<sub>2</sub> 与 I<sub>4</sub>、I<sub>1</sub> 与 I<sub>5</sub> 做差,经三角函数和差化积运算,整理后分别得到(6)式和(7)式:

$$I_2 - I_4 = 2B \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\beta), \qquad (6)$$

$$I_1 - I_5 = 2B \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(2\beta) . \tag{7}$$

将(7)式按二倍角公式展开,并与(6)式的二倍做差,整理得到(8)式:

$$2 \cdot (I_2 - I_4) - (I_1 - I_5) = 4B \cdot \sin(\phi) \cdot \sin(\beta) \cdot [1 - \cos(\beta)].$$

$$\tag{8}$$

将 I<sub>2</sub> 与 I<sub>4</sub> 做和,并进行三角函数和差化积得到(9)式:

$$I_2 + I_4 = 2A + 2B \cdot \cos(\phi) \cdot \cos(\beta) . \tag{9}$$

再将四倍的 I3与二倍的(9)式作差,直流分量A被消去,化简整理得到(10)式:

$$4I_{3} - 2 \cdot (I_{2} + I_{4}) = 4B \cdot \cos(\phi) \cdot [1 - \cos(\beta)].$$
<sup>(10)</sup>

最后将(8)式与(10)式相除,1-cos(β)项及4B被约去,再将sin(β)移至光强表达式一侧,等号两端取反正切运算,得到构造的五帧算法如(11)式所示。

$$\varphi = \arctan\left[\frac{1}{\sin(\alpha)} \cdot \frac{2(I_2 - I_4) - (I_1 - I_5)}{4I_3 - 2(I_2 + I_4)}\right],\tag{11}$$

式中移相步长以正弦倒数的形式出现。虽然通过(11)式与(3)式可以将步长参数直接约去,但求解初相位又 必须进行开方运算及符号判断,不但运算量大,而且极易出现虚数解,所以直接消步长参数的求解方法并无 明显优势。

以理论步长π/2作为实际步长带入(11)式中,可以得到类似 Hariharan 算法的特例表达式,如(12)式所示, 其相位提取误差可由(13)式计算得出,数值仿真结果如图4所示。

$$\varphi = \arctan\left[\frac{2(I_2 - I_4) - (I_1 - I_5)}{4I_3 - 2(I_2 + I_4)}\right],\tag{12}$$

$$\Delta \varphi = \arctan\left[\frac{1}{\sin(\pi/2 - \varepsilon \cdot \pi/2)} \cdot \frac{2(I_2 - I_4) - (I_1 - I_5)}{4I_3 - 2(I_2 + I_4)}\right] - \arctan\left[\frac{2(I_2 - I_4) - (I_1 - I_5)}{4I_3 - 2(I_2 + I_4)}\right].$$
(13)



图4 构造算法的线性误差响应分布

Fig.4 Linear error response distribution of constructed algorithm

对比图 3 与图 4 可知,在等量线性误差的情况下,对于同一初相位,解算误差幅度十分接近,且符号相反。因此,将两种算法解出的相位直接做均值运算,误差便可互补修正,如(14)式所示,互补修正后的线性误差分布情况如图 5 所示。

$$\varphi = \frac{1}{2} \cdot \left\{ \arctan\left[\frac{2(I_2 - I_4)}{2I_3 - (I_1 + I_5)}\right] + \arctan\left[\frac{2(I_2 - I_4) - (I_1 - I_5)}{4I_3 - 2(I_2 + I_4)}\right] \right\}.$$
(14)

由图 5 可见,虽然未能实现完全的线性误差免疫,但解相误差 PV 值由原来的 0.9×10<sup>-2</sup>π变为 0.6×10<sup>-4</sup>π, 理论上在仅有线性移相误差的影响下,解相误差降低了两个数量级。而且,由于不存在开方运算,求解过程 不会出现类似任意步长算法的奇异误差点的异常情况,运算更为简洁。



图 5 修正后的线性误差响应分布 Fig.5 Linear error response distribution after corrected

### 4 实验结果及分析

为了验证提出的相位提取方法的可行性和有效性,选用表面形貌良好的微球样品进行实际测量。样品 取自哈尔滨轴承厂生产的直径3mm的航空滚珠标准样品,均为军品级品质。理论移相步长取π/2,并加入约 25%的线性移相误差。同时,为了便于波面拟合,将干涉条纹调整至接近直条纹,降低调整误差引入的离焦 项及主球差项的影响。采集到的五帧干涉图如图6所示。



图 6 五帧干涉图 Fig.6 Five frames interferogram







0508004-5

图,解包裹后的相位分布为一个近似的倾斜平面,选取其中一行数据必然得到一条近似的直线。然而, Wyant算法对线性误差较为敏感<sup>[11]</sup>,相位区间内响应不均匀,使得解包裹后的相位形成一条波动的曲线。 Hariharan算法的线性误差抑制能力明显好于Wyant算法,但仍可以看出规律性的波动,而且边缘位置的波 动幅度要略大于中间位置,这也说明了离焦引入移相误差的不均匀性。由于Stoilov算法具有线性移相误差 免疫的特点,所以图7(c)中提取到的相位数据十分接近理想直线。图7(d)为采用提出的互补修正算法解得的 相位数据,同样十分接近理想直线,且无异常点出现,说明该算法切实可行,具有优良的线性误差抑制能力。

图 8(a)为采用误差互补法提取并解包后的全干涉场相位数据,图 8(b)为波面拟合后的形貌数据。其形貌 误差 PV 值为 0.131 \,均方根(RMS)值为 0.017 \\ \。采用上述 4 种算法测得的球面形貌误差结果如表 1 所示。可 以看出,互补修正算法与 Stoilov 算法两者的测量结果 PV 值和 RMS 值都较为接近,而另外两种算法却相对较 大。但采用 Stoilov 算法提取相位时,在全干涉场 342065 个数据点中出现了 6437 个虚数相位解,造成数据缺 失,约占总数的 1.9%。而互补修正算法却不存在这一问题,且不包含开方运算,更为简洁快速,在相位信息 提取方面具有自己独特的优势。



图 8 采用互补修正法解得的相位及形貌数据。(a) 解包裹后相位; (b) 拟合后的形貌数据 Fig.8 Phase and shape data with complementary correction. (a) phose after amwrapping; (b) fitted morphology data

表1	4种算法测得的形貌误差	
----	-------------	--

-		
	PV value /λ	RMS value /λ
Wyant algorithm	0.1806	0.0285
Hariharan algorithm	0.1481	0.0201
Stoilov algorithm	0.1299	0.0171
Complementary correction algorithm	0.131	0.017

Table 1 Shape error measured by four kinds of algorithm

## 5 结 论

微球移相干涉测量中,离焦移相将引入不均匀线性误差,大小由测量点对应的光束孔径角决定。提出 了基于误差互补修正的相位提取方法,通过构造的五帧算法与Hariharan算法间的误差互补,大幅提高定步 长移相算法的线性误差抑制能力,尤其适用于线性移相误差较大的测量环境,以及大数值孔径的球面形貌 检测中,运算简洁快速,且不会出现任意等步长算法产生奇异误差点的异常情况。此外,由于构造的五帧算 法与Hariharan算法需进行均值运算,使得Hariharan算法的探测器二阶非线性响应免疫的特点受到影响,所 以该相位提取方法更适合探测器性能较好的测量环境,而此算法在方面能力有待进一步优化提高。

#### 参 考 文 献

1 Ma Xiaojun, Gao Dangzhong, Ye Chenggang, *et al.*. Interior surface soughness of ICF micro-shells with phase shift interference technique[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2008, 20(2): 224-228.

马小军,高党忠,叶成刚,等.相移动干涉法测量ICF 微球内表面粗糙度[J].强激光与粒子束,2008,20(2):224-228.

2 Zuo Fen, Chen Lei, Xu Chen. Measurement performance of simultaneous phase-shifting interferometer[J]. Chinese J Lasers, 2007, 34(12): 1682-1687.

左 芬,陈 磊,徐 晨.同步移相干涉的测量性能[J].中国激光,2007,34(12):1682-1687.

- 3 Wang Ming, Hao Qun, Zhu Qiudong, *et al.*. Anti-disturbance phase-shifting interferometry method time-and-frequency-domain [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1112005.
  - 王 明,郝 群,朱秋东,等.时频域双重分析法抗干扰移相干涉术[J].光学学报,2011,31(11):1112005.
- 4 Gao Fen, Jiang Zhuangde, Li Bing, et al.. Multi-step phase-shifting algorithm based on extended averaging technique and its error suppression characteristics comparison[J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(4): 0426001.

高 芬,蒋庄德,李 兵,等.基于扩展平均的多步相移算法及误差抑制特性比较[J].光子学报, 2014, 43(4): 0426001.

- 5 Wang D D, Yang Y Y, Chen C, *et al.*. Calibration of geometrical systematic error in high -precision spherical serface measurement [J]. Optics Communications, 2011, 284(16): 3878-3885.
- 6 Wang D D, Yang Y Y, Chen C, *et al.*. Misalignment aberrations calibration in testing of high -numerical-aperture spherical surfaces [J]. Applied Optics, 2011, 50(14): 2024-2031.
- 7 Xu Xingfen, Cao Yiping. An improved stoilov algorithm based on statistical approach[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(3): 733-737. 许幸芬,曹益平. 基于统计逼近的 Stoilov 改进算法[J]. 光学学报, 2009, 29(3): 733-737.
- 8 Wang Huaying, Zhang Zhihui, Liu Feifei, *et al.*. Improved phase unwrapping algorithm based on image segmentation and mergers [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(10): 1009002.

王华英, 张志会, 刘飞飞, 等. 对基于图像分割与合并的相位展开算法的改进[J]. 中国激光, 2012, 39(10): 1009002.

9 Qian Xiaofan, Li Bin, Li Xinghua, *et al.*. Improvement of least-square phase unwrapping algorithm based on lateral shearing interferometry[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(11): 1109002.

钱晓凡,李 斌,李兴华,等. 横向剪切最小二乘相位解包裹算法的改进[J]. 中国激光, 2012, 39(11): 1109002.

10 Qian Xiaofan, Rao Fan, Li Xinghua, et al.. Accurate least-squares phase umwrapping algorithm[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(2): 0209001.

钱晓凡, 饶 帆, 李兴华, 等. 精确最小二乘相位解包裹算法[J]. 中国激光, 2012, 39(2): 0209001.

- 11 Hui Mei, Wang Dongsheng, Deng Nianmao, et al.. Four-frame phase-stepping interferometry-base insensitive algorithm to phasestepping error[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2003, 43(8): 1017-1019.
  - 惠 梅,王东生,邓年茂,等.对移相误差不敏感的四帧相位算法[J].清华大学学报(自然科学版),2003,43(8):1017-1019.

栏目编辑:张浩佳