

PT对称晶格势中涡旋光孤子

周博臻 花春波 徐四六 吕 鹏

湖北科技学院电子与信息工程学院, 湖北 咸宁 437100

摘要 建立了一个零缺陷周期性、正、负缺陷非周期性三种宇称-时间(PT)对称晶格势中奇异光孤子传输的理论模型。运用变分法分析了零缺陷晶格势中孤子的宽度和势能的变化,并运用线性稳定性分析研究了孤子的稳定性范围。结果表明,在一定的参数范围内,奇异光孤子在PT晶格势中能够存在并稳定传输。

关键词 非线性光学; 涡旋光孤子; PT对称晶格势; 变分法

中图分类号 O437

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201542.0505004

Optical Vortex Soliton in Parity-Time Symmetric Potentials

Zhou Bozhen Hua Chunbo Xu Siliu Lv Peng

*School of Electronic Information and Engineering, Hubei University of Science and Technology,
Xianning, Hubei 437100, China*

Abstract A theoretical model of optical singular soliton in periodic parity-time (PT) symmetric potentials without defects and non-periodic PT symmetric potentials with positive and negative defects is introduced. Based on variational method, the width and potential energy of soliton in PT symmetric potentials without defects are analysed. The range of linear stability of soliton is also researched by linear stability analysis. It is shown that singular soliton can stably transmit in the PT symmetric potentials under some appropriate parameters.

Key words nonlinear optics; vortex soliton; parity-time symmetric potentials; variational method

OCIS codes 190.6135; 190.4370

1 引言

自1998年Bender等^[1]提出了宇称-时间(PT)对称量子力学理论,PT对称的概念已经广泛应用物理学的理论与实验研究,尤其是在非线性光学领域^[2-9],PT对称晶格中光孤子的研究已成为十分热门的研究课题^[10-14]。Makris等^[15]研究了一维、二维PT周期晶格中光学孤子的传播行为,发现合适的晶格势参数能够囚禁孤子而使其稳定的传输。文献[16]报道了复PT对称周期晶格势中的光格子孤子以及由此诱导的单向不可见性等。Nixon等^[17]研究了PT对称晶格中相变点附近波包的非线性动力学行为,出现了波放大和光波的孤波解等现象。Dai等^[18]提出了两种新的双曲函数类型的PT对称晶格模型,并研究了孤子在晶格中的演化过程,结果表明孤子的相位、速度和宽度等特征参数都随衍射和非线性特征的变化而变化。Jisha等^[19]研究了非线性散焦介质中非局域的间隙孤子在PT晶格中的演化,当虚电位存在时,任何程度的非定域性孤子都是不稳定的。文献[20]报道了非线性自聚焦克尔介质中,孤子在缺陷PT对称晶格中的演化过程,零缺陷和负缺陷孤子都能存在并稳定传输,然而在第一间隙中孤子不能存在;在第一间隙和半无限间隙中正缺陷孤子能够在且稳定传输。Hu等^[21]对孤子非线性自散焦缺陷PT对称晶格中的传输进行了研究,在一定参数下,零、正和负缺陷三种不同的缺陷晶格中孤子均能够稳定传输。尽管如此,非线性光学领域中的非线性PT晶格调

收稿日期: 2014-11-14; 收到修改稿日期: 2015-01-14

基金项目: 大学生创新创业训练计划(201210927052,201310927058)

作者简介: 周博臻(1990—),男,硕士研究生,主要从事非线性光学方面的研究。E-mail: 375367385@qq.com

导师简介: 徐四六(1969—),男,博士,副教授,主要从事非线性光学、光通信、量子通信等方面的研究。

E-mail: 1158447603@qq.com

制孤子的研究仍处于发展阶段,还有很多PT晶格中出现的新奇的孤子类型以及孤子的特殊性质有待研究。特别是关于二维PT对称晶格中奇异孤子的研究仍处于起步阶段,本文将研究二维PT晶格中奇异孤子的存在条件和稳定性特征。

本文基于变分法和线性稳定性分析方法,研究了自聚焦介质中涡旋光孤子在零缺陷周期性、正、负缺陷非周期性三种PT对称晶格势中的稳定性特征。结果表明,在三种PT对称晶格势中,一定参数范围内的涡旋光孤子是稳定的。

2 理论模型

自聚焦媒质中,光束在二维PT对称晶格势中传输的无量纲化的非线性薛定谔方程为

$$i\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + pRU + \sigma|U|^2U = 0, \quad (1)$$

式中 $U(x, y, z)$ 是波函数,光束沿着纵向 z 轴方向传播, x 轴和 y 轴是光束的横向展开方向, p 为晶格调制深度,非线性系数 σ 是常数,且自聚焦媒质中 $\sigma > 0$, $R(x, y)$ 是PT对称晶格势,满足 $R(x, y) = R^*(-x, -y)$, 其中上标 * 表示取复共轭,并且 $R(x, y)$ 的折射率分布为 $n(x, y) = n_r(x, y) + in_i(x, y)$, 实部 $n_r(x, y)$ 是偶函数,即 $n_r(-x, -y) = n_r(x, y)$, 虚部 $n_i(x, y)$ 是奇函数,即 $n_i(x, y) = -n_i(-x, -y)$ ^[22]。设 $R(x, y) = V(x, y) + iW(x, y)$, 常数 V_0 和 W_0 分别为PT对称晶格势系数的实部和虚部,其表达式为

$$V(x, y) = V_0 \left\{ \cos^2(x + y) [1 + \varepsilon \operatorname{sech}^2(x + y)] + \cos^2(x - y) [1 + \varepsilon \operatorname{sech}^2(x - y)] \right\}, \quad (2a)$$

$$W(x, y) = W_0 \left\{ \sin[2(x + y)] + \sin[2(x - y)] \right\}, \quad (2b)$$

式中当 $\varepsilon = 0$ 时, $R(x, y)$ 为零缺陷周期性PT对称晶格势,当 $\varepsilon < 0$ 时, $R(x, y)$ 为负缺陷非周期性PT对称晶格势,相反,当 $\varepsilon > 0$ 时, $R(x, y)$ 为正缺陷非周期性PT对称晶格势。(1)式的能量 $E = \iint |U|^2 dx dy$ 。

运用变分法讨论零缺陷周期性PT对称晶格势中孤子的动力学特征。(1)式的拉格朗日量 L 为^[23-24]

$$L = \frac{i}{2} \left(U^* \frac{\partial U}{\partial z} - U \frac{\partial U^*}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} \left(\left| \frac{\partial U}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|^2 \right) + \frac{1}{2} pR|U|^2 + \frac{1}{2} \sigma |U|^4. \quad (3)$$

设(1)式的解为高斯尝试函数,即

$$U(x, y, z) = N(z) \exp \left[-\frac{x^2}{2\omega_x^2} + \frac{i}{2} C_x(z) x^2 + i\phi_x(z) \right] \exp \left[-\frac{y^2}{2\omega_y^2} + \frac{i}{2} C_y(z) y^2 + i\phi_y(z) \right], \quad (4)$$

式中 $N(z)$, $\omega_x(z)$, $\omega_y(z)$, $C_x(z)$, $C_y(z)$, $\phi_x(z)$, $\phi_y(z)$ 分别代表光束的振幅, x 、 y 方向上的宽度,啁啾和相位,都是关于 z 的函数。由拉格朗日方程 $L(z) = \int \int L dx dy$ 得平均拉格朗日函数为

$$L(z) = \frac{\pi}{4} N^2 \omega_x^3 \omega_y \frac{\partial C_x}{\partial z} - \frac{\pi}{4} N^2 \omega_x \omega_y^3 \frac{\partial C_y}{\partial z} - \pi N^2 \omega_x \omega_y \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial z} + \frac{\partial \phi_y}{\partial z} \right) - \frac{\pi}{4} N^2 \omega_x^3 \omega_y \left(\frac{1}{\omega_x^4} + C_x^2 \right) - \frac{\pi}{4} N^2 \omega_x \omega_y^3 \left(\frac{1}{\omega_y^4} + C_y^2 \right) + \frac{\pi}{4} N^4 \sigma \omega_x \omega_y + \frac{\pi}{2} N^2 p V_0 \omega_x \omega_y [1 - \exp(-\omega_x^2 - \omega_y^2)]. \quad (5)$$

欧拉-拉格朗日方程

$$\frac{\partial L(z)}{\partial \xi} - \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial L(z)}{\partial (\partial \xi / \partial z)} = 0, \quad (6)$$

式中 ξ 用 $N(z)$ 、 $\omega_x(z)$ 、 $\omega_y(z)$ 、 $C_x(z)$ 、 $C_y(z)$ 、 $\phi_x(z)$ 、 $\phi_y(z)$ 代替得到

$$\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} = \frac{1}{\omega_x^3} + pV_0 \omega_x \exp(-\omega_x^2 - \omega_y^2) - \frac{N^2 \sigma}{2\omega_x}, \quad (7a)$$

$$\frac{\partial^2 \omega_y}{\partial z^2} = \frac{1}{\omega_y^3} + pV_0 \omega_y \exp(-\omega_x^2 - \omega_y^2) - \frac{N^2 \sigma}{2\omega_y}. \quad (7b)$$

(7)式决定了孤子的演化规律,可以看出,晶格势特征、调制深度和非线性系数均对孤子宽度有影响,且横向 x

和 y 方向上的影响效果是类似的,并且,由于PT对称晶格势的虚部 $W(x,y)$ 是奇函数,在积分过程中约去。

选择变换 $\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} = -\frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{1}{2\omega_x^2} + \frac{1}{2} p V_0 \exp(-\omega_x^2 - \omega_y^2) + \frac{1}{2} N^2 \sigma \ln(\omega_x) \right]$, 则 x 方向的势能为

$$T(\omega_x) = \frac{1}{2\omega_x^2} + \frac{1}{2} p V_0 \exp(-\omega_x^2 - \omega_y^2) + \frac{1}{2} N^2 \sigma \ln(\omega_x). \quad (8a)$$

同理, y 方向的势能为

$$T(\omega_y) = \frac{1}{2\omega_y^2} + \frac{1}{2} p V_0 \exp(-\omega_x^2 - \omega_y^2) + \frac{1}{2} N^2 \sigma \ln(\omega_y). \quad (8b)$$

由(8)式可以看出,晶格势特征、调制深度和非线性系数均对孤子势能有影响,且横向 x 和 y 方向上的影响效果是相同的。

运用线性稳定性分析方法,得到(1)式的微扰解为^[25]

$$U(x,y,z) = [w(x,y) + f(x,y)\exp(\mu z) + g^*(x,y)\exp(\mu^* z)]\exp(i\lambda z), \quad (9)$$

式中 $w(x,y)$ 是基态解, $f(x,y)$ 和 $g(x,y)$ 是基态解的微小扰动, μ 是微扰因子, λ 是传播常数。将(9)式代入(1)式中得到 $f(x,y)$ 和 $g(x,y)$ 的线性本征值方程:

$$-i\mu f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + pRf - \lambda f + 2\sigma|w|^2 f + \sigma w^2 g, \quad (10a)$$

$$i\mu g = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} + pR^*g - \lambda g + 2\sigma|w|^2 g + \sigma(w^*)^2 f. \quad (10b)$$

对(10a)、(10b)式数值求解,可以判别涡旋光孤子的稳定性。

3 数值计算与分析

当晶格势为零缺陷周期性PT对称晶格势(即 $\varepsilon = 0$)时,孤子演化过程见图1~4。图1(a)~(c)展示了零缺陷晶格势的周期性和奇偶性等性质。图1(d)~(f)为孤子传输的强度、相位图。可以看到,孤子的强度呈涡旋环状分布,中心强度值极小;孤子的相位呈现梯度变化,得到的孤子为涡旋孤子。

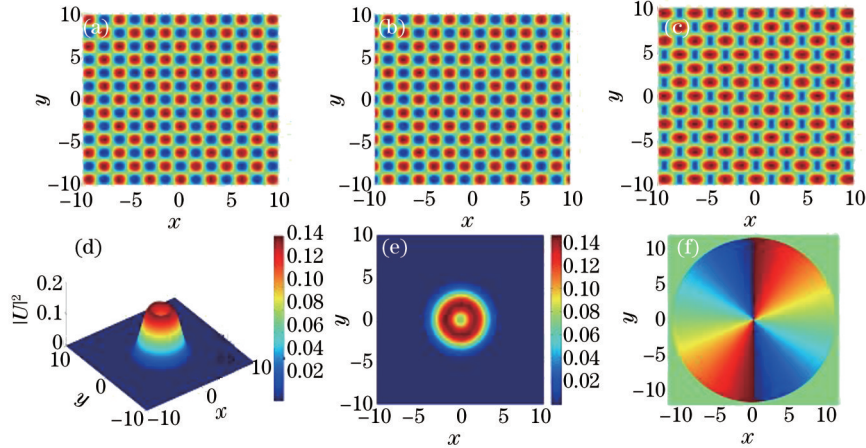


图1 (a)、(b)晶格势实部 $V(x,y)$ 和虚部 $W(x,y)$ 的剖面图; (c)晶格势 $|R(x,y)|$ 的剖面图; (d)、(e)孤子的强度图和其在 x - y 平面上的投影图; (f) 孤子的相位图 [$\varepsilon = 0, \sigma = 1, p = 0.2$, (a)~(c) $V_0 = 1, W_0 = 0.5$, (d)~(e) $V_0 = 0.2, W_0 = 0.4$]

Fig.1 Cross-sections of (a) real part $V(x,y)$, (b) imaginary part $W(x,y)$ and (c) $|R(x,y)|$ of PT; (d) intensity of soliton and (e) its projection on x - y plane; (f) phase of soliton [$\varepsilon = 0, \sigma = 1, p = 0.2$, (a)~(c) $V_0 = 1, W_0 = 0.5$, (d)~(e) $V_0 = 0.2, W_0 = 0.4$]

图2(a)~(d)是 x 、 y 方向上孤子宽度与传播距离关系图,孤子的初始宽度设为1。图2(a)、(b)为调制深度 $p = 1, 2, 3$ 下孤子宽度的变化情况。可以看出,随着传播距离 z 的增大,孤子宽度平均值分别在1.35、1.6和1.9附近呈现周期性振荡变化并保持稳定;调制深度 p 变大,孤子宽度的平均值、振荡幅度和周期均变大。图2(c)、(d)为非线性系数 $\sigma = 1.8, 2.28, 2.8$ 下孤子宽度的变化规律。当 $\sigma = 2.28$ 时,孤子宽度不变;当 $\sigma < 2.28$ 时,孤子宽度在1.15附近作周期性振荡变化并保持稳定的;当 $\sigma > 2.28$ 时,孤子宽度在0.9附近作周期性振荡变

化并保持稳定的。因此,非线性系数和调制深度显著地影响了孤子的宽度变化。图 2(e)、(f)为调制深度 $p=1,2,3$ 下 x 和 y 方向上孤子的势能与孤子宽度的关系。可以看到,当孤子宽度趋向于零时,势能趋向于无穷大;当孤子宽度大于 2 时,势能为零,说明孤子的势能存在于孤子宽度小于或等于 2 的范围内。当孤子宽度为 0.2 时,势能达到最小值;调制深度 p 增加,孤子势能深度增加,势阱增加,束缚孤子的能力增强,孤子传输的稳定性越高。因此,调制深度 p 能够改变孤子的势能,当势能深度增加时,势阱加深,囚禁孤子的能力加强,孤子的稳定性增强。

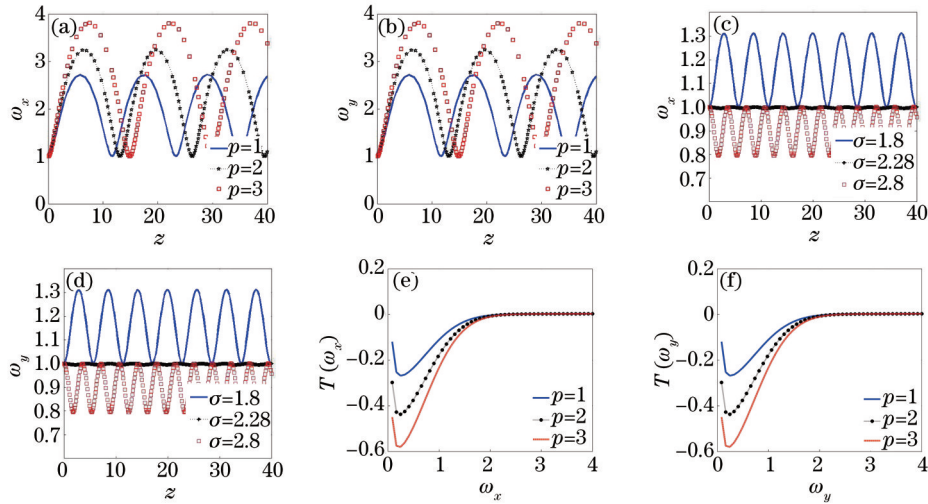


图 2 (a)~(d) 孤子宽度在 z 方向上的变化情况, $V_0=1$, (a)、(b) $\sigma=1$, (c)、(d) $p=1$; (e)、(f) x 和 y 方向上的孤子势能与孤子宽度的关系, $\sigma=1, V_0=-1$

Fig.2 Width of (a) x and (b) y direction with $V_0=1, \sigma=1$; width of (c) x and (d) y direction with $V_0=1, p=1$; relationship between potential and width of (e) x and (f) y direction with $\sigma=1, V_0=-1$

图 3(a)~(c)为不同调制深度 p 下传播常数与能量的关系。由图可知,孤子的能量 E 随传播常数 λ 的增加而增加;非线性系数 σ 越大,曲线斜率越小,能量增加的越慢。当能量增长时, $E(\lambda)$ 曲线斜率是正的(即 $dE/d\lambda > 0$),由 Vakhitov 稳定性判据^[26]可以判断,此时孤子是稳定的。当 $p=1,4,7$ 时,孤子分别在 $\lambda \leq 0.6$ 、 $\lambda \leq 3.1$ 和 $\lambda \leq 6.4$ 的范围内孤子能量很小,孤子是不稳定的。图 3(d)为传播常数与微扰因子实部的关系。因为微扰因子实部为零时孤子是稳定的,则由图可知,当 $p=1,4,7$ 时,分别在 $\lambda \leq 3$ 、 $\lambda \leq 10$ 和 $\lambda \leq 17$ 的范围内孤子是稳定的。综上可知,调制深度 $p=1,4,7$ 时,分别在 $0.6 \leq \lambda \leq 3$ 、 $3.1 \leq \lambda \leq 10$ 和 $6.4 \leq \lambda \leq 17$ 的范围内孤子是稳定的。因此,调制深度 p 越大,孤子的稳定性范围越大;稳定孤子的能量随传输常数的增加而增加。

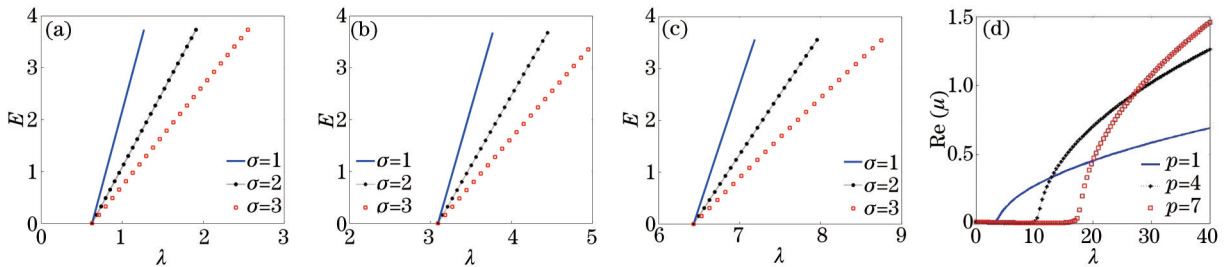


图 3 (a)~(c)传播常数与能量的关系, $V_0=1.2, W_0=1.8, \sigma=1,2,3$, (a) $p=1$ 、(b) $p=4$ 、(c) $p=7$; (d) 传播常数与微扰因子实部的关系, $\sigma=1, V_0=1.2, W_0=1.8, p=1,4,7$

Fig.3 (a)~(c) Relationship between λ and E with $V_0=1.2, W_0=1.8, \sigma=1,2,3$, (a) $p=1$, (b) $p=4$, (c) $p=7$; (d) relationship between λ and $\text{Re}(\mu)$ with $\sigma=1, V_0=1.2, W_0=1.8$ and $p=1,4,7$

当晶格势为非周期性负缺陷 PT 对称晶格势 ($\varepsilon=-0.5$) 时,孤子演化过程见图 4。图 4 与图 1 和图 3 对比,可以得出相同的结论,即光束在负缺陷晶格势作用下同样能形成涡旋光孤子;调制深度 $p=2,5$ 时,分别在 $0.85 \leq \lambda \leq 2.8$ 和 $3.15 \leq \lambda \leq 5.8$ 的范围内孤子是稳定的;稳定孤子的能量随传输常数的增加而增加。

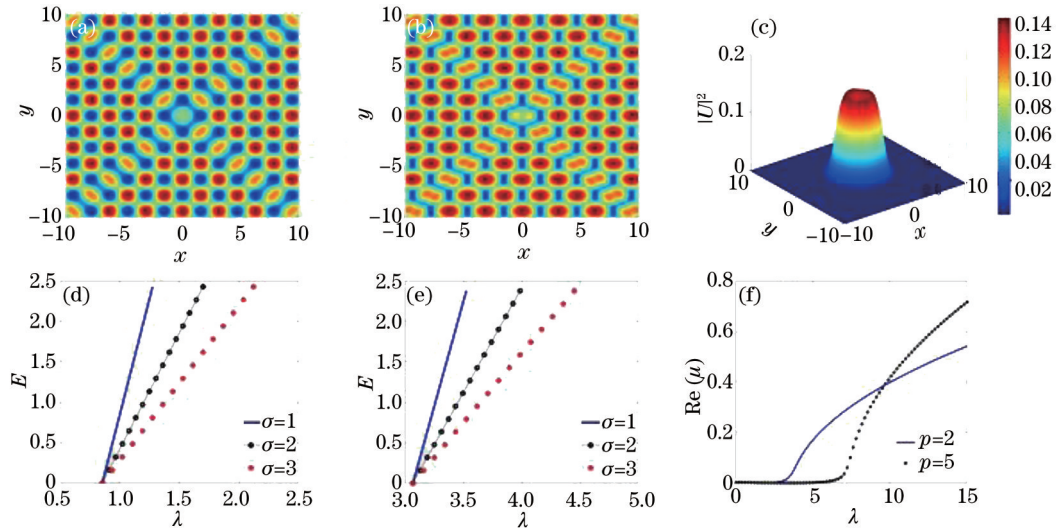


图4 (a)、(b) $V(x,y)$ 和 $|R(x,y)|$ 的剖面图, (c) 孤子强度图, $V_0=1$ 、 $W_0=0.5$ 、 $\sigma=1$ 、 $p=0.06$; (d)、(e) 传播常数与能量的关系, (d) $p=2$ 、(e) $p=5$; (f) 传播常数与微扰因子实部的关系, $\sigma=1$ 、 $V_0=1.2$ 、 $W_0=1.8$

Fig.4 Cross-sections of (a) $V(x,y)$ and (b) $|R(x,y)|$, (c) intensity of soliton with $V_0=1$, $W_0=0.5$, $\sigma=1$ and $p=0.06$; (d), (e) relationship between λ and E with (d) $p=2$ and (e) $p=5$; (f) relationship between λ and $\text{Re}(\mu)$ with $\sigma=1$, $V_0=1.2$ and $W_0=1.8$

当晶格势为非周期性正缺陷 PT 对称晶格势 ($\varepsilon=0.5$) 时, 孤子演化过程见图 5。从图中可以看出, 其结论是与负缺陷对称晶格势中孤子的研究结论是类似的, 调制深度 $p=2, 5$ 时, 分别在 $2.3 \leq \lambda \leq 7.1$ 和 $6.05 \leq \lambda \leq 16.5$ 的范围内孤子是稳定的。图 6 为孤子在加入 5% 的白噪声微扰后传输距离 $z=20, 60, 100$ 时光强在 $x-y$ 平面上的投影图。由图可知, 在一定参数条件下, 孤子是稳定传输的。

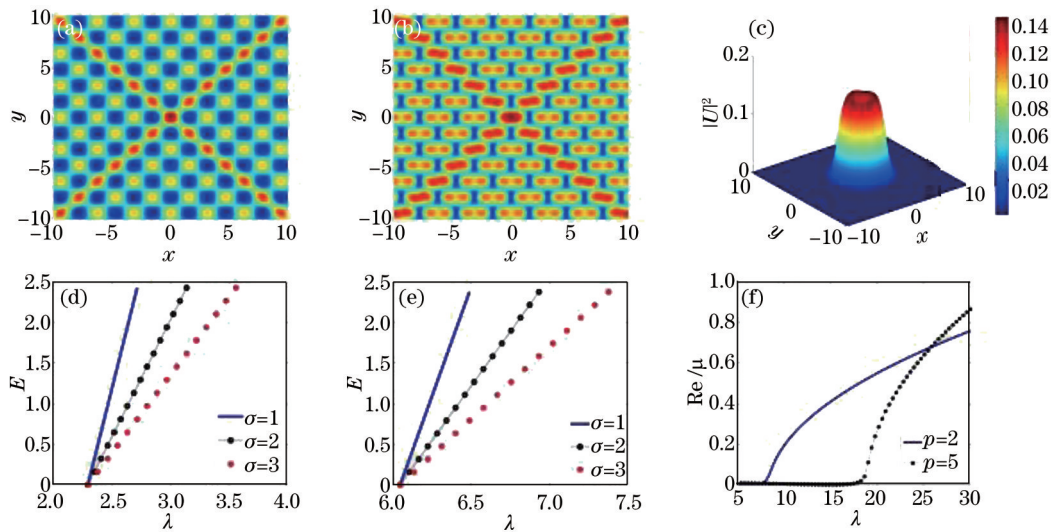


图5 (a)、(b) $V(x,y)$ 和 $|R(x,y)|$ 的剖面图, (c) 孤子强度图, $V_0=1$ 、 $W_0=1$ 、 $\sigma=1$ 、 $p=0.03$; (d)、(e) 传播常数与能量的关系, (d) $p=2$ 、(e) $p=5$; (f) 传播常数与微扰因子实部的关系, $\sigma=1$ 、 $V_0=1.2$ 、 $W_0=1.8$

Fig.5 Cross-sections of (a) $V(x,y)$ and (b) $|R(x,y)|$, (c) intensity of soliton with $V_0=1$, $W_0=0.5$, $\sigma=1$ and $p=0.03$; (d), (e) relationship between λ and E with (d) $p=2$ and (e) $p=5$; (f) relationship between λ and $\text{Re}(\mu)$ with $\sigma=1$, $V_0=1.2$ and $W_0=1.8$

4 结 论

分析了自聚焦媒质中的涡旋光孤子在零缺陷周期性和正、负缺陷非周期性三种 PT 对称晶格势中的稳定性特征。结果表明, 改变晶格势的调制深度和非线性系数可以改变孤子的宽度和势能, 调制深度越大, 孤子越稳定; 恰当地选择非线性系数, 能够得到稳定的孤子, 且孤子能量随着传播常数的增加而增加。因此, 晶格调制深度和非线性系数能够调控孤子在 PT 晶格势中稳定传输。

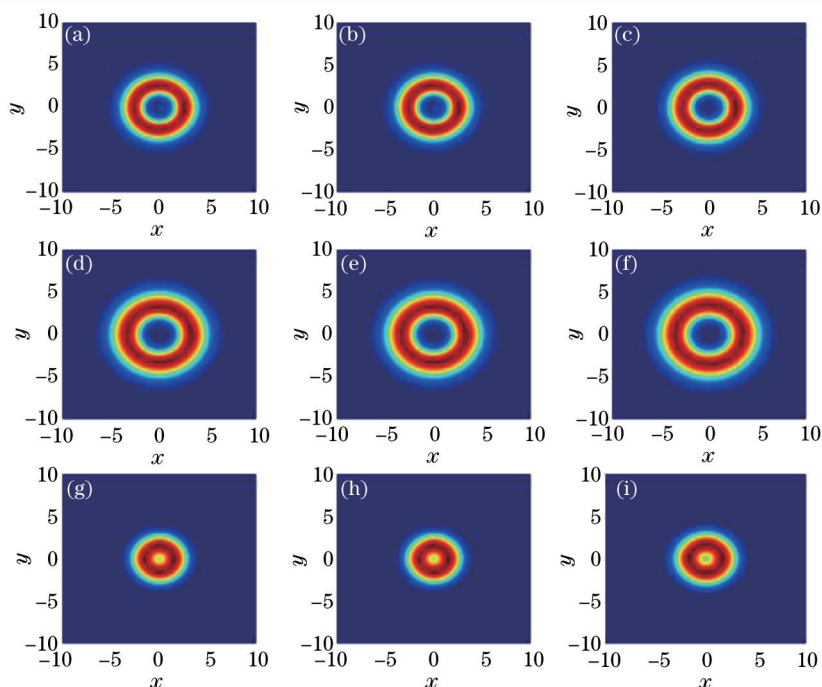


图6 孤子在加入5%的白噪声的微扰后不同传输距离时光强在 x - y 平面上的投影图。(a) 零缺陷, $z=20$; (b) 零缺陷, $z=60$; (c) 零缺陷, $z=100$; (d) 负缺陷, $z=20$; (e) 负缺陷, $z=60$; (f) 负缺陷, $z=100$; (g) 正缺陷, $z=20$; (h) 正缺陷, $z=60$; (i) 正缺陷, $z=100$

Fig.6 Projections on x - y plane of intensity of soliton after adding 5% white noise at different transmission distances.
 (a) Zero defect, $z=20$; (b) zero defect, $z=60$; (c) zero defect, $z=100$; (d) negative defects, $z=20$; (e) negative defects, $z=60$;
 (f) negative defects, $z=100$; (g) positive defects, $z=20$; (h) positive defects, $z=60$; (i) positive defects, $z=100$

参 考 文 献

- 1 Bender C M, Boettcher S. Real spectra in non-Hermitian Hamiltonians having PT-symmetry[J]. Phys Rev Lett, 1998, (80)24: 5243-5246.
- 2 Siliu Xu, Milivoj R Belic. Three-dimensional Hermite-Bessel solitons in strongly nonlocal media with variable potential coefficients[J]. Opt Commun, 2014, 313: 62-69.
- 3 Siliu Xu, Milivoj R Belic. Light bullets in spatially modulated Laguerre-Gauss optical lattices[J]. J Opt Soc Am B, 2013, 30(10): 2715-2721.
- 4 Siliu Xu, Milivoj R Belic. Light bullets in three-dimensional complex Ginzburg-Landau equation with spatially modulated Kummer-Gauss optical lattice[J]. Europhys Lett, 2014, 108(3): 34001.
- 5 Chen Jilong, Shi Zhiwei, Li Huagang. Nonparaxial spatial optical solitons in the nonlocal nonlinear media[J]. Chinese J Lasers, 2014, 108(3): 0302005.
 陈继龙, 石智伟, 李华刚. 非局域非线性介质中的非傍轴空间光孤子[J]. 中国激光, 2014, 108(3): 0302005.
- 6 Liu Jiannan, Xu Siliu. Research of spatial-soliton transmission characteristics in nonlocal nonlinear medium[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(4): 040602.
 刘建南, 徐四六. 非定域非线性介质中空间光孤子传输特性的研究[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(4): 040602.
- 7 Zhang Jiefang, Zhao Bi, Hu Wencheng, et al.. Interaction propagation of optical vortex solitons in inhomogeneous nonlinear waveguides[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(4): 0419001.
 张解放, 赵 辟, 胡文成, 等. 非均匀非线性波导中涡旋光孤子的相互作用传播[J]. 光学学报, 2013, 33(4): 0419001.
- 8 Zhang Jiefang, Lou Jihui. Line optical rogue waves and transmission controlling in inhomogeneous nonlinear waveguides[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(9): 0919001.
 张解放, 楼吉辉. 非均匀非线性波导中线光学畸形波及其传播控制[J]. 光学学报, 2013, 33(9): 0919001.
- 9 Bai Dongfeng, Wang Yi, Hua Xianli. Variational investigation of beam propagation in nonlocal optical lattice[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(11): 111901.

- 白东峰, 王 毅, 华显立. 非局域光学格子中光束传输的变分研究[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(11): 111901.
- 10 Klaiman S, Günther U, Moiseyev N. Visualization of branch points in PT symmetric waveguides[J]. Phys Rev Lett, 2008, 101(8): 080402.
- 11 Guo A, Salamo G J, Duchesne D, *et al.*. Observation of PT symmetry breaking in complex optical potentials[J]. Phys Rev Lett, 2009, 103(9): 093902.
- 12 Ruter C E, Makris K G, El-Ganainy R, *et al.*. Observation of parity - time symmetry in optics[J]. Nat Phys, 2010, 6(3): 192-195.
- 13 Miri M A, Aceves A B, Kottos T, *et al.*. Bragg solitons in nonlinear PT-symmetric periodic potentials[J]. Phys Rev A, 2012, 86(3): 033801.
- 14 N V Alexeeva, I V Barashenkov, A A Sukhorukov, *et al.*. Optical solitons in PT-symmetric nonlinear couplers with gain and loss[J]. Phys Rev A, 2012, 85(6): 063837.
- 15 K G Makris, R El-Ganainy, D N Christodoulides, *et al.*. Beam dynamics in PT symmetric optical lattices[J]. Phys Rev Lett, 2008, 100(10): 103904.
- 16 Lin Z, Ramezani H, Eichelkraut T, *et al.*. Unidirectional invisibility induced by PT-symmetric periodic structures[J]. Phys Rev Lett, 2011, 106(21): 213901.
- 17 Nixon S, Zhu Y, Yang J K. Nonlinear dynamics of wave packets in parity-time-symmetric optical lattices near the phase transition point[J]. Opt Lett, 2012, 37(23): 4874-4876.
- 18 Dai C Q, Wang Y Y. Nonautonomous solitons in parity-time symmetric potentials[J]. Opt Commun, 2014, 315: 303-309.
- 19 Jisha C P, Alberucci A, Brazhnyi V A, *et al.*. Nonlocal gap solitons in PT-symmetric periodic potentials with defocusing nonlinearity[J]. Phys Rev A, 2014, 89(1): 013812.
- 20 Lu Z, Zhang Z M. Defect solitons in parity-time symmetric superlattices[J]. Opt Express, 2011, 19(12): 11457-11462.
- 21 Hu S M, Hu W. Defect solitons in parity-time symmetric optical lattices with self-defocusing nonlinearity[J]. Opt Commun, 2013, 294: 311-324.
- 22 Mussliman Z H, Makris K G, El-Ganainy R, *et al.*. Optical solitons in PT periodic potentials[J]. Phys Rev Lett, 2008, 100(3): 030402.
- 23 Skarka V, Aleksic N B. Stability criterion for dissipative soliton solutions of the one-, two-, and three-dimensional complex cubic-quintic Ginzburg-Landau equations[J]. Phys Rev Lett, 2006, 96(1): 013903.
- 24 Cerda S C, Cavalcanti S B, Hickmann J M. A variational approach of nonlinear dissipative pulse propagation[J]. Eur Phys J D, 1998, 1(3): 313-316.
- 25 Kartashov Y V, Egorov A A, Vysloukh V A, *et al.*. Surface vortex solitons[J]. Opt Express, 2006, 14(9): 4049-4057.
- 26 Vakhitov N G, Kolokolov A A. Stationary solutions of the wave equation in a medium with nonlinearity saturation[J]. Radiophys Quantum Electron, 1973, 16(7): 783-789.

栏目编辑: 史 敏