

# 激光测高仪平顶高斯光束条件下的回波参数模型

马 跃<sup>1</sup> 李 松<sup>2</sup> 阳凡林<sup>1</sup> 周 辉<sup>2</sup>

<sup>1</sup>山东科技大学测绘科学与工程学院, 山东 青岛 266590

<sup>2</sup>武汉大学电子信息学院, 湖北 武汉 430060

**摘要** 星载激光测高仪通过提取激光回波参数计算卫星与地表的距离, 结合轨道和姿态信息生成激光脚点的三维坐标。普通高斯光束的空间能量分布随光斑半径增加迅速衰减, 不利于探测复杂和分层的地表目标, 而平顶高斯光束可以克服这一缺点。根据平顶高斯光束和激光测高回波的相关理论推导得出平顶高斯激光模式下回波波形主要参数的解析式, 并使用波形模拟器、波形处理算法, 以及地球科学激光测高系统(GLAS)真实回波对所得理论模型进行了验证, 结果显示不同阶数激光脉冲的对比偏差都小于3%, 且随着目标斜率或阶数的增加, 回波宽度和距离误差也随之增加, 4阶平顶高斯光束目标斜率0.05时对应的距离误差超过10 cm。

**关键词** 遥感; 激光测高; 平顶高斯光束; 波形宽度; 测距误差

**中图分类号** TP722      **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/CJL201542.0413002

## Model of Waveform Parameters for Laser Altimeter System Under Flattened Gaussian Beams

Ma Yue<sup>1</sup> Li Song<sup>2</sup> Yang Fanlin<sup>1</sup> Zhou Hui<sup>2</sup>

<sup>1</sup>College of Geomatics, Shandong University of Science and Technology, Qingdao, Shandong 266590, China

<sup>2</sup>School of Electronic Information, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430079, China

**Abstract** The distance between satellite and target is calculated through extracting parameters of received waveforms, combined with orbit and attitude information, the accurate location and elevation of laser footprint are acquired. For common Gaussian laser beam, the spatial distribution of energy decays rapidly with the increase of laser spot radius, which is not suitable for detecting the complicated and layered ground target, while the flattened Gaussian beam can overcome this drawback. According to the theory of flattened Gaussian beam and waveform model of laser altimeter, the primary parameters of received waveform are derived and verified using laser altimetry waveform simulator, waveform processing algorithm and actual geoscience laser altimeter system (GLAS) waveforms. The results show that the contrast deviations of different order laser pulses are all less than 3%, the waveform width and range error increase with the rising of target slope or order number, and the corresponding range error of the 4th order flattened Gaussian beam under target stope of 0.05 is more than 10 cm range error.

**Key words** remote sensing; laser altimeter; flattened Gaussian beam; waveform width; range error

**OCIS codes** 010.4458; 140.3538; 120.0280; 280.3640

## 1 引言

星载激光测高系统通过接收卫星平台激光器发出的激光脉冲经地表反射的微弱回波, 精确计算激光脉冲在卫星和地面之间的渡越时间, 从而得到卫星和地表的距离; 结合卫星精密轨道和姿态数据, 生成激光脚点精确地理位置和高程结果<sup>[1]</sup>。ICESat卫星搭载的地球科学激光测高系统(GLAS)于2003年发射升空, 在轨

收稿日期: 2014-10-10; 收到修改稿日期: 2014-12-01

基金项目: 国家科技支撑计划项目(2012BAB16B01)、国家“十二五”民用航天预研项目(卫星激光测量数据处理及冰层高度变化反演)资助课题、卫星测绘技术与应用国家测绘地理信息局重点实验室经费资助项目(KLAMTA201408)、青岛市博士后研究人员应用研究项目资助

作者简介: 马 跃(1986—), 男, 讲师, 博士, 主要从事激光遥感和光电检测等方面的研究。E-mail: mayue19860103@163.com

运行7年,是目前为止唯一一颗用于全球地表观测的星载激光测高系统。其激光发散角在亚毫弧量级,水平分辨率高于微波雷达方式;由于其发射的1064 nm波长激光位于大气透过窗口可以直接被冰盖和海洋表面反射,几乎没有穿透效应,所以设计高程精度可达15 cm<sup>[2]</sup>。这些优点使得激光测高仪有利于监测南北极冰盖变化、极区附近海冰变化、植被年际变化和大气环境变化<sup>[3-7]</sup>。

GLAS系统使用的是基模高斯脉冲光束,光束能量在空间满足二维高斯分布,即激光光斑中央能量较强,随半径增加迅速衰减。在实际应用中,对于地表较为复杂的分层目标,其有效覆盖区域太小,不利于进行森林植被等目标的监测。而平顶高斯光束的空间能量分布较为均匀,在一定的半径范围内,能量几乎为恒定值,非常有利于探测这一类目标。

论文根据平顶高斯激光脉冲和激光测高仪回波波形的相关理论对平顶高斯激光模式下回波主要参数,包括能量、宽度、重心方差的解析式进行了推导;结合激光测高仪波形模拟器、波形参数提取算法,以及GLAS真实回波和处理结果,对所得解析式进行了对比验证;最后对由回波重心方差原因导致的距离误差进行了数值分析。

## 2 理论模型

### 2.1 平顶高斯光束模型

由基模构成的激光脉冲,其能量分布在时间和空间上都满足高斯分布,通常表示为

$$|a(\rho, z)|^2 = \frac{Q}{2\pi(z \tan \theta_r)^2} \exp\left[\frac{-\rho^2}{2z^2 \tan^2 \theta_r}\right], \quad (1)$$

$$|f(t)|^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_r} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma_r^2}\right), \quad (2)$$

式中  $\rho$  为距离光斑中心的半径距离,  $Q$  为激光脉冲能量,  $z$  为测高仪轨道高度,  $\theta_r$  为光束发散角,  $\sigma_r$  为高斯宽度。普通高斯脉冲的能量主要集中在半径很小的区域,而多阶平顶高斯光束的中央能量分布较为均匀;根据文献[8-9],多阶平顶高斯光束空间能量分布满足:

$$a(\rho) = \exp\left(-\frac{\rho^2}{w^2}\right) \sum_{k=0}^N \frac{1}{k!} \left(\frac{\rho^2}{w^2}\right)^k \quad N=0,1,2\cdots N. \quad (3)$$

按照(1)式的表达形式,将(3)式进行归一化处理,结果如下:

$$|a(\rho, z)|^2 = \frac{Q}{2\pi(z \tan \theta_r)^2} \exp\left[-\frac{\rho^2}{(z \tan \theta_r)^2}\right] \cdot \sum_{k=0}^N \frac{1}{k!} \left[\frac{\rho^2}{(z \tan \theta_r)^2}\right]^k \quad N=0,1,2\cdots N, \quad (4)$$

当  $k=4$  时,平顶高斯光束在空间的能量分布由图1所示。其中横纵坐标的单位是比例系数,即与普通高斯光束发散角对应的地表激光光斑半径的比值。

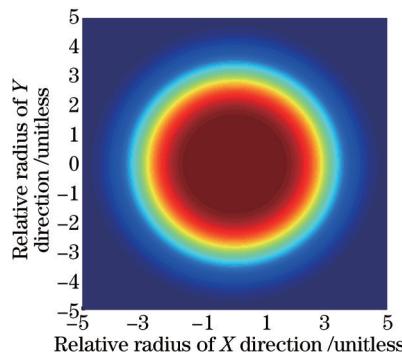


图1 4阶平顶高斯光束空间能量分布

Fig.1 Space energy distribution of the 4th order flattened Gaussian beam

### 2.2 回波参数的理论模型

卫星平台激光器发射的激光脉冲经过一次菲涅尔衍射,入射到地表经过目标反射,再经过一次菲涅耳衍射,到达接收望远镜视场,望远镜接收到回波光子数随时间的变化  $S(t)$  为<sup>[10]</sup>

$$S(t) = \frac{\eta A_R T_a^2}{hvz^2} \int_{\Sigma} \beta(\rho) |a(\rho, z)|^2 |f(t - \psi)|^2 d^2 \rho, \quad (5)$$

式中  $\beta(\rho)$  为光斑内目标反射率,  $T_a$  为大气透过率,  $A_R$  为接收望远镜面积,  $\Sigma$  为目标光斑照射区域,  $h$  为普朗克常数,  $v$  为光波频率,  $\eta$  为接收系统能量利用率,  $\psi$  为由于地表起伏和点对面测距引起的时间延迟, 满足  $\psi = 2z/c - \rho^2/cz + 2\xi(\rho)/c$ ,  $\xi(\rho)$  为目标表面高程轮廓。

衡量激光回波信号质量的重要参数回波光子数  $N$ , 回波宽度  $\sigma_s^2$  和回波时间重心方差  $V_{ar}(T_s)$  分别影响了回波的整体能量, 波形形状和激光测距的不确定度。对(5)式积分, 其结果即为回波能量  $N$ 。实际上, 如果被测目标、环境参数和硬件参数都相同, 激光模式的变化并不影响整体回波能量。

回波宽度  $\sigma_s^2$  是  $S(t)$  的二阶中心矩, 表示为

$$\sigma_s^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (t - T_s)^2 S(t) dt / \int_{-\infty}^{\infty} S(t) dt, \quad (6)$$

式中  $T_s$  表示回波重心位置, 满足  $T_s = 2z(1 + \tan^2 \theta_T)/c$ 。假设反射率  $\beta$  在激光光斑范围内是常数, 并考虑由光束指向角和地表斜率合成的综合斜率  $\varphi$  的影响, 将(1)、(4)、(5)式代入(6)式可得在不同模式激光脉冲条件下的回波宽度, 普通高斯脉冲回波宽度为

$$\sigma_s^2 = \sigma_f^2 + \frac{4V_{ar}(\xi)}{c^2 \cos^2 \varphi} + \frac{4z^2 \tan^2 \varphi \tan^2 \theta_T}{c^2 \cos^2 \varphi} + \frac{4z^2 \tan^4 \theta_T}{c^2 \cos^2 \varphi}, \quad (7)$$

平顶高斯接收脉冲宽度为

$$\sigma_s^2 = \sigma_f^2 + \frac{4V_{ar}(\xi)}{c^2 \cos^2 \varphi} + \frac{2(1.5k+2)z^2 \tan^2 \theta_T \tan^2 \varphi}{c^2 \cos^2 \varphi} + \frac{z^2 \tan^4 \theta_T}{c^2 \cos^2 \varphi} \left[ \frac{8 \sum_{k=0}^N \sum_{k=0}^N (k+1)}{k+1} - (k+2)^2 \right], \quad (8)$$

式中第一项为系统效应引入的脉冲展宽, 第二项为目标表面粗糙度效应引起的脉冲展宽, 第三项为指向角和目标斜率引入的脉冲展宽, 第四项为光束弯曲引入的脉冲展宽。现有的测高系统激光器发散角在亚毫弧量级, 第四项的影响极其微弱, 因此可以忽略。当平顶高斯阶数  $k=0$  时, 两式完全相同。

根据 Gardner 理论, 激光测高仪的回波重心方差表示为<sup>[11]</sup>

$$V_{ar}(T_s) = \frac{F}{N} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} (t - T_s)^2 |f(t - \psi)|^2 dt \cdot b_s(\rho, z) d^2 \rho + K_s^{-1} \int (\psi - T_s)^2 \cdot b_s(\rho, z) d^2 \rho, \quad (9)$$

式中第一项为在弱信号条件下占主导作用的光子噪声, 第二项为在强信号条件下占主导作用的散斑噪声, 其中  $F$  为过量噪声因数, 对光电倍增管(PMT)接收器件其值为 1, 对雪崩光电二极管(APD)接收器件其值在 3~7 之间;  $K_s$  为接收孔径面积与散斑相关面积的比值,  $K_s = \pi A_R (2 \tan \theta_T / v)^2$ 。过渡积分式  $b_s(\rho, z)$  为

$$b_s(\rho, z) = |a(\rho, z)|^2 / \int |a(\rho, z)|^2 d^2 \rho, \quad (10)$$

将(1)式、(4)式代入(9)式可得在不同模式激光脉冲条件下的回波重心方差, 普通高斯的回波重心方差为

$$V_{ar}(T_s) = \frac{F \sigma_f^2}{N} + \left( \frac{F}{N} + \frac{1}{K_s} \right) \frac{4 \text{Var}(\xi)}{c^2 \cos^2 \varphi} + \left( \frac{F}{N} + \frac{1}{2K_s} \right) \frac{4z^2 \tan^2 \theta_T}{c^2 \cos^2 \varphi} (\tan^2 \theta_T + \tan^2 \varphi), \quad (11)$$

平顶高斯的回波重心方差为

$$V_{ar}(T_s) = \frac{F \sigma_f^2}{N} + \left( \frac{F}{N} + \frac{1}{K_s} \right) \frac{4 \text{Var}(\xi)}{c^2 \cos^2 \varphi} + \frac{F}{N} \left\{ \frac{2(1.5k+2)z^2 \tan^2 \theta_T \tan^2 \varphi}{c^2 \cos^2 \varphi} + \frac{z^2 \tan^4 \theta_T}{c^2 \cos^2 \varphi} \left[ \frac{8 \sum_{k=0}^N \sum_{k=0}^N (k+1)}{k+1} - (k+2)^2 \right] \right\} + \frac{1}{K_s} \left\{ \frac{2(1.5k+1)z^2 \tan^2 \theta_T \tan^2 \varphi}{c^2 \cos^2 \varphi} + \frac{z^2 \tan^4 \theta_T}{c^2 \cos^2 \varphi} \left[ \frac{\sum_{k=0}^N (k+1)(k+2)}{k+1} - (k+1)^2 \right] \right\}, \quad (12)$$

当平顶高斯阶数  $k=0$  时, 两式完全相同。

对于系统参数如 GLAS 的测高仪, 即轨道高度  $z=600 \text{ km}$ , 接收望远镜口径  $d=1 \text{ m}$ , 激光波长  $\lambda=1064 \text{ nm}$ , 光束发散角  $\theta_t=110 \mu\text{rad}$ , 发射能量  $Q=75 \text{ mJ}$ , 发射脉冲半峰全宽为  $4 \text{ ns}$ (即  $\sigma_f=2.37 \text{ ns}$ ), 激光指向角约  $0.3^\circ$ ,  $K_s=105488 \gg F/N$ , 表明噪声主要来自光子噪声的影响。

### 3 模型对比验证和分析

根据美国国家航空航天局(NASA)的激光测高仪回波波形模拟器说明文档<sup>[12]</sup>, 编写已知系统参数下不同地表目标时激光回波的波形模拟程序, 并将输入激光脉冲类型由普通高斯改进为平顶高斯光束, 生成 GLAS 系统参数下不同综合斜率时的接收回波波形, 其中地表目标分辨率网格设置为  $0.2 \text{ m} \times 0.2 \text{ m}$ , 时间分辨率为  $0.1 \text{ ns}$ 。模拟结果显示, 当综合斜率为 0 时(即激光天底入射, 且地表为平面), 普通高斯与平顶高斯回波波形几乎完全相同, 很好地符合了(7)、(8)式的理论, 即回波宽度变化影响前两项相同, 第三项综合斜率为 0 则影响为 0, 第四项影响很小可以忽略。当综合斜率为 0.05(激光指向角约  $2.86^\circ$ )时, 不同阶数的高斯脉冲对应的回波波形如图 2 所示。

0.05 的综合斜率非常具有代表性, 在南极内陆冰盖, 冰盖斜率很小, 约为 1:1000, 坡度向海岸方向依次增加, 并且南极超过一半地区坡度小于 1:300, 90% 地区坡度小于 3:200<sup>[13]</sup>。图 2 表明随着阶数的增加, 回波脉宽逐渐增加, 符合(7)、(8)式, 峰值能量则相应减少。为了验证波形模拟器生成波形及后续回波波形参数提取算法的正确性, 选取 2003 年 3 月 GLAS 在南极地区一组真实冰盖回波进行波形宽度和参数提取对比, 其结果如图 3 所示。

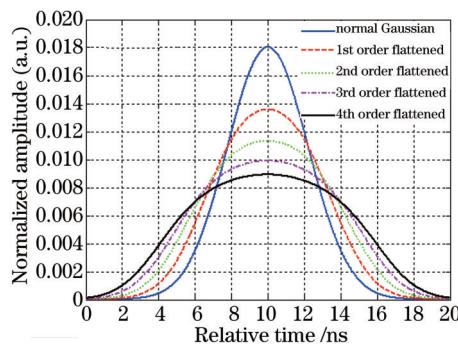


图 2 综合斜率为 0.05 时不同阶数高斯脉冲的回波波形

Fig.2 Simulated waveforms of different order beams under a slope of 0.05

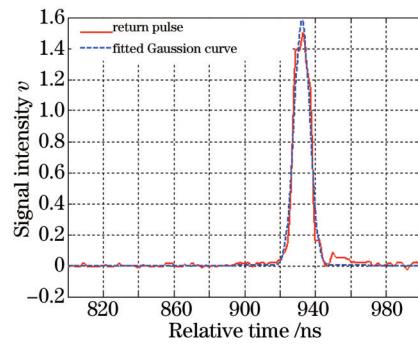


图 3 GLAS 真实回波波形及参数拟合结果

Fig.3 Actual waveform and processed result of GLAS

NASA 对该真实回波波形的处理结果为原始发射宽度  $\sigma_f=2.72 \text{ ns}$ , 回波宽度  $\sigma_s=4.40 \text{ ns}$ , 与作者计算结果完全相同, 详细算法和过程见文献[14–15], 该波形对应综合斜率小于 0.01, 是典型的南极表面回波。使用相同的参数提取算法对图 2 中所得的模拟波形进行参数提取, 并使用(7)、(8)式计算了理论宽度, 对比结果如表 1 所示, 综合斜率为 0 时的普通高斯的拟合结果如图 4(a)所示, 综合斜率为 0.05、 $k=4$  的平顶高斯光束的拟合结果如图 4(b)所示。

表 1 不同阶数高斯回波宽度的理论计算与参数提取对比

Table 1 Comparison between theoretical and simulated waveform widths with different order Gaussian beams

Slope	Orders of Gaussian beam	0	1	2	3	4
0	Theoretical pulse width /ns	2.37	2.37	2.37	2.37	2.37
	Calculated pulse width /ns	2.37	2.37	2.37	2.37	2.38
0.05	Theoretical pulse width /ns	22.16	29.24	34.91	39.78	44.12
	Calculated pulse width /ns	22.12	28.71	34.11	38.87	43.34

通过表 1 可以看出, 不同阶数高斯回波宽度的理论计算值与模拟波形的参数提取结果非常接近, 这很好地证明了(7)、(8)式的正确性。图 4 表明当阶数增加时, 回波形状产生一定的变形, 已经不是严格意义的高斯函数, 在综合斜率为 0.05 时 4 阶平顶高斯回波宽度是普通高斯回波宽度的两倍。

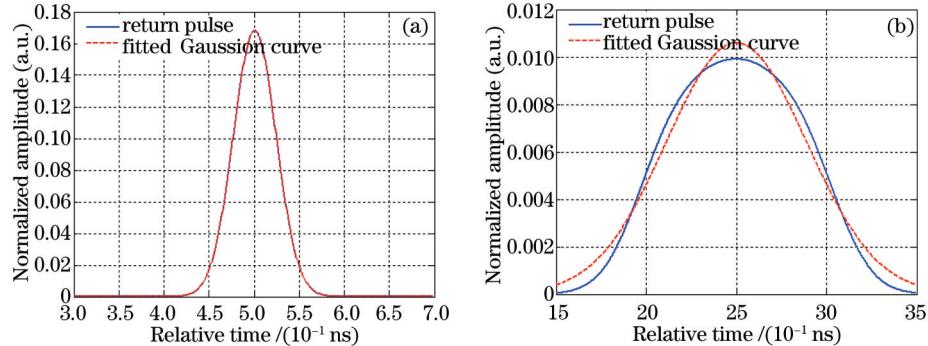


图4 不同模式的回波波形及拟合结果。(a) 综合斜率为0时的普通高斯;(b) 综合斜率为0.05,  $k=4$ 的平顶高斯光束

Fig.4 Comparison between original and fitted waveforms with different modes. (a) Normal Gaussian beam under a slope of 0;

(b) the 4th flattened Gaussian beam under a slope of 0.05

回波重心方差  $V_{\text{ar}}(T_s)$  导致的系统测距误差表示为  $\Delta R = \text{std}(T_s)c/2$ 。前面已经分析得出光子噪声在测距误差中起主导作用,对(5)式积分后得到接收光子数  $N$  代入(12)式,并进行简化得到测距误差表达式:

$$\Delta R = \frac{c}{2} \sqrt{\frac{\pi h v z^2}{\eta Q \beta A_R T_a^2 \cos \varphi} \left[ \sigma_f^2 + \frac{4V_{\text{ar}}(\xi)}{c^2 \cos^2 \varphi} + \frac{2(1.5k+2)^2 z^2 \tan^2 \theta_T \tan^2 \varphi}{c^2 \cos^2 \varphi} \right]}. \quad (13)$$

假设大气透过率  $T_a = 0.7$ , 系统能量利用率  $\eta = 0.5$ , 过量噪声因数  $F = 5$ , 地表反射率综合斜率  $\beta = 0.3$  时接收光子数  $N$  为 20478 个光子, 约 3.83 fJ, 符合 GLAS 陆地回波几个飞焦耳量级的回波能量<sup>[16]</sup>。当综合斜率为 0 时, 0~4 阶对应的距离误差均小于 1 cm, 可以忽略; 当综合斜率为 0.05 时, 0~4 阶对应的距离误差分别为 5.2、6.8、8.2、9.3、10.3 cm。因此, 随着斜率和阶数的增加, 距离误差也逐渐增加, 综合斜率为 0.05 时 4 阶平顶高斯光束对应的距离误差是普通高斯波形的两倍。

## 4 结 论

论文根据平顶高斯激光脉冲的解析式和激光测高的相关理论推导了平顶高斯激光模式下回波主要参数的理论模型,结合激光测高仪回波模拟器、波形参数提取算法,以及 GLAS 真实回波和处理结果,对所得理论进行了对比验证,结果取得了很好的一致性,不同阶数的结果偏差均小于 3%。通过仿真发现了高阶平顶高斯激光模式导致的回波变形,进一步分析了不同阶数高斯情况下测距误差的影响情况,结果表明,随着斜率和阶数的增加,距离误差也逐渐增加。文中所得理论模型和分析结果对于星载激光测高仪的系统参数设计具有一定的参考意义。

## 参 考 文 献

- 1 Schutz B E. Overview of ICES at mission[J]. Geophysical Research Letters, 2005, 32: L21S01.
- 2 Hilbert C, Schmullius C. Influence of surface topography on ICESat/GLAS forest height estimation and waveform shape[J]. Remote Sensing, 2012, 4(8): 2210–2235.
- 3 Kurtz N T, Markus T. Satellite observations of Antarctic sea ice thickness and volume[J]. Journal of Geophysical Research, 2012, 117: C08025.
- 4 He Tao, Hou Lujian, Lü Bo, et al.. Study of accuracy of lidar inversion PM2.5 concentration[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(1): 0113001.  
何 涛, 侯鲁健, 吕 波, 等. 激光雷达探测反演 PM2.5 浓度的精度研究[J]. 中国激光, 2013, 40(1): 0113001.
- 5 Bo Guangyu, Liu Dong, Wu Decheng, et al.. Two-wavelength lidar for observation of aerosol optical and hygroscopic properties in fog and haze days[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(1): 0113001.  
伯广宇, 刘 东, 吴德成, 等. 双波长激光雷达探测典型雾霾气溶胶的光学和吸湿性质[J]. 中国激光, 2014, 41(1): 0113001.
- 6 Wang Zhifei, Liu Dong, Cheng Zhongtao, et al.. Pattern recognition model for haze identification with atmospheric backscatter lidars [J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(11): 1113001.  
王治飞, 刘 东, 成中涛, 等. 基于模式识别的激光雷达遥感灰霾组分识别模型[J]. 中国激光, 2014, 41(11): 1113001.
- 7 Zhang Wei, Wu Songhua, Song Xiaoquan, et al.. Atmospheric boundary layer detected by a Fraunhofer lidar over Qingdao suburb

- [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0628002.  
张 薇, 吴松华, 宋小全, 等. 夫琅禾费暗线激光雷达探测青岛市郊大气边界层[J]. 光学学报, 2013, 33(6): 0628002.
- 8 Gori F. Flattened Gaussian beams[J]. Optics Communications, 1994, 107: 335–341.
- 9 Cerjan A, Cerjan C. Analytic solution of flat-top Gaussian and Laguerre-Gaussian laser field components[J]. Optics Letters, 2010, 35(20): 3465–3467.
- 10 Gardner C S. Ranging performance of satellite laser altimeters[J]. Transactions on geoscience and remote sensing, 1992, 30(5): 1061–1072.
- 11 Gardner C S. Target signatures for laser altimeters: an analysis [J]. Applied Optics, 1982, 21(3): 448–453.
- 12 Abshire J B, McGarry J F, Pacini L K, et al.. Laser altimetry simulator, Version 3.0 User's Guide[R]. US: NASA Goddard Space Flight Center, 1994.
- 13 Brenner A C, DiMarzio J P, Zwally H J. Precision and accuracy of satellite radar and laser altimeter data over the continental ice sheets[J]. Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2007, 45(2): 321–331.
- 14 Brenner A C, Zwally H J, Bentley C R, et al.. Derivation of range and range distributions from laser pulse waveform analysis for surface elevations, roughness, slope, and vegetation heights[R]. US: GLAS Algorithm Theoretical Basis Document Version 5.0, 2011.
- 15 Ma Yue, Li Song, Zhou Hui, et al.. Noise suppression method for received waveform of satellite laser altimeter based on adaptive filter[J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(12): 3263–3268.  
马 跃, 李 松, 周 辉, 等. 基于自适应滤波星载激光测高仪回波噪声抑制方法[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(12): 3263–3268.
- 16 Fricker H A, Borsa A, Minster B, et al.. Assessment of ICESat performance at the salar de Uyuni, Bolivia[J]. Geophysical Research Letters, 2005, 32: L21S06.

栏目编辑: 张 雁