

模拟皮肤组织中光传播的非结构化网格蒙特卡罗法

贾 浩 陈 斌 李 东 张 永

西安交通大学动力工程多相流国家重点实验室, 陕西 西安 710049

摘要 蒙特卡罗法(MC)广泛用于模拟光在皮肤组织中的传播。发展了基于四面体网格的蒙特卡罗(TMC)方法,提出了距离阈值的概念避免数值耗散导致的错误能量沉积。通过计算带有单根血管的两层皮肤模型比较了几何蒙特卡罗(GMC)、基于结构化网格的蒙特卡罗(VMC)和TMC。GMC通过数学定义组织界面,避免了离散,精度最高,但不适用于复杂的界面。VMC实施简单,但是对曲折表面的离散会导致显著的误差。TMC使用边界适应性较好的四面体单元在计算的精度和灵活性上找到了平衡。计算结果表明,TMC法对几何形状的空间适应性远强于VMC,在复杂界面区域的误差仅为VMC法的10%~25%,是一种理想的边界区域离散化的方法。

关键词 医用光学; 光传播; 蒙特卡罗法; 四面体网格; 皮肤组织

中图分类号 R318.51 **文献标识码** A

doi: 10.3788/CJL201542.0404001

Unstructured Grid Based Monte Carlo Method for the Simulation of Light Propagation in Skin Tissues

Jia Hao Chen Bin Li Dong Zhang Yong

*State Key Laboratory of Multiphase Flow in Power Engineering, Xi'an Jiaotong University,
Xi'an, Shaanxi 710049, China*

Abstract The Monte Carlo (MC) method is widely used in simulating light propagation in skin tissues. A tetrahedron-based Monte Carlo (TMC) method is developed. Energy deposition error due to numerical dissipation can be avoided by the definition of distance threshold. Laser propagation in a two-layered skin model with single blood vessel is simulated to compare geometry-based MC (GMC), voxel-based MC (VMC) and TMC. In GMC, the interface is defined mathematically without any discretization. It is the most accurate but not applicable to more complicated domains. The implement of VMC is simple but it may lead to non-neglected error due to zigzag polygonal interface. TMC provides balance between accuracy and flexibility in the treatment of photon-boundary interaction by the boundary adaptive tetrahedron cells. Numerical results reveal that space adaptability of geometrical shape of TMC is much stronger than that of VMC. Photon energy deposition error by TMC in complex interfacial region is 10%~25% of that by VMC. These results show that TMC is superior in the discretization of tissue boundaries.

Key words medical optics; light propagation; Monte Carlo method; tetrahedron mesh; skin tissues

OCIS codes 170.1870; 170.3660; 350.4600

1 引 言

生物组织中光传播行为的预测在提高医学成像的分辨率^[1]、增强激光手术的临床疗效^[2]等方面有重要的理论意义。作为一个应用广泛和易于并行^[3]的方法,蒙特卡罗(MC)方法广泛应用于预测皮肤组织中的光传

收稿日期: 2014-09-22; 收到修改稿日期: 2014-11-28

基金项目: 国家自然科学基金(51336006)、陕西省国际科技合作与交流计划(2013KW30-05)、中央高校基本科研业务费专项

作者简介: 贾 浩(1988—),男,博士研究生,主要从事激光生物传热方面的研究。E-mail: jiahaodejia@126.com

导师简介: 陈 斌(1971—),男,博士,教授,主要从事生物医学多相流和传热传质方面的研究。

E-mail: chenbin@mail.xjtu.edu.cn(通信联系人)

播行为^[4-6]。已有研究表明,散布在真皮中的鲜红斑痣(PWS)血管组织几何结构极其复杂,而且会导致未知的光子能量分布特征^[7]。因此,复杂各向异性组织的适应性是MC方法研究的一个重要课题。

几何蒙特卡罗法^[8](GMC)将蒙特卡罗方法应用于包含平面或圆柱面等可从几何学角度描述组织边界的生物介质中,结果精确,取得了较为理想的效果。但是,对于实际的复杂边界^[9-10],繁重的数学描述工作使得GMC方法少有实际应用。

基于结构化网格的蒙特卡罗法^[5,11-12](VMC)引入了六面体结构化网格离散生物介质。由于六面体结构化网格的特点是相邻节点之间的连接关系固定不变且隐含在所生成的网格中^[13],离散复杂边界较易实行,所以一经提出就得到了较广泛的应用。然而,近年来 Binzoni 等^[10,14]的研究表明,在边界结构化网格上光子强度会产生显著的误差,而且即使在网格加密^[10]的情况下这一误差也不能消除,原因是曲面边界被离散成水平或垂直界面导致反射和折射计算产生的误差不会因为网格数的增加而消失。

相比之下,非结构化四面体网格对不规则边界具有很好的适应性^[3],基于四面体网格的蒙特卡罗法 (TMC)^[15]在计算的精确性和灵活性上找到平衡。然而,文献[15]中的计算区域主要为长方体等较为规则的区域,四面体网格由长方体网格剖分而成,对于复杂区域的网格划分和光子传播计算缺乏描述。本文提出的TMC方法适用于贴体四面体网格下光子能量沉积量分布的计算,便于处理真实各向异性的复杂生物介质。通过利用GMC方法作为检验网格类MC法相对误差的基准比较了VMC和TMC的不同离散方式对光传播的影响。

2 研究方法

根据几何光学,当光子撞击到介质的界面时,将会发生反射和折射。如果入射角和法线方向确定,反射方向和折射方向将由反射定律和斯涅耳定律得到。图1显示了光子在界面的交互过程。方向向量 \mathbf{n} 、入射向量 \mathbf{U} 、反射向量 \mathbf{V} 、折射向量 \mathbf{W} 由实线箭头表示,入射角 α 为

$$\alpha = \arccos(-\mathbf{U} \cdot \mathbf{n}) . \quad (1)$$

如果发生反射,根据反射定律,反射角 β 等于入射角。如果发生折射,折射向量可由下式计算:

$$\mathbf{V} = \cos \alpha \cdot \mathbf{n} + (\cos \alpha \cdot \mathbf{n} + \mathbf{U}) = 2 \cos \alpha \cdot \mathbf{n} + \mathbf{U} . \quad (2)$$

给定界面两侧的折射率 (n_α, n_γ),斯涅耳定律描述了入射角 α 和折射角 γ 的关系为

$$n_\alpha \cdot \sin \alpha = n_\gamma \cdot \sin \gamma . \quad (3)$$

折射方向由下式计算:

$$\mathbf{W} = -\cos \gamma \cdot \mathbf{n} + \sin \gamma / \sin \alpha \cdot (\cos \alpha \cdot \mathbf{n} + \mathbf{U}) . \quad (4)$$

图1中的向量都是单位向量,圆的半径是单位向量的模。

生物光学蒙特卡罗模拟的具体实施过程见文献[8]。光子的传播路径强烈地依赖于边界形状。基于对边界的描述,可得到界面法向量,进而得到 \mathbf{W} 和 \mathbf{V} 。

如图2所示,皮肤模型由两层平行的介质层构成,分别代表表皮和真皮。真皮区域里有一根沿 y 轴的圆柱形血管。

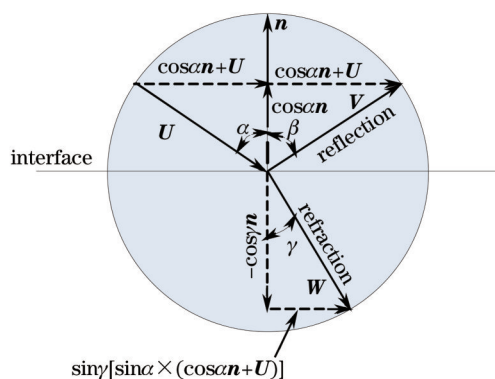


图1 光子在界面处的折射和反射

Fig.1 Reflection and refraction of photon-interface interaction

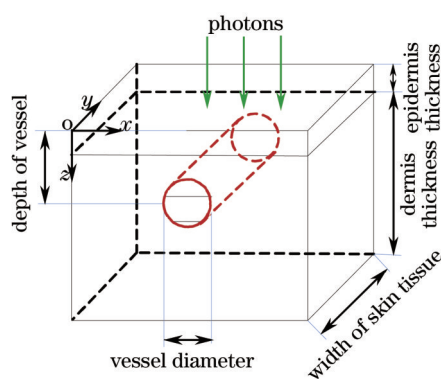


图2 皮肤模型

Fig.2 Skin model

图3比较了三种MC方法对界面的处理,其中VMC和TMC都是基于网格的方法。VMC中的几何模型由三维的六面体结构化网格组成[图3(b)],对于TMC方法,任意形状都可以由一组不规则的四面体非结构化网格来表示[图3(c)]。网格类方法中,每个网格单元都代表一定的组织类型(如表皮、真皮或血管)以及相关的光学参数。VMC中,曲折的边界表面被离散为水平或垂直的表面形成界面网格,从而导致边界变形,使反射和折射方向发生严重偏离。界面两侧的光学参数(尤其是折射率)差异越大,计算的误差就会越大。四面体网格可以适应界面而产生,形成的边界可以精确地与真实界面匹配。与GMC相比,TMC以物质界面为界分区域生成贴体非结构化网格,不仅可以实现对复杂界面的追踪,而且没有包含界面的网格,不会产生类似VMC的问题。而且,TMC与VMC不同,光子穿过一个网格进入另一个网格的过程中,会与4个三角形面之一而不是6个正方形面之一交互。这个差异使得TMC更加灵活和精确,因为界面的法向量可以沿任何方向,光子反射和折射也可以沿任意方向。而对于VMC,由六面体结构化网格构成的边界面只有三个法向量方向,光子运行方向受到很大程度的限制。

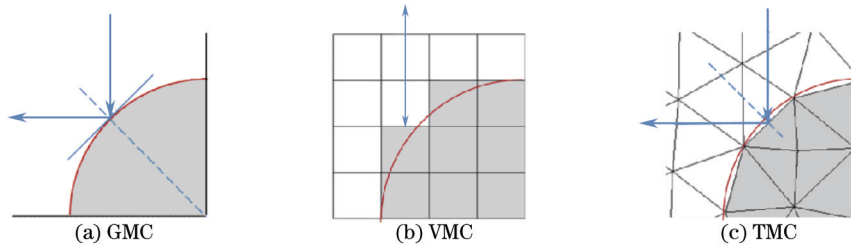


图3 不同网格下光子在真皮—血管边界的反射

Fig.3 Photon reflection at vessel-dermis boundary under different grids

早期的非结构化网格算法(TIM-OS)^[15]并没有解决上述问题。在TIM-OS中,先将计算区域分成若干个面积相等的立方体,再将每个立方体分成6个四面体,形成有限元四面体网格体系。这种剖分方式会产生界面网格,因此具有与VMC同样的问题。此外,网格类的蒙特卡罗法需要保证光子运行过程中,光子入射位置不会恰好沿着界面处的网格边或角。这些位置处的方向向量称为临界方向,因为此时光子不能确定即将进入网格的介质类型且光子将继续紧贴网格壁面传播,从而导致计算失败。图4对VMC、TIM-OS和TMC三种方法进行了比较。当光子和结构化网格或有限元四面体网格交互时,由于网格排列简单,临界方向的数量有限[如图4(a)、(b)中蓝色箭头所指方向]。而TMC在界面处采用贴体网格,网格的连接关系错综复杂,不规则性更强,临界方向较多[如图4(c)中蓝色箭头所指方向],提高复杂区域适应性的同时也增加了光子运行到临界方向的可能性。

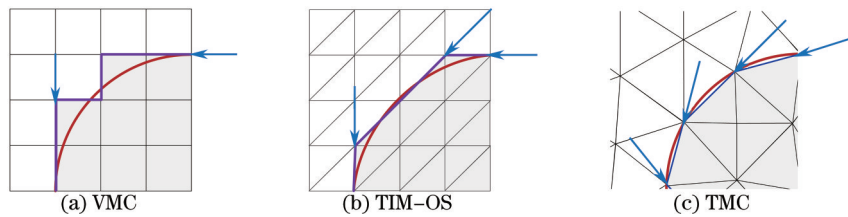


图4 界面处的光子临界方向

Fig.4 Critical directions of photons at the interface

针对这一问题,设定一个光子与网格的交互点与网格线距离的最小阈值 δ (图5)。如果距离小于 δ ,认为

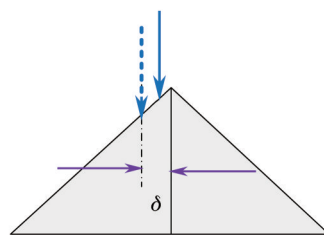


图5 距离阈值

Fig.5 Distance threshold

光子进入了较为危险的运行区域,继续传播的话可能由于数值耗散发生能量的错误沉积。此时,重新设置光子与界面交互的位置,使得距离等于 δ 。 δ 的选取与网格的尺寸相关,可以取为网格步长的 $10^{-8}\sim 10^{-10}$ 。

3 边界离散的影响

针对 $1400\ \mu\text{m}\times 1400\ \mu\text{m}\times 1000\ \mu\text{m}$ 区域的皮肤模型以 GMC 为基准比较 VMC 和 TMC 在计算误差上的区别。VMC 的网格步长为 $\Delta x=\Delta y=\Delta z=5\ \mu\text{m}$, 总网格数为 $280\times 280\times 200\approx 1.6\times 10^7$, 血管区域的网格数为 1.27×10^5 。GMC 在计算光子传播的过程中不需要网格,统计光子沉积量分布的时候要引入背景网格。背景网格的参数和 VMC 的网格参数相同。TMC 的非结构化四面体网格由 GAMBIT2.4 生成,由于表皮和血管部分吸收率较高,所以在这两个区域实施局部加密。网格步长在表皮、真皮、血管处分别取 10 、 50 和 $10\ \mu\text{m}$,总网格数约为 1.54×10^6 ,血管区域的网格数为 1.24×10^5 。这样,TMC 和 VMC 在血管区域的网格密度几乎相同,便于对比二者得到的光子能量分布。

3.1 沉积量误差分析

所用皮肤模型为两层^[11]: $60\ \mu\text{m}$ 厚的表皮层和紧邻表皮下侧的 $940\ \mu\text{m}$ 厚的真皮层,一根直径为 $120\ \mu\text{m}$ 的血管呈水平方向处于深度 $250\ \mu\text{m}$ 的真皮层内。所用激光为平行光束,能量密度为 $1\ \text{J}/\text{cm}^2$,光斑直径为 $1.0\ \text{mm}$,位于入射面中心。激光波长为 $585\ \text{nm}$,光子参数见文献[11]。

利用三种网格分别计算得到了血管和组织内的沉积量,血管中心处横截面的沉积量分布如图 6 所示。容易看出,血管的上半部分,即迎着光子初始方向的半环形区域,吸收量要远大于血管的下半部分。TMC 的结果与 GMC 很接近,而 VMC 得到的血管边界却有明显的曲折。这是由网格方向的固定与单一性无法适应边界形状的复杂所造成的。

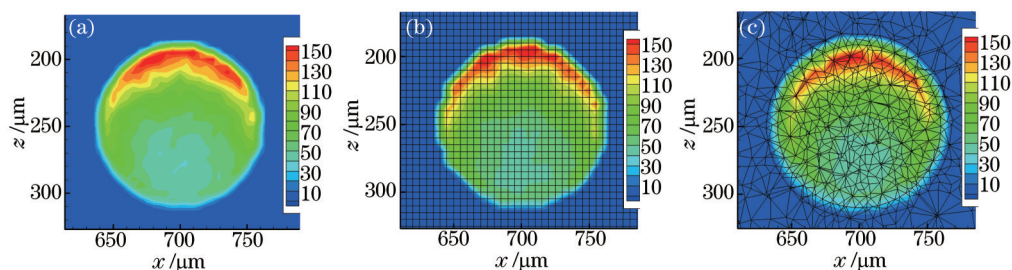


图 6 血管中心横截面的光子沉积量。(a) GMC; (b) VMC; (c) TMC

Fig.6 Photon deposition at the cross section of vascular center. (a) GMC; (b) VMC; (c) TMC

为了定量分析边界处沉积量误差,需要统计贴近血管区域的沉积量分布。对于图 7(a)所示血管轴向横截面,红色圆环代表血管壁,可选取与血管壁同心且贴近血管壁内外两侧的一组圆环为误差统计区域,每个圆环的厚度为 $1\ \mu\text{m}$ 。黑色箭头表示光子的初始方向,过血管圆心的水平线将圆环组分成了迎光侧和背光侧两组半圆环。为了进一步研究光子能量沉积量沿角度的分布特性,选取血管内部贴近管壁厚度达 $5\ \mu\text{m}$ 的圆环[如图 7(b)蓝色区域所示],沿周向均分为 360 份,每份的圆心角是 $\theta=1^\circ$ 。

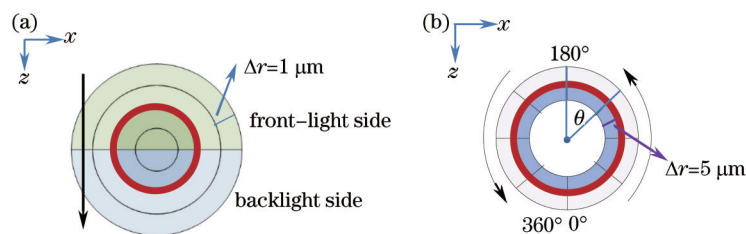


图 7 误差分析统计区域。(a) 血管壁半环形区域; (b) 血管壁圆环轴向区域

Fig.7 Statistical area of error analysis. (a) Half-annular region of vascular wall; (b) axial region of vascular wall

分别统计了 GMC、VMC 和 TMC 方法在半环形区域的沉积量,并以 GMC 的结果为标准,计算了 VMC 和 TMC 结果的相对误差为

$$K_T = \frac{E_T - E_C}{E_C}, \quad K_V = \frac{E_V - E_C}{E_C}, \quad (5)$$

式中 E 为每个半圆环区域的光子沉积量, K_T 和 K_V 分别为 TMC 和 VMC 的光子能量沉积量相对误差。

半环状区域的沉积量分布及误差如图 8 所示。横坐标是半圆环的外圆半径。迎光侧的距离值为负, 背光侧的距离值为正。从三种方法得到的沉积量绝对值可以看出, TMC 和 GMC 符合较好, VMC 在血管边界处, 即横坐标 $-60 \mu\text{m}$ 和 $60 \mu\text{m}$ 两侧 $5 \mu\text{m}$ 范围内偏离 GMC 较多, 有很大的波动。在血管内, VMC 相对误差最大值在迎光侧是 -35% , 背光侧是 -20% , 而 TMC 则仅有 -8% 和 -5% , 是 VMC 误差的 $1/4$ 左右。在血管外, 由于真实吸收量的绝对值很小(接近于 0), VMC 的相对误差极大, 远远超出了图中纵坐标的范围。所以主要关注血管内部贴近管壁的误差。

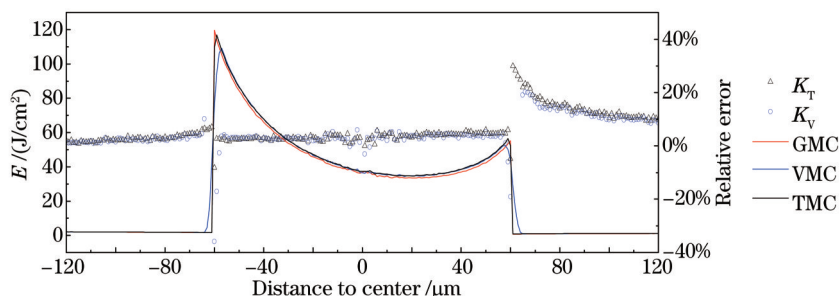


图 8 半圆环区域沉积量分布及误差

Fig.8 Photon deposition and error distribution in half-annular regions

图 9(a)、(b) 分别比较了血管深度 $z=375 \text{ mm}$ 和 $z=500 \text{ mm}$ 处半圆环状区域的沉积量。参照图 8 ($z=250 \text{ mm}$) 可得, 随着血管深度的增加, 血管壁处沉积量的峰值逐渐下降。血管边界处 VMC 和 TMC 的误差呈现出和图 8 类似的特征。另外, 在血管内部区域 ($-60 \sim 60 \mu\text{m}$) 除了贴近血管壁的部分外, TMC 和 VMC 的曲线基本重合且高于 GMC。这一误差分布均匀, 随血管深度的增加而略有增大。这是由于深层血管区域的能量沉积主要源于散射光的能量。携带这部分能量的光子与更多的网格进行交互以后被血管吸收, 路径中由于网格离散所导致的能量沉积量波动更加显著。

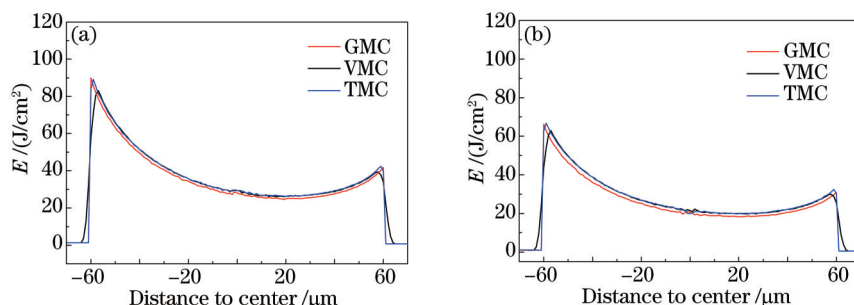


图 9 不同血管深度下沉积量分布。(a) $z=375 \text{ mm}$; (b) $z=500 \text{ mm}$

Fig.9 Photon deposition at different depths. (a) $z=375 \text{ mm}$; (b) $z=500 \text{ mm}$

光子沉积量分布和沉积量误差分布如图 10 所示。由图 10(a) 可以看出, GMC 计算得到的图线近似于正态分布曲线。TMC 与 GMC 接近, 而 VMC 在圆环两侧偏离 z 轴正向 $20^\circ \sim 70^\circ$ 和 $110^\circ \sim 170^\circ$ 位置有很大的负偏

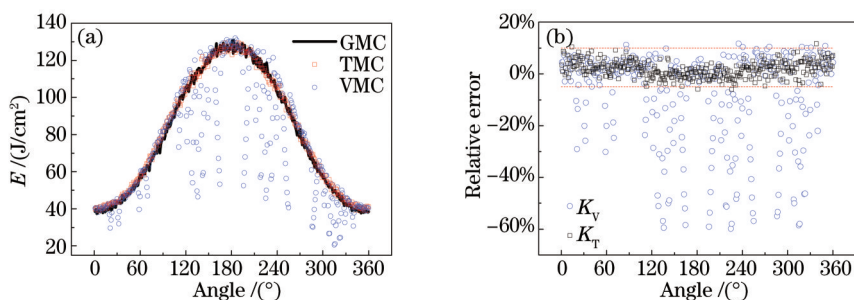


图 10 圆环轴向区域沉积量分布及误差。(a) 沉积量分布; (b) 沉积量误差分布

Fig.10 Photon deposition and error distribution in axial region. (a) Deposition distribution; (b) error distribution

差。从图 10(b)可以更清楚地看到 K_V 值的误差达到了 -60% , 而 K_T 则保持在 $-5\% \sim 10\%$, 在某些角度上约为 K_V 值的 $1/10$ [即图 10(b)中红色虚线之间的部分]。可见 K_T 对角度不敏感, 而 K_V 对角度的变化非常敏感。图 11(a) 和 11(b) 比较了血管深度 $z=375$ mm 和 $z=500$ mm 处的沉积量。同样, 沉积量的峰值随着深度的增加逐渐下降。TMC 和 VMC 的分布规律与图 10 类似。

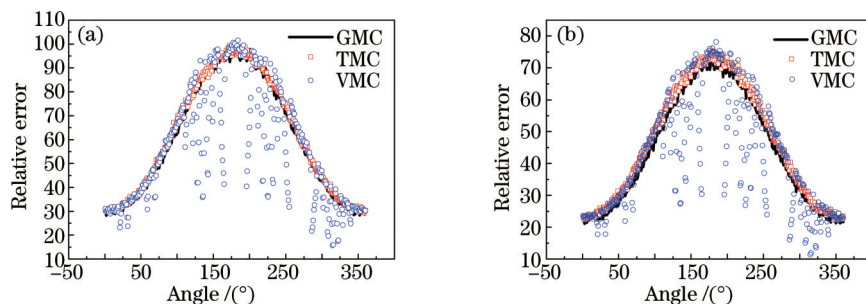


图 11 圆环轴向区域沉积量分布。(a) $z=375$ mm; (b) $z=500$ mm

Fig.11 Photon deposition in axial region. (a) $z=375$ mm; (b) $z=500$ mm

VMC 方法中, 改变血管的直径会导致界面网格位置的变化, 因此计算了血管直径为 60 、 120 、 180 μm 的算例, 统计了每个 1° 圆环区域的光子沉积量误差的平均值:

$$R_T = \frac{1}{360} \sum_{i=1}^{360} \frac{\langle E_{ang,i} \rangle_T - \langle E_{ang,i} \rangle_G}{\langle E_{ang,i} \rangle_G}, R_V = \frac{1}{360} \sum_{i=1}^{360} \frac{\langle E_{ang,i} \rangle_V - \langle E_{ang,i} \rangle_G}{\langle E_{ang,i} \rangle_G}, \quad (6)$$

式中 $E_{ang,i}$ 为序号为 i 的 1° 圆环区域的光子沉积量, R_T 和 R_V 分别为光子沉积量误差的平均值。如表 1 所示, R_V 是 R_T 的 $4 \sim 6$ 倍。尽管大直径的血管有相对平滑的界面, R_V 和 R_T 不会随血管直径的增加而减小。血管半径的变化没有造成沉积量误差的明显变化。

表 1 血管直径对沉积量误差的影响

Table 1 Influence of blood vessel diameter on deposition error

Vessel diameter / μm	R_T / %	R_V / %
60	-1.08	-5.74
120	1.75	-6.96
180	1.04	6.58

3.2 血管旋转对沉积量误差的影响

以上算例都是针对血管轴线沿坐标轴方向的情形, 现在考虑水平转动血管轴线使其与坐标轴系斜交, 如图 12 所示。图 12(a) 是原始位置, 血管水平轴线为 $x=700$ μm 。图 12(b) 是旋转后的位置, 血管水平轴线为 $x=y$ 。

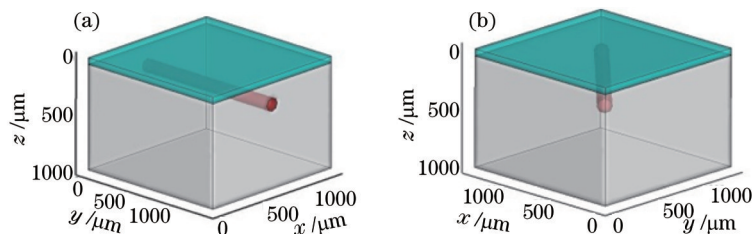


图 12 血管在 x - y 面的旋转。(a) 原始位置; (b) 旋转后位置

Fig.12 Blood vessel rotation in x - y plane. (a) Original position; (b) position after rotation

由于激光入射时光斑为圆形且位于入射面的中心, 所以血管以入射中心线为轴旋转前后激光光斑和血管的相对位置不变, 血管内部光子能量沉积量的相对变化在物理事实上可以忽略, 也就是旋转前后模型具有自相似性。根据这个自相似性, 定义旋转后对旋转前的相对误差为

$$Q = \frac{1}{360} \sum_{i=1}^{360} \frac{\langle E_{ang,i} \rangle_{rot} - \langle E_{ang,i} \rangle_{ori}}{\langle E_{ang,i} \rangle_{ori}}, \quad (7)$$

式中 $\langle E_{ang,i} \rangle_{ori}$ 和 $\langle E_{ang,i} \rangle_{rot}$ 分别为旋转前后第 i 个 1° 圆环区域的光子沉积量。统计结果得到 $Q_V=4.08\%$, 而 $Q_T=0.09\%$ 。从平均误差上看, Q_V 远大于 Q_T , 这说明 TMC 对几何形状的空间适应性远优于 VMC。

图 13 比较了旋转前后能量沉积量误差分布。可以看出,旋转之后[图 13(b)] K_V 超出 $-5\% \sim 10\%$ (两条红色虚线)部分的数据点与原始位置[图 13(a)]相比更多,且大误差点不是集中到某些角度区域,而是散布在各个角度上。表 2 对沉积量在区域 $-5\% \sim 10\%$ 内外的分布情况作了统计。 K_T 在旋转前后,都只有 2~3 个点在区域外,占总数据点的比例不到 1%。而对于 K_V ,旋转后区域外新增 40 个数据点,使得区域外的点的比例由 34.2% 增加到 54.7%。超过一半的数据点都溢出区域,这会对计算结果的精度产生较大影响。

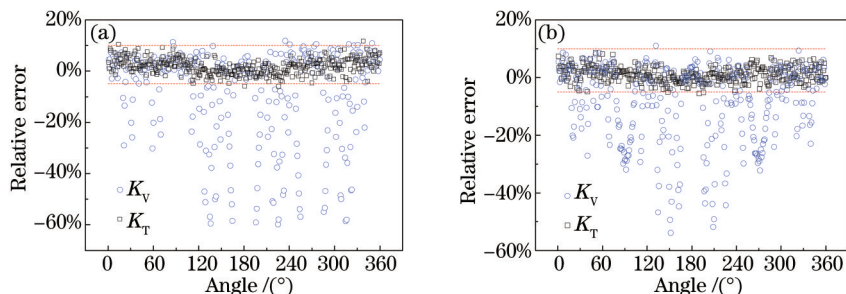


图 13 血管旋转前后能量沉积量误差分布。(a) 原始位置; (b) 旋转后位置

Fig.13 Error distribution of energy deposition before and after vessel rotation. (a) Original position; (b) position after rotation

表 2 沉积量误差区域分布

Table 2 Energy deposition error distribution in the region before and after rotation

Region: $-5\% < K < 10\%$	K_T		K_V	
	Before	After	Before	After
Data points in the region	357	358	237	197
Data points out of the region	3(0.83%)	2(0.56%)	123(34.2%)	163(54.7%)

4 结 论

结合了分区网格生成和网格局部加密技术,通过设置距离阈值控制光子能量沉积的数值耗散,发展了基于四面体非结构化网格的蒙特卡罗法。该方法提高了组织表面离散的光滑程度,避免了VMC法中明显的锯齿状多边形边界。针对含有离散血管的两层皮肤模型,选取圆柱血管的管壁区域作为误差统计区域比较了GMC、VMC与TMC的精度,并对血管的位置进行旋转变换考察了VMC和TMC的空间适应性。结果表明,TMC法在复杂界面区域的误差仅为VMC法的10%~25%,对几何模型的空间适应性明显优于VMC法,证实了TMC法较VMC法在计算精度上的优越性。利用TMC方法可以有力控制计算误差的大范围波动,从而精确地离散具有复杂几何特征的生物组织界面。

参 考 文 献

- 1 Wang Jiangang, Wang Guiying, Xu Zhizhan. Monte Carlo simulations for time characteristics of light propagation in scattering medium [J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21(2): 155-157.
王建岗, 王桂英, 徐至展. 散射介质中光传输行为时间特性的蒙特卡罗模拟研究[J]. 光学学报, 2001, 21(2): 155-157.
- 2 Gu Ying, Huang Naiyan, Liu Fanguang, et al.. Simulations of the photobleaching effect on photodynamic therapies[J]. Chinese Journal of Laser Medicine & Surgery, 2005, 14(5): 273-278.
顾 瑛, 黄乃艳, 刘凡光, 等. 数学仿真研究光漂白对光动力治疗鲜红斑痣的影响[J]. 中国激光医学杂志, 2005, 14(5): 273-278.
- 3 Fang Q. Mesh-based Monte Carlo method using fast ray-tracing in Plücker coordinates[J]. Biomed Opt Express, 2010, 1(1): 165-175.
- 4 Wang Jiangang, Wang Guiying, Xu Zhizhan. Monte-Carlo simulations for light propagation in striated scattering medium[J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(3): 346-350.
王建岗, 王桂英, 徐至展. 光在分层散射介质中传输行为的蒙特卡罗模拟研究[J]. 光学学报, 2000, 20(3): 346-350.
- 5 Lucassen G W, Verkruysse W, Keijzer M, et al.. Light distributions in a port wine stain model containing multiple cylindrical and curved blood vessels[J]. Laser Surg Med, 1996, 18(4): 345-357.
- 6 Hao Suli, Ding Jianhua, Lin Junxiu, et al.. The Monte Carlo simulation of the laser energy deposition in the skin of port wine stains [J]. Chinese Journal of Laser Medicine & Surgery, 2009, 18(1): 16-22.

- 郝素丽, 丁建华, 林钧岫, 等. 鲜红斑痣病变皮肤激光能量分布的蒙特卡罗模拟[J]. 中国激光医学杂志, 2009, 18(1): 16-22.
- 7 Pfefer T J, Barton J K, Smithies D J, *et al.*. Modeling laser treatment of port wine stains with a computer-reconstructed biopsy[J]. *Lasers Surg Med*, 1999, 24(2): 151-166.
- 8 Wang L, Jacques S L, Zheng L. MCML- Monte Carlo modeling of light transport in multi-layered tissues[J]. *Comput Method Program Biomed*, 1995, 47(2): 131-146.
- 9 Zhou J, Liu J. Numerical study on 3-D light and heat transport in biological tissues embedded with large blood vessels during laser-induced thermotherapy[J]. *Numer Heat Transfer Part A*, 2004, 45(5): 415-449.
- 10 Premru J, Milanič M, Majaron B. Monte Carlo simulation of radiation transfer in human skin with geometrically correct treatment of boundaries between different tissues[C]. *SPIE*, 2013, 8579: 85790Z.
- 11 Pfefer T J, Barton J K, Chan E K, *et al.*. A three-dimensional modular adaptable grid numerical model for light propagation during laser irradiation of skin tissue[J]. *IEEE J Sel Top Quantum Electron*, 1996, 2(4): 934-942.
- 12 Boas D A, Culver J P, Stott J J, *et al.*. Three dimensional Monte Carlo code for photon migration through complex heterogeneous media including the adult human head[J]. *Opt Express*, 2002, 10(3): 159-170.
- 13 Tao Wenquan. *Computing Heat Transfer*[M]. Beijing: Science Press, 1995: 19-21.
陶文铨. 计算传热学的近代进展[M]. 北京: 科学出版社, 1995: 19-21.
- 14 Binzoni T, Leung T S, Giust R, *et al.*. Light transport in tissue by 3D Monte Carlo: Influence of boundary voxelization[J]. *Comput Method Program Biomed*, 2008, 89(1): 14-23.
- 15 Shen H, Wang G. A tetrahedron-based inhomogeneous Monte Carlo optical simulator[J]. *Phys Med Biol*, 2010, 55(4): 947-962.

栏目编辑: 吴秀娟