

基于LMD-Teager变换的功率谱估计

蔡剑华 王先春

湖南文理学院信息研究所, 湖南 常德 415000

摘要 局域均值分解(LMD)方法是一种新的自适应信号处理方法, Teager能量算子是求解信号瞬时能量的非线性操作算法, 能有效提取信号的瞬时能量。结合这两种方法的优点, 提出一种基于LMD-Teager变换的功率谱估计方法, 给出了算法原理和步骤, 讨论了功率谱估计的物理意义, 并在与快速傅里叶变换(FFT)方法、小波变换对比的基础上, 用短数据序列和非平稳信号进行了仿真验证。结果表明: 该方法突破了FFT方法中对所分析的信号必须平稳的要求, 更适合于非平稳信号的处理; 且对数据长度的要求较傅里叶方法低, 而其分析精度和分辨率优于传统的傅氏方法和小波变换。

关键词 傅里叶光学; 局域均值分解; Teager能量算子; 功率谱估计; 时频谱

中图分类号 TN911 **文献标识码** A

doi: 10.3788/CJL201542.0315001

Method of Power Spectrum Estimation Based on LMD-Teager Transformation

Cai Jianhua Wang Xianchun

Institute of Information, Hunan University of Arts and Science, Changde, Hunan 415000, China

Abstract Local mean decomposition (LMD) method is a new adaptive signal processing method. Teager energy operator is an algorithm to solve the signal instantaneous energy, which can effectively extract instantaneous energy of nonlinear signals. Combined with the advantages of two methods, a method of power spectrum estimation is proposed based on LMD-Teager transformation. The principle and steps of the method are presented and the physical meaning of power spectrum estimation is discussed. On the basis of the comparison with the fast Fourier transform algorithm (FFT) method and wavelet transform, A short data sequence and non-stationary signal are simulated to verify the effect of the proposed method. The results show that the proposed method breaks through the difficulty that the FFT method just can process the stationary signal, and it is more suitable for non-stationary signal. The length of the required data is shorter than that in Fourier method, and the analysis accuracy and resolution are better than that of traditional Fourier method and wavelet transform.

Key words Fourier optics; local mean decomposition; Teager energy operator; power spectrum estimation; time-frequency spectrum

OCIS codes 070.4690; 070.4790; 300.6300

1 引言

常用的谱估计方法有两类: 经典基于傅里叶变换的快速傅里叶变换(FFT)方法和近些年发展起来的现代谱估计方法。前者已成功的应用于信号处理领域, 但在数据长度较短时具有分辨率低的缺点, 且由于傅里叶变换以处理平稳信号为基础, 从而限制了其在非线性、非平稳信号领域的应用^[1-3]。以小波分析和 Hilbert-

收稿日期: 2014-08-15; 收到修改稿日期: 2014-09-28

基金项目: 国家自然科学基金(41304098)、湖南省自然科学基金(12JJ4034)、湖南省教育厅青年项目(13B076)、湖南省重点建设学科-光学基金(12GX020)、湖南文理学院博士启动项目(BSQD1008)、湖南省重点实验室光电信息集成与光学制造技术、湖南省光电信息技术校企联合人才培养基地

作者简介: 蔡剑华(1979—), 男, 博士, 副教授, 主要从事大地电磁数据处理方面的研究。E-mail: cjh1021cjh@163.com

Huang变换等为代表的现代谱估计方法,由于其在时频域均有很好的分辨能力,在信号谱估计方面得到了广泛的应用,但也存在一些不足。小波变换对信号的处理缺乏自适应性,其分解层数和小波基的选取不好被掌握^[4-7]。Hilbert-Huang变换的关键步骤即经验模态分解存在曲线拟合、端点效应和模态混淆的问题,使得谱估计的精度受到影响,以及在进行谱分析时会出现无法解释的负频率现象^[8-10]。2005年,Smith^[11]提出了一种新的信号分析方法-局域均值分解方法(LMD)。本文将LMD与Teager能量算子结合,提出了基于LMD-Teager变换的功率谱估计方法。LMD先自适应地将信号分解为若干个乘积函数(PF)分量之和,再由Teager能量算子提取每一PF分量的幅值和频率信息,得到原信号的时频分布,进而沿时间轴积分计算LMD-Teager边际谱来估算信号的功率谱。

2 局域均值分解

局域均值分解是Smith在2005年提出的一种新的自适应分解信号的方法^[11]。它能将一个复杂的非平稳信号分解为若干个PF分量之和。对信号进行局域均值分解时,首先确定原始信号 $x(t)$ 所有的极值点,然后在此基础上定义局域均值函数和局域包络函数,经过一系列的迭代计算过程后(具体过程请见文献[11-12],此处不再赘述),即可得到第一个乘积函数 $F_{PF1}(t)$ 。乘积函数由包络信号 $a(t)$ 和纯调频信号 $s(t)$ 相乘得到

$$F_{PF1}(t) = a(t)s(t), \quad (1)$$

将 $F_{PF1}(t)$ 从原始信号 $x(t)$ 中分离出来,继续重复以上步骤,最终可以将 $x(t)$ 分解为 k 个PF分量和残余项 u_k 之和^[12-13]

$$x(t) = \sum_{i=1}^k F_{PFi}(t) + u_k(t), \quad (2)$$

式中每一个PF分量由一个包络信号和一个纯调频信号相乘得到,包络信号是该PF的瞬时幅值,而PF的瞬时频率可由纯调频信号求出^[13-14]。由LMD得到的每个PF分量实际上是一个单分量的调频调幅信号,求得的瞬时频率都是正的、连续的,很好地反应了原始信号的真实信息^[15]。

3 Teager能量算子

Teager能量算子通常记作 ψ ,是一种求解信号瞬时能量的非线性操作算法,能有效提取信号的瞬时能量,有计算量小、精度高的特点^[15]。对于连续信号 $x(t)$,其 ψ 运算可表示为

$$\psi_c[x(t)] = [\dot{x}(t)]^2 - x(t)\ddot{x}(t), \quad (3)$$

式中 $\dot{x}(t) = \frac{dx}{dt}$, $\ddot{x}(t) = \frac{d^2x}{dt^2}$ 。经求解可以得到瞬时包络 $a_i(t)$ 和瞬时频 $f_i(t)$:

$$a_i(t) = \frac{\psi_c[x(t)]}{\sqrt{\psi_c[\dot{x}(t)]}}, \quad (4)$$

$$f_i(t) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\psi_c[\dot{x}(t)]}{\psi_c[x(t)]}}, \quad (5)$$

与连续信号相对应的离散信号 $x(n)$ 的能量算子定义为

$$\psi_d[x(n)] = x^2(n) - x(n-1)x(n+1), \quad (6)$$

式中 $x(n-1)$, $x(n)$, $x(n+1)$ 表示连续的三个离散数据。进一步用离散差分方程代替连续时间变量的导数,便可得到离散时间的能量分离算法,瞬时包络 $a_i(n)$ 和瞬时频率 $f_i(n)$ 为

$$a_i(n) = \sqrt{\frac{\psi_d[x(n)]}{1 - \left\{1 - \frac{\psi_d[y(n)] + \psi_d[y(n+1)]}{4\psi_d[x(n)]}\right\}^2}}, \quad (7)$$

$$f_i(n) = \frac{1}{2\pi} \arccos\left\{1 - \frac{\psi_d[y(n)] + \psi_d[y(n+1)]}{4\psi_d[x(n)]}\right\}. \quad (8)$$

4 LMD-Teager边际谱及其物理意义

先用LMD方法将信号分解为一系列的PF分量,组合由(4)式和(5)式提取的每一PF分量的瞬时幅值和

频率信息,进而得到原信号的时频分布。如果把振幅显示在频率-时间平面上,对于(2)式中的每个PF分量的瞬时频率和瞬时幅值分别为 $f_i(t)$ 和 $a_i(t)$,则信号 $x(t)$ 的谱函数可以表示为

$$P(\omega, t) = \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^k a_i(t) \exp \left[\int 2\pi f_i(t) dt \right] \right\}, \quad (9)$$

$$p(\omega, t) = \int_0^T P(\omega, t) dt. \quad (10)$$

$P(\omega, t)$ 阐述了信号幅值在整个时频面上的变化规律,将其对时间进行积分则得到边际谱 $p(\omega, t)$ 。图1为边际谱物理意义示意图。由图1可知,LMD-Teager 边际谱是由时频谱 $P(\omega, t)$ 沿时间轴的积分所得,即对瞬时频率为 ω 的所有时刻的幅值 $a_i(t)$ 求和得到该频率 ω 的功率谱。

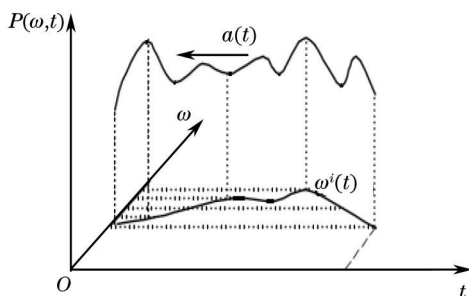


图1 边际谱物理意义示意图

Fig.1 Physical significance plot of marginal spectrum

以一个仿真信号为例,进一步阐述用边际谱求取信号功率谱的物理意义。调频调幅信号和正弦信号的叠加信号如下:

$$x(t) = [1 + 0.5 \cos(2\pi 7t)] \cos[2\pi 100t + 1.5 \sin(2\pi 9t)] + 0.5 \sin(2\pi 30t), \quad (11)$$

式中调频调幅信号的中心频率为 100 Hz, 正弦信号的频率为 30 Hz。图 2(a)为原始信号和被 LMD 分解后得到

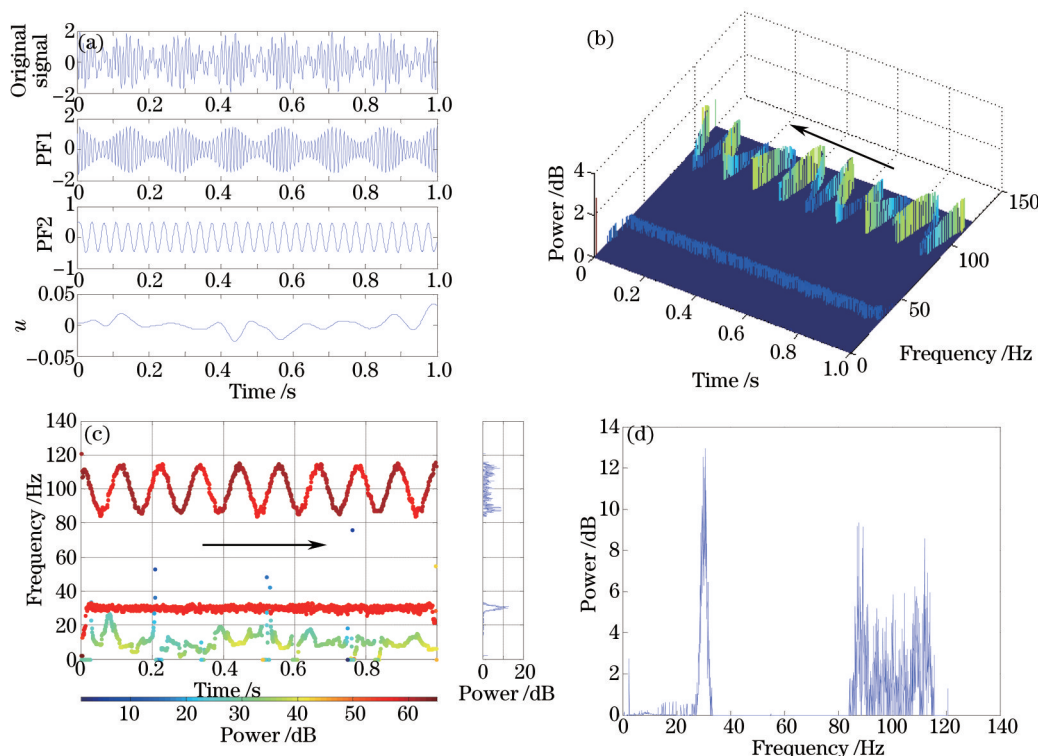


图2 仿真信号的边际谱求解图。(a) 信号的LMD分解;(b) 信号的三维LMD-Teager时频谱;(c) 二维LMD-Teager时频谱和边际谱;(d) 放大的信号边际谱

Fig.2 Solving process diagram of marginal spectrum of the simulated signal. (a) LMD decomposition; (b) 3D LMD-Teager time-frequency spectrum; (c) 2D LMD-Teager time-frequency spectrum and marginal spectrum; (d) enlarged signal marginal spectrum

的3个PF分量。对所有PF分量进行Teager能量算子操作,得到信号的时频谱。图2(b)为仿真信号的三维LMD-Teager时频谱图。显然,100 Hz的调频调幅特性(齿状)和30 Hz的平稳信号(板状)在时频谱图中得到了清晰的显现。为进一步说明问题,给出图2(b)的俯视图如图2(c)所示(二维时频谱图,颜色代表信号强度)。沿着图中的时间轴积分,即将不同时间点但具有相同瞬时频率(如例中30 Hz)的所有能量(幅值)求和得到信号中该频率(30 Hz)的总能量(总幅值),即边际谱线的强度。图2(c)右图即为求得的功率谱,将其放大得到图2(d)。由图2可知,基于LMD-Teager的功率谱估计方法正确的给出了信号中两种频率成分的谱值。比较傅氏功率谱和边际谱的物理意义可知,边际谱由于跨越了傅里叶变换中要求被分析信号平稳的限制,也就可以弥补傅里叶变换仅对平稳信号有效的不足,适合于非线性信号的功率谱估计。

5 实例分析

5.1 短信号分析

首先利用一段采样点数较少的短数据序列来验证LMD-Teager边际谱求解功率谱的优越性。分别用经典FFT方法及本文提出的LMD-Teager边际谱对信号进行谱估计。仿真信号如下

$$s(t) = \sin(2\pi 245t) + \sin(2\pi 255t). \quad (12)$$

两个正弦信号: $f_1=245$ Hz, $f_2=255$ Hz。采样频率为1200 Hz,采样的数据长度为60个数据点。传统的FFT方法中其频率分辨力为^[16]

$$\Delta f = f_c / N, \quad (13)$$

式中 f_c 是采样频率, N 为采样点数。例中 $f_c=1200$ Hz, $N=60$,所以FFT方法频率分辨力 $\Delta f=20$ Hz。由FFT原理可知, $f_1/\Delta f \approx 13$, $f_2/\Delta f \approx 13$,所以在幅频图上,两个频率成分对应的峰值点将出现在同一谱线间隔内(第12频点到第13频点之间),也就是说用传统的方法无法分辨出这两个信号。图3为用FFT方法估算的信号的功率谱,同理论计算一样,图3中两个信号都没有分开。可见当取样点数较少时,FFT对分辨这两个频率成分是无能为力的。

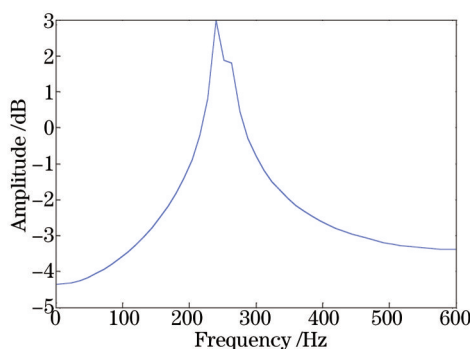


图3 短数据序列的FFT功率谱

Fig.3 Power spectrum of short data series based on FFT

用本文方法求解上述短信号的功率谱。先用LMD方法将信号分解,再由Teager能量算子提取每一PF

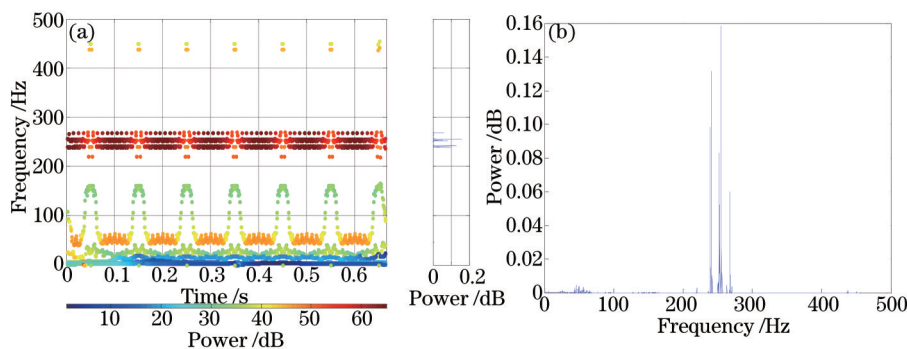


图4 短数据序列的边际谱估计。(a) LMD-Teager时频谱;(b) 信号边际谱

Fig.4 Power spectrum estimation of short data series. (a) LMD-Teager time-frequency spectrum; (b) signal marginal spectrum

分量的幅值和频率信息,进而得到原信号的时频分布,如图4(a)所示。进一步由图4(a)沿时间轴积分得到边际谱,如图4(b)所示。从图4(a)和图4(b)中都可以看出,这两个频率成分已经分开。基于LMD-Teager的谱估计方法可消除FFT方法中由于数据短而造成的频率成分间的交互影响,得到正确的估计,图中出现一些虚假频率,这是受到端点效应的影响。为作对比,同时还计算了小波变换的谱估计结果,小波变换采用了db4小波基,分解层数为5层。表1对比了FFT、小波变换和LMD-Teager变换3种方法估计的频率值及其与实际值的误差(估计时,频率值都是以谱峰极大值对应的频点值四舍五入取整得到)。显然,LMD-Teager边际谱方法和小波变换估计结果准确度都高于FFT,且LMD-Teager边际谱方法的精度也比小波变换方法的高。

表1 短数据序列的FFT、小波变换和LMD-Teager方法功率谱估计比较

Table 1 Comparison of power spectrum estimation with short data series based on FFT、Wavelet transform and LMD-Teager method

Actual frequency /Hz	FFT method		Wavelet transform		LMD-Teager method	
	Estimated frequency /Hz	Relative error /%	Estimated frequency /Hz	Relative error /%	Estimated frequency /Hz	Relative error /%
245	240	2.00	242	1.20	247	0.80
255	260	2.00	257	0.80	256	0.40

5.2 非平稳信号分析

进一步来研究基于LMD-Teager边际谱求解功率谱的方法在处理非平稳信号时的能力。仿真的非平稳信号如下^[7]:

$$s(t) = \begin{cases} \sin(2\pi 27t), & 0 \leq t < 0.1 \\ \sin(2\pi 37t), & 0.1 \leq t < 0.2 \\ \sin(2\pi 47t), & 0.2 \leq t \leq 0.3 \end{cases}, \quad (14)$$

仿真信号在时域上分为三段,各占总长度的三分之一。其中 $f_1 = 27 \text{ Hz}$, $f_2 = 37 \text{ Hz}$, $f_3 = 47 \text{ Hz}$, 采样频率为 $f_c = 1000 \text{ Hz}$, 数据长度为 $N = 300$ 。

先用FFT方法对信号进行处理。同理,在FFT算法中计算可得 $\Delta f = 3.3 \text{ Hz}$, $f_1/\Delta f \approx 9$, $f_2/\Delta f \approx 12$, $f_3/\Delta f \approx 15$, f_1 峰值应出现在FFT幅频图的第9点, f_2 的峰应在第12点, f_3 的峰应在第15点。图5(a)为用FFT算法估算的功率谱图。由图5(a)可知,非平稳信号的峰值未被准确反应出来,20~50 Hz范围内的谱线连在了一起,无法辨认3个频率成分,且有虚假频率的出现,FFT方法对动态变化的非平稳信号的分析是不准确的。

类似的基于LMD-Teager边际谱求解功率谱。用LMD-Teager得到非平稳信号的时频谱图如图5(b)所示。显然,谱图从时域和频域两方面把信号在3个时间段上的频率特征准确的区分出来了,3个成分出现的时段和强度都得到了清晰的显现。由时频谱图沿时间轴积分得到边际谱如图5(c)所示,其放大图为图5(d)。图中3个频率已经分开,非平稳信号的功率谱被准确的反应出来了。表2给出了FFT方法、小波变换和LMD-Teager方法估算结果的比较(频率值都以谱峰极大值对应的频点值四舍五入取整得到;小波变换采用了db4小波基,分解层数为5层)。其中FFT方法中,在20~50 Hz频段内,无法分出3个频率成分,以此频段内3个极大值对应的频点设定为FFT方法估计的频率成分值。可见用FFT方法分析非平稳信号,会带来很大误差。而LMD-Teager边际谱方法和小波变换估计结果都能正确的给出3个频率成分,从比较结果可以看到,本文方法准确度高于小波变换方法。

表2 非平稳信号的FFT、小波变换和LMD-Teager方法功率谱估计比较

Table 2 Comparison of power spectrum estimation with non-stationary signal based on FFT、wavelet transform and LMD-Teager method

Actual frequency /Hz	FFT method		Wavelet transform		LMD-Teager method	
	Estimated frequency /Hz	Relative error /%	Estimated frequency /Hz	Relative error /%	Estimated frequency /Hz	Relative error /%
27	30	11.1	28	3.70	28	3.70
37	40	8.11	38	2.70	37	0.00
47	40	14.9	49	4.30	48	2.12

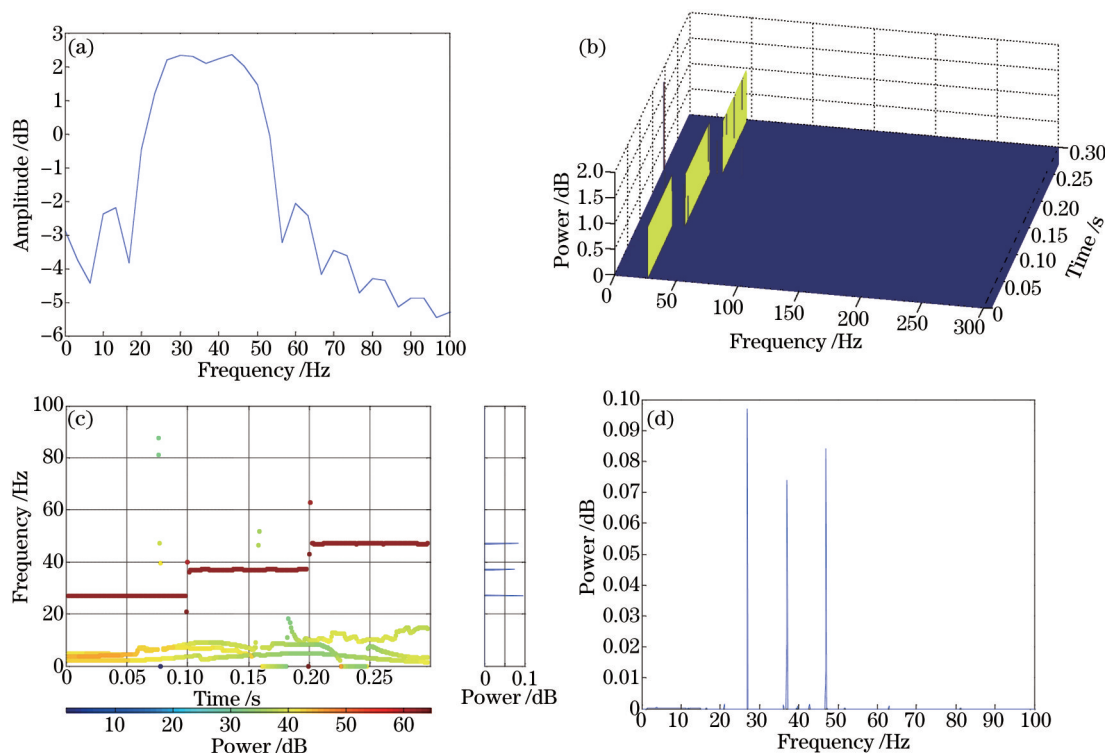


图5 非平稳信号的功率谱估计。(a) 基于FFT估计的功率谱;(b) 信号的三维LMD-Teager时频谱;
(c) 二维LMD-Teager时频谱和边际谱;(d) 放大的信号边际谱

Fig.5 Power spectrum estimation of non-stationary signal. (a) Power spectrum estimated based on FFT; (b) 3D LMD-Teager time-frequency spectrum; (c) 2D LMD-Teager time-frequency spectrum and marginal spectrum; (d) enlarged marginal spectrum

6 结 论

基于LMD-Teager变换的功率谱估计方法,先将信号的幅值表示在频率-时间平面,得到其时频谱图,再将其对时间进行积分则得到边际谱,进而计算得到信号的功率谱。此功率谱是具有相同瞬时频率的不同时间点的所有能量(幅值)的总和,突破了傅里叶变换对所分析的信号必须平稳的要求,所以更适合非平稳信号的处理。短数据和非平稳数据处理结果表明基于LMD-Teager变换的功率谱估计方法是正确的,对数据长度的要求较傅里叶方法更低,其分析精度和分辨率也都优于传统傅里叶方法和小波变换方法。值得指出的是,本文方法先要对信号进行LMD分解,再得到其时频谱,最后由时频谱沿时间轴积分得到信号功率谱的估计,在计算速度方面与FFT比没有优势,这也是以后工作中需要提高和改善的地方。

参 考 文 献

- 1 K Zhang, H Zhu. Weak signal detection technology[J]. Avionics Technology, 2009, 40(2): 30-36.
- 2 Sun Liying, Qu Dan, Yan Tian. Application of Fourier transform and wavelet transform to signal fault diagnosis[J]. Journal of Liaoning Institute of Technology, 2005, 25(3): 155-158.
孙丽颖, 屈丹, 闫钊. 傅里叶变换与小波变换在信号故障诊断中的应用[J]. 辽宁工学院学报, 2005, 25(3): 155-158.
- 3 Yin Xiaomin, Xu Tingting, Ding Junmin, *et al.*. procession of noise in infrared sensor made from PMN~PT[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2011, 48(1): 010401.
殷晓敏, 徐婷婷, 丁俊民, 等. 弛豫铁电单晶光传感器噪声的处理[J]. 激光与光电子学进展, 2011, 48(1): 010401.
- 4 J Duan, X Xiong. Research on the application of wavelet transform in weak signal detection[J]. Mechanical Engineering & Automation, 2007, 5: 96-97.
- 5 Tang Jinyuan, Chen Weitao, Chen Siyu, *et al.*. Wavelet based vibration signal de-noising with a new adaptive thresholding function [J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(7): 118-121.
唐进元, 陈维涛, 陈思雨, 等. 一种新的小波阈值函数及其在振动信号去噪分析中的应用[J]. 振动与冲击, 2009, 28(7): 118-121.

- 6 Mao Jiandong, Hua Dengxin, Wang Yufeng, *et al.*. Noise reduction in lidar signal based on wavelet packet analysis[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(2): 0209001.
毛建东, 华灯鑫, 王玉峰, 等. 基于小波包分析的激光雷达信号消噪算法的研究[J]. 中国激光, 2011, 38(2): 0209001.
- 7 Ma Jing, Tan Liying, Ran Qiwen. The elementary theory of optical wavelet filtering[J]. Chinese J Lasers, 1999, 26(4): 343-347.
马 晶, 谭立英, 冉启文. 光学小波滤波理论初探[J]. 中国激光, 1999, 26(4): 343-347.
- 8 N E Huang, Z Shen, S R Long, *et al.*. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. P Roy Soc A-Math Phy, 1998, 454(1971): 903-995.
- 9 He Junfeng, Liu Wenqing, Zhang Yujun, *et al.*. A denoising method for backscatter signal of laser ceilometer based on Hilbert-Huang transform[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(2): 0201001.
何俊峰, 刘文清, 张玉钧, 等. 基于希尔伯特-黄变换的激光云高仪后向散射信号去噪力法[J]. 光学学报, 2011, 31(2): 0201001.
- 10 Zhou Zhenyu, Yang Hongyu, Gong Hui, *et al.*. Brain signal analysis of functional near-infrared imaging based on hilbert-huang transform[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(2): 307-312.
周振宇, 杨宏宇, 龚 辉, 等. 基于希尔伯特-黄变换的近红外脑功能成像信号分析[J]. 光学学报, 2007, 27(2): 307-312.
- 11 J S Smith. The local mean decomposition and its application to EEG perception data[J]. J R Soc Interface, 2005, 2(5): 443-454.
- 12 P Maragos, J F Kaiser, T F Quatieri. On amplitude and frequency demodulation using energy operator[J]. IEEE T Signal Proces, 1993, 41(4): 1532-1550.
- 13 Ren Daqian, Yang Shixi, Wu Zhaotong, *et al.*. Instantaneous frequency extraction method and experiment based LMD[J]. Journal of Zhejiang University, 2009, 43(3): 523-528.
任达千, 杨世锡, 吴昭同, 等. 基于LMD的信号瞬时频率求取方法及实验[J]. 浙江大学学报, 2009, 43(3): 523-528.
- 14 Ju Pinghua, Qin Shunren, Zhao Ling. Energy operator demodulating approach based on LMD and its application extracting characteristics of a fault signal[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2011, 30(2): 1-4.
鞠萍华, 秦树人, 赵 玲. 基于LMD的能量算子解调方法及其在故障特征信号提取中的应用[J]. 振动与冲击, 2011, 30(2): 1-4.
- 15 A Potamianos, P Maragos. A comparison of the energy operator and the hilbert transform approach to signal and speech demodulation[J]. Signal Processing, 1994, 37(1): 95-120.
- 16 Ding Hong, Dai Yisong, Shi Yaowu. Short data signal spectrum estimation based on Wavelet transformation[J]. Acta Electronica Sinica, 1997, 25(1): 11-14.
丁 宏, 戴逸松, 石要武. 采用小波变换对短数据信号的谱估计方法[J]. 电子学报, 1997, 25(1): 11-14.
- 17 Zhang Kang, Cheng Junsheng, Yang Yu, *et al.*. Apiece-wise based signal instantaneous frequency computing method[J]. Journal of Hunan University, 2011, 38(11): 54-59.
张 亢, 程军圣, 杨 宇, 等. 基于分段波形的信号瞬时频率计算方法[J]. 湖南大学学报, 2011, 38(11): 54-59.

栏目编辑: 苏 岑