

# 应力双折射光纤的积分计算方法与优化设计

余 盼<sup>1,2</sup> 季敏宁<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>上海大学光纤研究所, 上海 201800

<sup>2</sup>上海大学特种光纤与光接入网省部共建重点实验室, 上海 200072

**摘要** 研究了任意形状应力区的光纤在纤芯中心处的应力场分布和双折射大小计算方法,并对领结光纤进行了优化设计。采用COMSOL Multiphysics软件中的固体力学模块,研究了相同应力区面积、不同形状的应力型光纤在纤芯中心处的应力场大小。结果表明,软件仿真值与运用微元应力积分公式计算得到的结果一致。因此对于任意形状应力区光纤在纤芯中心处的应力场分布与双折射可以直接运用解析公式求解。通过对相同应力区面积的不同类型光纤的应力微元分析,发现领结光纤在纤芯处的双折射并非最大,这与惯常认为的领结光纤双折射最大的结论相反。由此,对领结光纤重新进行了优化设计,得到了具有更大双折射的“月牙形”光纤。

**关键词** 光纤光学; 应力型光纤; 应力微元分析; 应力双折射; 领结光纤优化设计

中图分类号 TN253 文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201542.0305002

## Integral Method of Stress Birefringence Calculation and Fiber Design Optimization

Yu Pan<sup>1,2</sup> Ji Minning<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Fiber Optics, Shanghai University, Shanghai 201800, China

<sup>2</sup>Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai 200072, China

**Abstract** The calculation method of stress field and birefringence at the fiber core center with any stress region shape is studied. The design of bow-tie fiber is optimized. With the help of solid mechanics module in COMSOL Multiphysics software, stress field distribution at fiber core center is studied when the stress-induced fiber has same stress area and different stress region shapes. The result shows that the numerical value acquired by integral method agrees with the value from software simulation. Therefore, the stress distribution and birefringence at fiber core center can be calculated by integral method directly even if the stress-induced fiber has any stress region shape. By means of stress element analysis based on integral method, it is found that the bow-tie fiber birefringence at fiber core is not the biggest compared with other type of stress-induced fiber if their stress area is the same. This is against the usual conclusion that the birefringence of bow-tie fiber is maximal. To get higher birefringence, bow-tie fiber is optimized again. As a result, a new fiber with “lunar” stress region is obtained.

**Key words** fiber optics; stress-induced fiber; stress element analysis; stress birefringence; bow-tie fiber optimization design

**OCIS codes** 060.2310; 060.2420; 160.2120; 260.1440

收稿日期: 2014-08-22; 收到修改稿日期: 2014-10-13

基金项目: 上海市教委创新基金项目(09YZ31)

作者简介: 余 盼(1990—),女,硕士研究生,主要从事应力型光纤的应力场分布和双折射等方面的研究。

E-mail: 1054211018@qq.com

导师简介: 季敏宁(1964—),男,博士,教授,主要从事特种光纤理论与技术等方面的研究。E-mail: jmn2001@shu.edu.cn

## 1 引 言

保偏光纤是20世纪80年代发展起来的一种特种光纤,它在通信、传感等领域有着广泛的应用<sup>[1-3]</sup>。保偏光纤的种类很多,按产生双折射的原因大致可以划分成三类:应力致双折射型、几何形状致双折射型和波导结构致双折射型<sup>[4]</sup>。本文主要研究应力致偏型光纤的应力场分布和双折射。1984年,Chu等<sup>[5]</sup>运用热弹性位移势能函数得到了几种常见应力型光纤双折射的解析解,如熊猫、领结和椭圆包层光纤,这几种光纤是形状较为规则的应力型保偏光纤。对于由规则形状的应力区组成的多应力区光纤,1991年Tsai等<sup>[6]</sup>提出了一种叠加的思想,即总的应力场分布可由各应力区的应力场叠加而得。文献[7]研究了应力微元的应力场分布和双折射大小问题,得出了纤芯中心处应力大小和双折射与应力微元的形状无关、也与应力微元的放置方向无关,即任意形状应力微元与圆形应力微元在纤芯中心处的双折射大小都相同。对于任意形状应力区光纤,本文提出一种直接计算应力大小及其双折射的积分计算方法。该方法先将应力区划分为应力微元,然后利用应力微元的解析解<sup>[7]</sup>在应力区上进行积分,从而得出具有普遍意义的应力及应力双折射积分计算公式。通过COMSOL Multiphysics软件数值模拟,对这一新的计算方法的可行性进行验证。在此基础上,对领结型光纤进行微元分析和模拟仿真,给出其优化设计结果。

## 2 微元分析基本原理

空间直角坐标系保持原点不动,绕着某一个轴旋转而构成新的坐标系,这个过程叫做坐标旋转,其过程如图1所示, $\theta$ 为两坐标系之间的夹角。

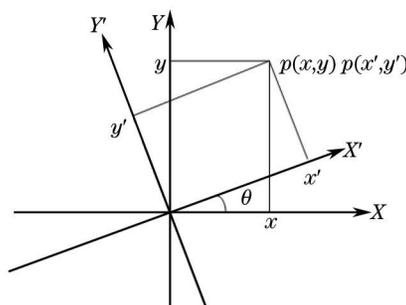


图1 坐标系旋转

Fig.1 Coordinate system rotation

若在原坐标系 $(x, y)$ 下的矩阵为 $\mathbf{T}$ ,在新的坐标系 $(x', y')$ 下的矩阵为 $\mathbf{T}'$ ,原坐标系到新坐标系的旋转矩阵为 $\mathbf{X}$ ,则有

$$\mathbf{T} = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{T}' \mathbf{X}, \quad (1)$$

由图1中的几何关系可知,旋转矩阵 $\mathbf{X}$ 的表达式为

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (2)$$

对处于不同位置的应力微元,建立应力微元的本地坐标系 $(x', y')$ ,使应力微元和纤芯中心的连线与 $x'$ 轴的方向一致,此时微元在纤芯中心处产生的切应力 $\tau'_{xy}$ 为零。因此,在此坐标系下的应力张量可表示为<sup>[7-8]</sup>

$$\boldsymbol{\sigma}' = \begin{bmatrix} \sigma'_x & 0 \\ 0 & \sigma'_y \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中 $\sigma'_x$ 、 $\sigma'_y$ 为相应坐标系下的正应力。

由(1)式可知,在固定坐标系 $(x, y)$ 下的应力张量为

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma'_x & 0 \\ 0 & \sigma'_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2} + \frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2} & 0 \\ 0 & \frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2} - \frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} = \frac{\sigma'_x - \sigma'_y}{2} \begin{bmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & -\cos 2\theta \end{bmatrix} + \frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

由此可得正应力差为

$$\sigma_x - \sigma_y = (\sigma'_x - \sigma'_y) \cos 2\theta. \quad (5)$$

由文献[7]获熊猫光纤的解析解<sup>[5]</sup>:

$$B_0 = \frac{CE\Delta\alpha\Delta T}{2(1-\nu)} \left[ 4\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^2 - \frac{3}{4}\left(\frac{a^2-b^2}{R^2}\right)^2 \right] = \frac{2CE\Delta\alpha\Delta T}{1-\nu} \left(\frac{r^2}{R^2}\right) \left[ \left(\frac{R}{d}\right)^2 - 3\left(\frac{d}{R}\right)^2 \right], \quad (6)$$

式中  $C$  为相对应力光弹系数,  $E$  为杨氏模量,  $\nu$  为泊松比,  $\Delta\alpha = \alpha_{\text{clad}} - \alpha_{\text{sap}}$  为包层非应力区与应力区的热膨胀系数差,  $\Delta T = T_1 - T_0$  为冷却成型时的室温与应力区材料的软化温度差,  $d$  为应力区中心到纤芯的距离,  $r$  为应力区“猫眼”的半径。

故应力微元在纤芯中心处产生的正应力差可表示为

$$\sigma'_x - \sigma'_y = \frac{E\Delta\alpha\Delta T}{\pi(1-\nu)} \left(\frac{ds}{R^2}\right) \left[ \left(\frac{R}{d}\right)^2 - 3\left(\frac{d}{R}\right)^2 \right] = \frac{E\Delta\alpha\Delta T}{\pi(1-\nu)} \left[ \frac{1}{x^2+y^2} - \frac{3(x^2+y^2)}{R^4} \right] dx dy, \quad (7)$$

式中  $ds$  是应力微元的面积。

因此,对任意应力区形状的应力型光纤,其正应力差  $\sigma_x - \sigma_y$  可表示为

$$\sigma_x - \sigma_y = \iint \frac{E\Delta\alpha\Delta T}{\pi(1-\nu)R^2} \left[ \left(\frac{R}{d}\right)^2 - 3\left(\frac{d}{R}\right)^2 \right] \cos 2\theta ds = \frac{E\Delta\alpha\Delta T}{\pi(1-\nu)} \iint \left[ \frac{1}{(x^2+y^2)^2} - \frac{3}{R^4} \right] (x^2-y^2) dx dy, \quad (8)$$

切应力  $\tau_{xy}$  可表示为

$$\tau_{xy} = \iint \frac{E\Delta\alpha\Delta T}{2\pi(1-\nu)R^2} \left[ \left(\frac{R}{d}\right)^2 - 3\left(\frac{d}{R}\right)^2 \right] \sin 2\theta ds = \frac{E\Delta\alpha\Delta T}{\pi(1-\nu)} \iint \left[ \frac{1}{(x^2+y^2)^2} - \frac{3}{R^4} \right] xy dx dy, \quad (9)$$

此即是应力微元分析的积分计算方法,其中,  $x, y$  代表应力区中应力微元  $dx dy$  的位置坐标。将(4)式中的矩阵对角化,可得到相应的应力双折射计算公式

$$B = C(\sigma_1 - \sigma_2) = C \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}, \quad (10)$$

式中  $C$  为相对应力光弹系数,  $\sigma_1 - \sigma_2$  为应力型光纤的主应力差。

### 3 应力积分计算与仿真对比分析

在保持光纤材料、结构不变的情况下,用(8)式和(9)式积分计算应力型光纤在纤芯中心处的应力,并与 COMSOL Multiphysics 软件中的固体力学模块数值模拟结果进行比较。仿真的光纤结构:纤芯半径  $c = 3.5 \mu\text{m}$ , 光纤包层半径  $R = 62.5 \mu\text{m}$ , 波长取  $\lambda = 1550 \mu\text{m}$  时为单模光纤。表 1 是仿真中所使用的光纤材料参数<sup>[9]</sup>。表中  $\alpha_{\text{core}}$ 、 $\alpha_{\text{clad}}$ 、 $\alpha_{\text{sap}}$  分别对应纤芯、包层、应力区的膨胀系数;  $N_{\text{core}}$ 、 $N_{\text{clad}}$ 、 $N_{\text{sap}}$  分别为初始温度  $T_0$ , 应力为 0 时纤芯、包层、应力区的折射率;  $E$  是杨氏模量,  $\nu$  为泊松系数;  $T_0$  为拉制光纤时的初始温度,  $T_1$  为冷却后的室温;  $C_1$ 、 $C_2$  为光弹系数, 相对应力光弹系数  $C = C_1 - C_2$ 。

表 1 光纤的材料参数

Table 1 Fiber material parameters for modeling and simulation

Parameter	$E / (10^{10} \text{ N/m}^2)$	$\nu$	$T_0 / ^\circ\text{C}$	$T_1 / ^\circ\text{C}$	$C_1 / (10^{-12} \text{ m}^2/\text{N})$	$C_2 / (10^{-12} \text{ m}^2/\text{N})$
Value	7.8	0.186	1000	20	0.7572468	4.18775
Parameter	$\alpha_{\text{core}} / (10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$\alpha_{\text{clad}} / (10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$\alpha_{\text{sap}} / (10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1})$	$N_{\text{core}}$	$N_{\text{clad}}$	$N_{\text{sap}}$
Value	2.215	0.54	1.45	1.4558	1.4478	1.4418

#### 3.1 不同形状应力区的应力

保持应力区中心到纤芯中心的距离为  $d = 30 \mu\text{m}$ , 应力区面积为  $225\pi \mu\text{m}^2$ , 分别研究应力区形状为圆 ● (标号为 1), 矩形 ■ (长宽比为 2:1, 标号为 2)、矩形旋转  $45^\circ$  (标号为 3)、矩形旋转  $90^\circ$  (标号为 4), 正方形 ■ (标号为 5), 菱形 ◆ (标号为 6), 正三角形不同放置 ▲ (标号为 7)、► (标号为 8)、◄ (标号为 9) 几种情况的应力大小。

应力积分计算与 COMSOL Multiphysics 的仿真结果如表 2 和图 2 所示。

表 2 不同形状应力区在纤芯中心处的正应力差

Table 2 Normal stress difference at the center of the fiber core with different stress shapes

	COMSOL $/(10^7 \text{ N/m}^2)$	Integral method $/(10^7 \text{ N/m}^2)$
Circle ●	1.7965	1.7961
Rectangle ■	2.3905	2.3905
Rotate angle $45^\circ$	1.69	1.6896
Rotate angle $90^\circ$	1.2954	1.2955
Square ■	1.696	1.6955
Rhombus ◆	1.9181	1.9174
Triangle ▲	1.6914	1.6809
Triangle ►	1.4829	1.4837
Triangle ◀	2.3824	2.3809

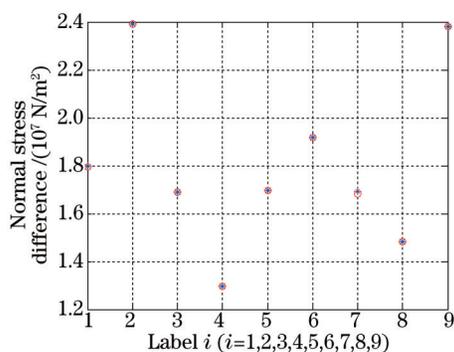


图 2 不同形状应力区在纤芯中心处的正应力差

Fig.2 Normal stress difference at the center of the fiber core with different stress shapes

图 2 中的圆圈表示的是利用 COMSOL Multiphysics 仿真不同形状应力区在纤芯中心处的正应力差的结果,而点表示的是运用积分计算的结果。从表 2 对应的图 2 可以看出,在应力区的面积和其中心到纤芯中心的距离  $d = 30 \mu\text{m}$  不变的情况下,不同形状的应力区光纤,其正应力差的积分计算结果与应用 COMSOL Multiphysics 仿真的结果高度一致,即任意形状的应力区在纤芯中心处的正应力差都可以利用(8)式直接进行计算。对切应力的积分计算和软件仿真对照结果结论相同,在此不再赘述。

### 3.2 任意距离下的应力分布

保持应力光纤的材料和结构参数不变,应力区面积仍然为  $225\pi \mu\text{m}^2$ ,改变应力区到纤芯的距离——从离纤芯较近到接近包层边界,用积分计算方法和软件模拟研究其应力分布。特别以各向异性较高的矩形 ■ (长宽比为 2:1)为例进行分析,图 3(a)~(c)分别为矩形正放(旋转  $0^\circ$ )、旋转  $45^\circ$ 、旋转  $90^\circ$ 时的计算结果。

用 COMSOL Multiphysics 仿真得到的正应力差如图 3 中实线所示,(8)式积分计算的正应力差为其中的星号所示。从图 3 可以看出,随着应力区到纤芯距离  $d$  的增大,正应力差逐渐减小,但这两种方法计算所得的结果吻合得很好,这说明运用积分(8)式计算离纤芯任意距离的应力区在纤芯中心处的正应力差是可行的。

图 4 是用(9)式积分计算方法和 COMSOL Multiphysics 数值模拟计算切应力的结果对比。图 4(a)、(b)分别为矩形 ■ (长宽比为 2:1)且旋转角为  $45^\circ$ 和正三角形 ▲ 两种情况。其他几种情况由于应力区关于  $x$  轴对称,其切应力为零。

用 COMSOL Multiphysics 仿真得到纤芯中心处的切应力如图 4 中实线所示,(9)式积分计算的切应力由其中的星号所示。从图 4 可以看出,两种方法计算得到的结果吻合得很好,说明对离纤芯任意距离的应力区,运用(9)式计算其在纤芯中心处的切应力是确实可行的。

由以上积分计算和模拟结果可知,对于任意形状、离纤芯任意距离的应力区,其在纤芯中心处的应力都可以运用积分计算公式(8)式、(9)式精确求解。

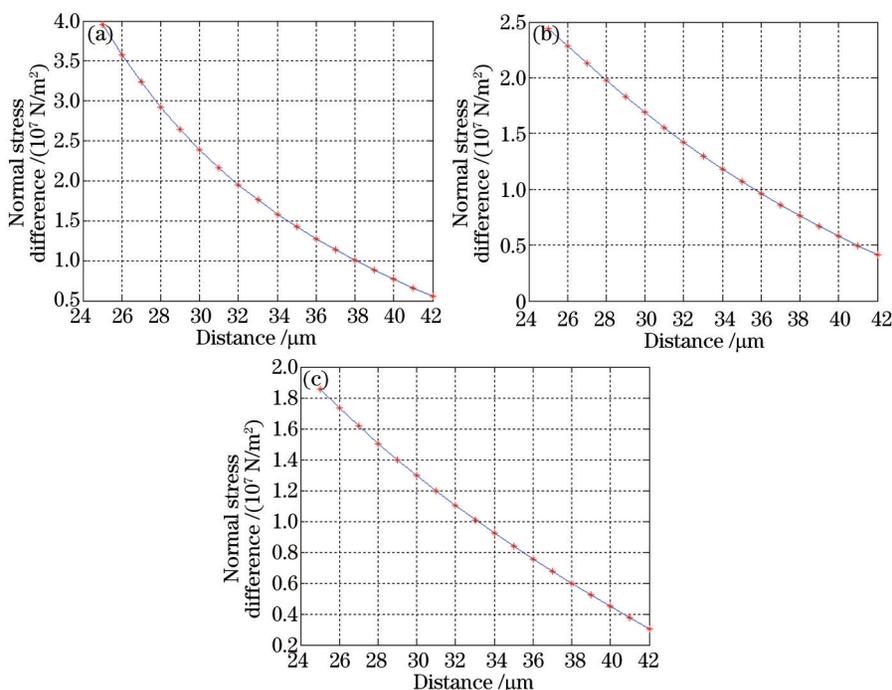


图3 矩形应力区在纤芯处的正应力差。(a) 旋转 0°; (b) 旋转 45°; (c) 旋转 90°

Fig.3 Normal stress difference at the center of the fiber core with rectangular stress region under rotate angles of (a) 0°, (b) 45° and (c) 90°

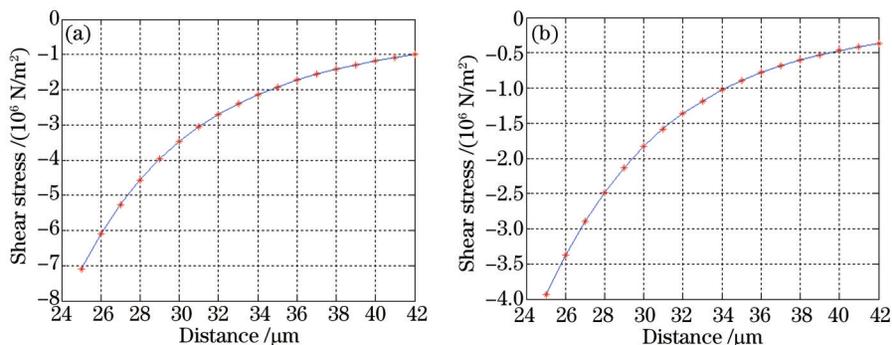


图4 不同应力区在纤芯处的切应力。(a) 矩形旋转 45°; (b) 正三角形

Fig.4 Shear stress at the center of the fiber core with rectangular stress region under (a) rotate angle 45° and (b) triangle stress region, respectively

## 4 领结光纤的优化设计

大家通常认为领结光纤能够获得最大的双折射<sup>[6,9-10]</sup>,熊猫光纤和其他应力光纤次之。然而从领结光纤的结构,特别是具有最大应力双折射的领结光纤(其应力区张角为  $2\theta = 90^\circ$ ,如图4所示)可以看出,领结应力区靠近上边缘和下边缘处与  $x$  轴的倾角  $\theta$  接近  $45^\circ$ ,而  $\cos(2 \times 45^\circ) = 0$ ,从微应力分析积分计算公式(8)式可知,这些应力部分在纤芯中心处的双折射很小,对双折射的贡献几乎为零。

若保持应力区面积不变,为了提高应力双折射,可将领结光纤靠近上边缘和下边缘的部分移动到  $x$  轴附近,形成图6所示的“月牙形”光纤。此时,由于应力部分的倾角变小,  $\cos 2\theta$  较大,对纤芯处的双折射贡献将增大。

下面用 COMSOL Multiphysics 软件模拟和积分计算两种方法对领结光纤和“月牙形”光纤纤芯中心处的双折射进行计算,验证这一结论。图5为领结光纤的应力场仿真图,图6为“月牙形”光纤的应力场仿真图。

图5中领结光纤在纤芯中心处的应力双折射为  $7.9538 \times 10^{-5}$  (积分公式计算的应力双折射为  $8.1354 \times 10^{-5}$ ); 相同应力区面积的图6中“月牙形”光纤在纤芯中心处的应力双折射为  $9.2116 \times 10^{-5}$  (积分公式计算的应力双折射为  $9.3672 \times 10^{-5}$ ), 它比领结型光纤的双折射要大。这说明在提高双折射方面,“月牙形”光纤确实优于同应力区面积的领结光纤。因此对领结光纤的优化设计,可以得到具有更高双折射的光纤。

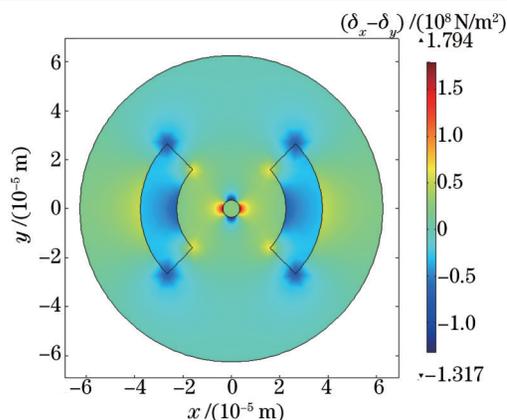


图5 领结光纤的应力场

Fig.5 Stress field of bow-tie fiber

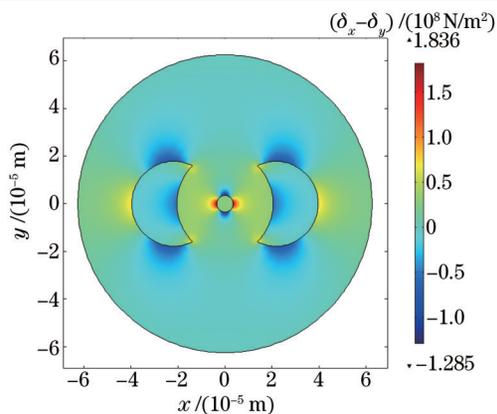


图6 “月牙形”光纤的应力场

Fig.6 Stress field of "lunar" stress fiber

## 5 结 论

在文献[7]的基础上提出了积分计算应力和应力双折射的方法,给出了具体计算应力的公式,同时运用COMSOL Multiphysics软件的数值模拟结果对该积分计算方法进行验证。结果表明,对不同形状和离纤芯不同距离的应力区,其积分计算的正应力差和切应力结果与软件仿真的结果高度一致,说明了该积分计算方法和计算公式的有效性。因此对于任意形状应力区光纤在纤芯中心处的应力都可运用该解析的积分公式进行求解。此外,在积分计算公式的基础上分析了不同应力部分对领结光纤双折射贡献的大小,发现在应力区面积相等的情况下,领结光纤的双折射并非最大,这与通常以为的结论相反。通过对领结光纤重新进行优化设计,获得了具有更大双折射的“月牙形”光纤。

## 参 考 文 献

- 1 Han Ping, Xie Yongquan, Liu Yang. Research of all-fiber micro-vibration multiplexing sensors[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(3): 0305004. 韩 屏, 谢涌泉, 刘 阳. 分布式全光纤微振动传感器研究[J]. 中国激光, 2014, 41(3): 0305004.
- 2 Lu Xin, Bi Weihong, Ma Shuo, *et al.*. Optical voltage transducer based on two-hole photonic crystal fiber[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(11): 1105003. 芦 鑫, 毕卫红, 麻 硕, 等. 双孔光子晶体光纤光学电压传感方案研究[J]. 中国激光, 2011, 38(11): 1105003.
- 3 Sun Hao, Hu Manli, Qiao Xueguang, *et al.*. Fiber refractive index sensor based on fiber core mismatch multimode interference[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(2): 0205001. 孙 浩, 忽满利, 乔学光, 等. 基于纤芯失配多模干涉的光纤折射率传感器[J]. 中国激光, 2012, 39(2): 0205001.
- 4 Guan Rongfeng, Li Zhantao, Gan Zhiyin, *et al.*. Analysis on stress and modal field of bow-tie and elliptical cladding polarization-maintaining optical fiber[J]. Chinese Journal of Quantum Electronics, 2005, 22(2): 277-281. 关荣锋, 李占涛, 甘志银, 等. 领结型和椭圆型保偏光纤的应力和模式分析[J]. 量子电子学报, 2005, 22(2): 277-281.
- 5 P Chu, R Sammut. Analytical method for calculation of stresses and material birefringence in polarization-maintaining optical fiber [J]. J Lightwave Technol, 1984, 2(5): 650-662.
- 6 K H Tsai, K S Kim, T F Morse. General solutions for stress-induced polarization in optical fibers[J]. J Lightwave Technol, 1991, 9 (1): 7-17.
- 7 Yu Pan, Ji Minning. Stress element analysis method of the birefringence in stress-induced fiber[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2014, 52(2): 020604. 余 盼, 季敏宁. 光纤双折射的应力微元分析方法[J]. 激光与光电子进展, 2014, 52(2): 020604.
- 8 Xu Zhilun. The Introductory Tutorial of Elastic Mechanics[M]. Beijing: People Education Press, 1980. 6-8. 徐芝纶. 弹性力学简明教程[M]. 北京: 人民教育出版社, 1980. 6-8.
- 9 R Guan, F Zhu, Z Gan, *et al.*. Stress birefringence analysis of polarization maintaining optical fibers[J]. Optical Fiber Technology, 2005, 11(3): 240-254.
- 10 M H Aly, M S A Abouelwafa, M M Keshk. Thermal-stress-induced birefringence in panda and bow-tie optical fibers[C]. Cairo: Proceedings of the Fifteenth National Radio Science Conference, 1998. D14/1-D1411.

栏目编辑: 王晓球