

基于剪切干涉的单幅干涉条纹相位恢复算法

郭媛 吴全* 陈小天 毛琦 甄伟 杨震

齐齐哈尔大学计算机与控制工程学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006

摘要 单幅干涉条纹相位恢复算法中通过两次希尔伯特变换获得正弦分量和余弦分量,然后求出水平方向和垂直方向的相位斜率,再采用积分的方法对相位进行恢复,即可得到全场相位分布。然而,相位变化过快时得到的相位斜率不连续,此时就不能直接采用该方法进行相位恢复。针对这一弊端,将剪切干涉计量原理引入到相位恢复算法中,对包裹相位建立二维复光场,获得连续相位斜率的离散偏导,提出用三次积分法即可恢复原始相位。实验验证该方法不仅能够有效地解决相位变换过快和相位截断的影响,而且能较精确地恢复原始相位。

关键词 测量; 相位恢复; 希尔伯特变换; 剪切干涉

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201542.1208003

Phase Retrieval Method of Single Interference Fringe Pattern Based on Shearing Interferometry

Guo Yuan Wu Quan Chen Xiaotian Mao Qi Zhen Wei Yang Zhen

College of Computer and Control Engineering, Qiqihar University, Qiqihar, Heilongjiang 161006, China

Abstract The phase can be retrieved by the line integral of its gradient of horizontal and vertical directions, being calculated by the sine and cosine components, which are gained by Hilbert transform twice from a single carrier frequency interference fringe pattern. However, the result is not correct using the integral method when the gradient is discontinuous caused by fast phase change. Aiming at this problem, a two-dimensional optical field in the complex domain is built. By this way the principle of shearing interferometry is introduced to the digital phase retrieval to obtain a continuous phase gradient. The triple integral method is proposed to retrieve the original phase. Experimental results represent that the proposed method can solve the problems of phase discontinuity and fast phase change. The original phase can be retrieved more accurately.

Key words measurement; phase retrieval; Hilbert transform; shearing interferometry

OCIS codes 120.4630; 100.3010; 100.2650

1 引 言

电子散斑干涉技术作为一种新型的测量技术^[1-3],可用于微小变形、表面形貌光学干涉测量等,具有高精度、高灵敏度、非接触无损测量的优点。散斑测量得到干涉条纹图,根据相位调制原理,从变形的条纹图中提取相位信息,即可求出所测的物理量。而对相位的提取与恢复是其关键。

应用于相位提取的方法主要有相移法^[4-5]、傅里叶变换法^[6-8]。文献[9]使用相移法和傅里叶变换计算相位曲率和斜率,继而测量相位差。指出空间载波相移法和空间相位差测量相位差的等效性。相移法是目前国内外对散斑条纹图处理比较成熟的方法,但相移法通常需要三幅或者三幅以上带有不同相移场的条纹图。虽然相移法具有较高精度,但在高精度的同时,需要精密的相移装置,且相移本身也带来一定误差。快速傅里叶变换(FFT)法相位提取技术在1982年提出,在此基础上发展了二维傅里叶变换法相位提取技术。傅里叶

收稿日期: 2015-07-03; 收到修改稿日期: 2015-08-02

基金项目: 国家自然科学基金(61100103)、黑龙江省自然科学基金(F201219)、黑龙江省教育厅科研面上支持项目(12521600)、齐齐哈尔大学青年重点基金(2011K-02)、教育部海外归国人员启动基金、齐齐哈尔大学2014年研究生创新科研项目(YJSCX2014-026X)

作者简介: 郭媛(1974—),女,博士,教授,主要从事光学信息处理、光学检测与传感器技术等方面的研究。

E-mail: guoyuan171@126.com

*通信联系人。E-mail: wuquan001@163.com

变换法虽然只需要一幅干涉条纹图,可以应用于瞬态的测量。但常用的傅里叶变换很难使相位的空间和频率分辨率最优同步,因此难以实现精确的相位提取。此外傅里叶变换法得到的是包裹相位,在进行相位解包裹时容易产生误差^[10-14]。

2001年 Wong 在一次希尔伯特变换的基础上提取相位信息,继而文献[15]提出基于两次希尔伯特变换从单幅干涉条纹中获得干涉条纹的正弦分量和余弦分量,通过正弦分量和余弦分量获得相邻像素点相位变化量的正切值,即相位斜率的正切值。然后由反正切变换计算出相位斜率,最后选择相位积分的起始点,沿着水平方向(x 方向)和垂直方向(y 方向)对相位斜率进行积分,即可得到原始相位分布^[15-16]。该方法无需解包裹运算,简单方便,而且很好地避免了由解包裹运算带来的相位误差。但是该方法只能处理连续的相位斜率分布,当条纹密度过大或相位变化过快时,通过该方法得到的水平方向和垂直方向的相位斜率分布出现不连续的状况,甚至存在明显的欠采样问题,此时就不能直接用积分法恢复相位。本文在两次希尔伯特变换获得垂直方向和水平方向相位斜率的基础上,提出对相位斜率在复数域内进行剪切获得连续的相位斜率离散偏导^[17-19]。一次剪切处理基本可以解决一般相位密度较大的干涉条纹。另外针对实际光场测量中出现的局部因相位坡度非常大时相位变换极端快的情况,又进一步在一次剪切的基础上提出对斜率场进行二次剪切,最终得到连续的相位斜率的二阶离散偏导,从而解决了局部因相位变换极端快导致相位斜率不连续的影响。最后在对两次希尔伯特变换求相位斜率进行改进的基础上提出“三次积分算法”进行相位恢复。通过实验验证,当条纹密度过大时,提出的方法能够很好地避免水平方向和垂直方向的相位斜率不连续带来的影响,而且简单方便准确地恢复全场相位分布。

2 基本原理

2.1 希尔伯特变换

希尔伯特变换是信号处理中的重要工具之一。通过解析信号可以将希尔伯特变换的正弦分量和余弦分量表示出来,并应用于相位恢复中获得原始相位分布。

给定一个连续的时间信号 $I(t)$,其希尔伯特变换为

$$v(t) = \frac{1}{\pi v} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I(\tau)}{t - \tau} d\tau = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{I(t - \tau)}{\tau} d\tau = I(t) * \frac{1}{\pi t} . \quad (1)$$

在频域内希尔特变换可表示为

$$V(f) = \begin{cases} jU(f), & f < 0 \\ -jU(f), & f > 0 \end{cases} . \quad (2)$$

希尔伯特变换等同于一个滤波器,信号经过希尔伯特变化后,即在频域相移 $\pi/2$ 。(2)式中 $V(f)$ 是函数 $v(t)$ 的傅里叶变换, $U(f)$ 是函数 $I(t)$ 的傅里叶变换, j 是虚数单位。由希尔伯特变换的性质可知正弦信号的希尔伯特变换就是余弦信号,并且能够滤除原信号中的直流分量,同时可以有效地滤除原信号所携带的噪声。那么,对于单幅干涉条纹图的二维调制相位可表示为

$$\phi(x, y) = \arctan \left\{ \frac{H[I(x, y)]}{H\{H[I(x, y)]\}} \right\}, \quad (3)$$

式中 $H[I(x, y)]$ 为散斑干涉图 $I(x, y)$ 的一次希尔伯特变换, $H\{H[I(x, y)]\}$ 为 $I(x, y)$ 的两次希尔伯特变换。

2.2 基于希尔伯特变换的单幅条纹相位恢复原理

通常散斑干涉条纹可以表示为

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)], \quad (4)$$

式中 $a(x, y)$ 表示条纹图的背景强度, $b(x, y)$ 为光波振幅, f_0 为载波频率, $\phi(x, y)$ 为经物体漫反射后物体光波的相位。而 $a(x, y)$ 、 $b(x, y)$ 为缓变函数,可以视为常数,对干涉条纹进行希尔伯特变换,得到其正弦分量可表示为

$$I_1(x, y) = b(x, y) \sin[2\pi f_0 x + \phi(x, y)]. \quad (5)$$

可看出通过希尔伯特变换的散斑干涉条纹的直流项被滤除了。然后再对 $I_1(x, y)$ 进行希尔伯特变换得到散斑干涉条纹图的余弦分量,即

$$I_2(x, y) = -b(x, y) \sin[2\pi f_0 x + \phi(x, y)]. \quad (6)$$

令 $\theta(x,y) = 2\pi f_0 x + \phi(x,y)$, 在水平方向和垂直方向的相位斜率可以表示为

$$g_x(x,y) = \theta(x+1,y) - \theta(x,y) = \arctan \frac{\sin(\Delta\theta_x)}{\cos(\Delta\theta_x)} = \arctan \frac{I_2(x+1,y)I_1(x,y) - I_1(x+1,y)I_2(x,y)}{I_2(x+1,y)I_2(x,y) + I_1(x+1,y)I_1(x,y)}, \quad (7)$$

$$g_y(x,y) = \theta(x,y+1) - \theta(x,y) = \arctan \frac{\sin(\Delta\theta_y)}{\cos(\Delta\theta_y)} = \arctan \frac{I_2(x,y+1)I_1(x,y) - I_1(x,y+1)I_2(x,y)}{I_2(x,y+1)I_2(x,y) + I_1(x,y+1)I_1(x,y)}. \quad (8)$$

对水平方向和垂直方向的相位斜率 $g_x(x,y)$ 、 $g_y(x,y)$ 进行积分即可得到全场相位分布

$$\theta(x,y) = \theta(x_0,y_0) + \iint_{d(x_0,y_0)-(x,y)} [\Delta g_x(x,y) + \Delta g_y(x,y)] dx dy, \quad (9)$$

(9)式表示延点 $(x_0,y_0)-(x,y)$ 任一连续积分路径 d 的积分。

3 基于剪切干涉的单幅干涉条纹相位恢复原理

应用(9)式积分法只能对连续的相位斜率分布进行处理,但当相位变换过快时,用(7)、(8)式得到的水平方向和垂直方向的相位斜率会出现不连续的情况,此时就不能直接通过积分法对相位进行恢复。为了解决这一弊端,这里在希尔伯特变换求出干涉条纹图的正弦分量和余弦分量的基础上,将剪切干涉计量原理引入到希尔伯特变换相位恢复算法中,求出连续的斜率离散偏导,然后进行全场相位恢复。

利用(7)式求出的相位斜率 $g_x(x,y)$ 建立一个等效二维复光场

$$S(x,y) = \exp[jg_x(x,y)]. \quad (10)$$

对该等效二维复光场沿 x 方向作一个单位平移,得到一个全新的二维光场

$$S'(x,y) = \exp[jg_x(x+1,y)]. \quad (11)$$

将(10)、(11)式表示的光场相除得到剪切光场

$$\Delta S_x(x,y) = \frac{S'(x,y)}{S(x,y)} = \frac{\exp[jg(x+1,y)]}{\exp[jg(x,y)]} = \exp\{j[g_x(x+1,y) - g_x(x,y)]\}. \quad (12)$$

然后对剪切光场通过反正切运算,可以得到水平方向上相位斜率的一阶离散偏导为

$$\Delta g_x(x,y) = \arctan\{\text{Im}[\Delta S_x(x,y)] / \text{Re}[\Delta S_x(x,y)]\}. \quad (13)$$

式中 $\text{Re}(\cdot)$ 和 $\text{Im}(\cdot)$ 分别表示取剪切光场复函数的实部和虚部运算。

(10)式等效光场的数值与 $g_x(x,y)$ 连续时建立的复光场数值相同。根据欧拉定理,自然底数的指数可以用正弦和余弦函数的复数形式表达,在求调制相位之前可以消除包裹相位不连续带来的影响,所以通过对 $g_x(x,y)$ 建立等效光场后使不连续在形式上被去除,即无论 $g_x(x,y)$ 连续与否,等效光场 $S(x,y)$ 的数值均相等。于是,即使相位 $g_x(x,y)$ 变化较快,但是 $\exp\{j[g_x(x+1,y) - g_x(x,y)]\}$ 的空间变化频率却不高, $\Delta g_x(x,y)$ (相位斜率在 x 方向的离散导数)可看作连续分布。

同理可得到垂直方向上斜率的离散导数

$$\Delta g_y(x,y) = \arctan\{\text{Im}[\Delta S_y(x,y)] / \text{Re}[\Delta S_y(x,y)]\}. \quad (14)$$

然后,可对全场相位进行恢复

$$\theta(x,y) = \theta(x_0,y_0) + \iint_{d(x_0,y_0)-(x,y)} [\Delta g_x(x,y) + \Delta g_y(x,y)] dx dy. \quad (15)$$

通常情况下,通过建立等效复光场,对其进行一次剪切处理一定程度上即可解决相位变化过快的影响。但在实际测量时,往往所求的原始相位分布成陡峭的变化曲面,使 $g(x+1,y) - g(x,y)$ 的绝对值大于 π ,通过一次剪切得到的 $\Delta g_x(x,y)$ 、 $\Delta g_y(x,y)$ 仍呈不连续分布,进一步增大了相位恢复的难度。为了解决这个问题,这里在一次剪切的基础上引入“二次剪切”,即延 x 轴方向再作一个单位平移,创建一个二次剪切复光场

$$\Delta S'_x(x,y) = \Delta S_x(x-1,y) = \exp[j\Delta g_x(x,y)]. \quad (16)$$

将光场 $\Delta S'_x(x,y)$ 、 $\Delta S_x(x,y)$ 相除得到二次剪切新光场

$$\Delta S_{xx} = \frac{\Delta S'_x(x,y)}{\Delta S_x(x,y)} = \frac{\exp[j\Delta g_x(x,y)]}{\exp[j\Delta g_x(x-1,y)]}. \quad (17)$$

于是水平方向二次斜率离散偏导为

$$\Delta g_{xx} = \arctan[\text{Im}(\Delta S_{xx}) / \text{Re}(\Delta S_{xx})]. \quad (18)$$

同理垂直方向二次离散偏导为

$$\Delta g_{yy} = \arctan[\text{Im}(\Delta S_{yy}) / \text{Re}(\Delta S_{yy})]. \quad (19)$$

所以,即使在水平方向和垂直方向的相位变化率大于 π ,但是经过二次剪切,在两个方向斜率的二次离散导数的值在 $(-\pi, \pi)$ 内,就保证得到的 $\Delta g_{xx}(x, y)$ 、 $\Delta g_{yy}(x, y)$ 是连续的,通过提出的对水平方向和垂直方向相位斜率的二阶离散偏导 $\Delta g_{xx}(x, y)$ 和 $\Delta g_{yy}(x, y)$ 进行连续三次积分,即可得到全场相位分布

$$\theta(x, y) = \theta(x_0, y_0) + \iiint_{d(x_0, y_0) \sim d(x, y)} [\Delta g_{xx}(x, y) + \Delta g_{yy}(x, y)] dx dy. \quad (20)$$

4 实验与分析

4.1 基于剪切干涉的单幅干涉条纹相位恢复

用 Matlab 生成像素为 $400 \text{ pixel} \times 400 \text{ pixel}$ 的散斑干涉条纹图,条纹图的强度分布为

$$I(x, y) = 0.5 + 0.5 \cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)]. \quad (21)$$

式中调制相位 $\phi(x, y) = 3000 \sin x \sin y \cos y \exp(-x^2 - y^2)$, f_0 表示载波频率,值取为 0.125,实验结果如图 1 所示。

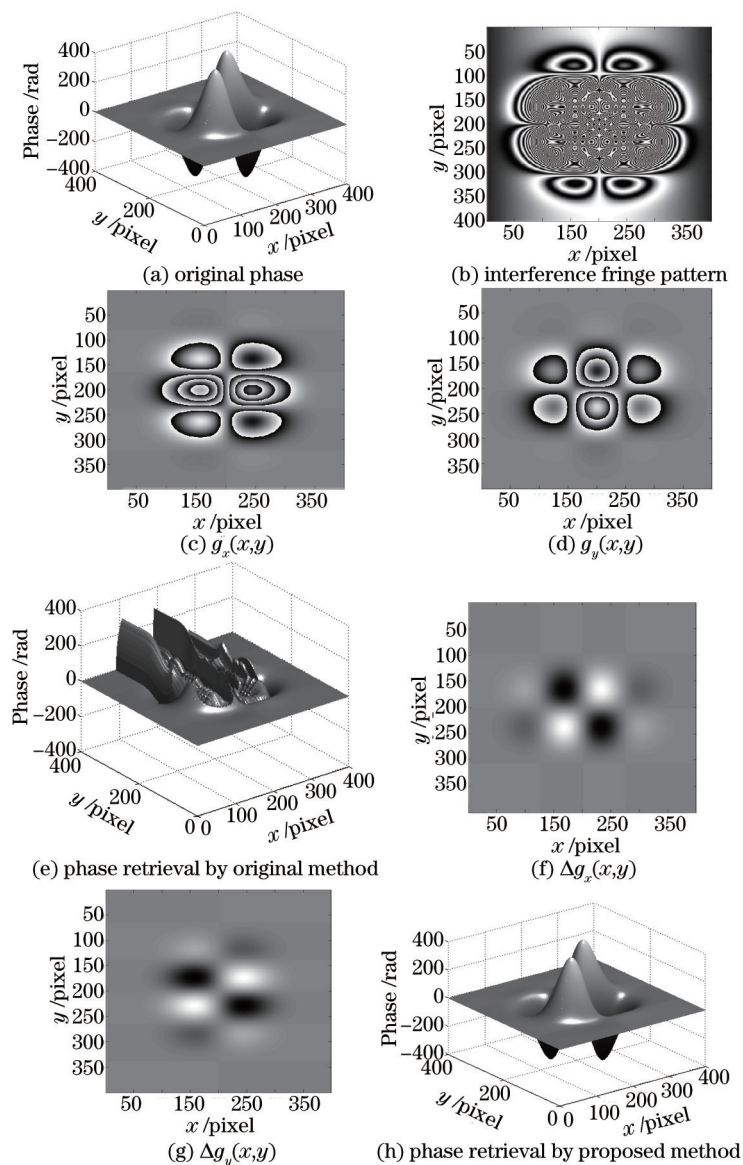


图1 原始算法和提出算法的相位恢复结果比较

Fig.1 Comparison between the original algorithm and the proposed algorithm

图 1(a)和图 1 (b)分别为原始相位和干涉条纹图,图 1(c)和图 1 (d)为经(7)式和(8)式得到的相位在各自方向上的斜率,由于相位变化过快得到的斜率成不连续状态,通过积分方法进行相位恢复失败,如图 1(e);图 1(f)

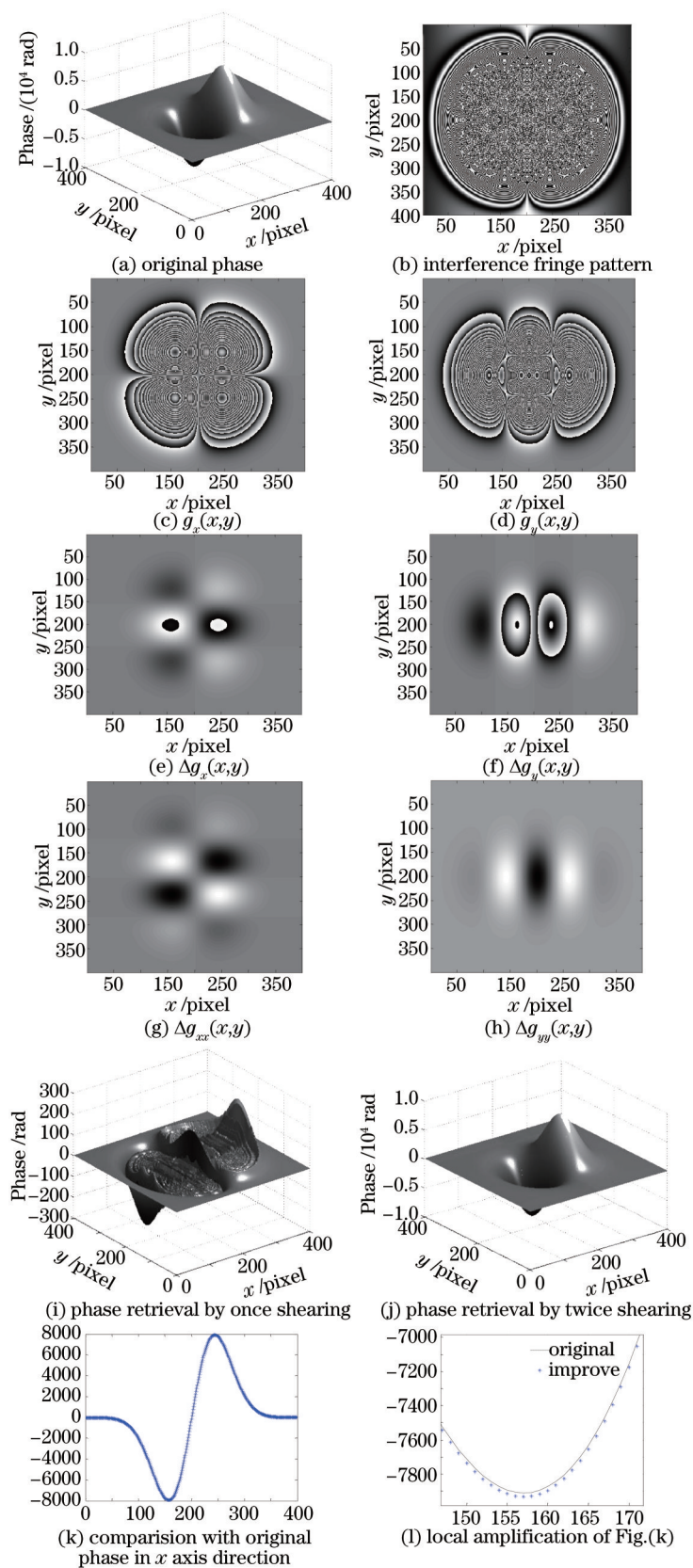


图 2 二次剪切相位恢复结果

Fig.2 Phase retrieval results based on twice shearing

和图 1 (g)为对斜率建立二维复光场后,在进行一次剪切得到各方向上斜率的离散导数,由于复光场以自然对数为底数,并可化为正余弦函数的复数形式,所以可以消除相位斜率不连续,避免相位越变的影响。此时可用(15)式对相位进行恢复,结果如图 1(h)所示。

4.2 基于二次剪切的单幅干涉条纹相位恢复

同样用 Matlab 生成像素值为 $400 \text{ pixel} \times 400 \text{ pixel}$ 的散斑干涉条纹图,条纹图的强度分布如(21)式所示,其中 $\varphi(x,y) = 20000 \times \sin x \times \exp(x^2 - y^2)$ 。用上述方法得到实验结果如图 2 所示。

图 2(a)和图 2 (b)分别为相位变换非常快的原始相位和干涉条纹图。图 2(c)和图 2(d)分别为水平方向和垂直方向的相位斜率,可以看出此时 $g_x(x,y)$ 、 $g_y(x,y)$ 变得不连续;这里在希尔伯特变换得到正弦分量和余弦分量,并分别求出两方向相位斜率的基础之上,将剪切散斑干涉原理引入到相位恢复算法中,然后对斜率场进行剪切,得到的 $\Delta g_x(x,y)$ 、 $\Delta g_y(x,y)$ 仍不连续,如图 2(e)和图 2(f),因此采用积分法进行相位恢复失败,如图 2(i)所示。虽然经一次剪切仍然不连续,但不连续区域在缩小,为了进一步得到连续的剪切量,在一次剪切的基础上进行二次剪切,可分别得到连续的斜率二阶偏导 $\Delta g_{xx}(x,y)$ 和 $\Delta g_{yy}(x,y)$,如图 2(g)和图 2(h)所示,此时即可用 (20)式进行相位恢复,相位恢复结果如图 2(j)所示。图 2(k)为 $y=200$ 时 x 方向上原始相位与所提二次剪切算法的对比,部分放大如图 2(l)所示,其中虚线表示原始相位,*表示提出算法相位恢复的结果,可见其结果基本一致,且误差极小。

5 结 论

理论上可以直接采用积分法对在两次希尔伯特变换基础上得到的垂直方向和水平方向的相位斜率进行处理恢复原始相位,但是当相位变换过快时就不能保证经希尔伯特变换后通过反正切函数得到水平方向和垂直方向上的相位斜率连续,此时就无法直接采用积分法进行相位恢复。而本文所提出的将剪切干涉技术引入到相位恢复算法中,通过对相位斜率建立自然底数的指数形式二维复光场,并通过转换的正余弦分量消除相位斜率不连续的影响,最后用三次积分的方法进行相位恢复。其中二次剪切的引入更增强了对高密度条纹的相位恢复能力。通过对比实验可知,提出的方法不仅方便有效而且精确度较高,能够很好地解决因相位变换过快导致相位斜率不连续的影响,从而正确恢复原始相位。

参 考 文 献

- 1 Zeng Limei, Cao Yiping. New method of displacement measurement based on laser speckle using multi-characteristic windows[J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(4): 949-953.
曾丽梅,曹益平.采用多特征窗口识别的散斑位移测量新方法[J].中国激光,2009,36(4):949-953.
- 2 Guo Yuan, Mao Qi, Chen Xiaotian, et al.. Applied research of dual-wavelength shearing shearography for flaws detection of composite material[J]. Acta Photonica Sinica, 2015, 44(3): 0312001.
郭媛,毛琦,陈小天,等.双波长剪切散斑干涉法在复合材料缺陷检测中的应用[J].光子学报,2015,44(3):0312001.
- 3 Zhou Jie, Xu Manping. Application of electronic speckle measurement of the refractive index of phase objects[J]. Laser & Infrared, 2010, 40(2): 192-194.
周杰,徐满平.应用电子散斑测量位相物体的折射率[J].激光与红外,2010,40(2):192-194.
- 4 Wu Lushen, Wan Luping, Li Yuwen. Phase-stepping error analysis of 3D measuring system based on phase method[J]. Laser & Infrared, 2012, 42(9): 1040-1044.
吴禄慎,万露萍,李彧雯.基于相位法的三维测量系统的相移误差分析[J].激光与红外,2012,42(9):1040-1044.
- 5 Deng Lijun, Yang Yong, Shi Bingchuan, et al.. Two-step phase-shifting digital holography based on extraction of phase shift[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209014.
邓丽军,杨勇,石炳川,等.基于相移量提取的两步相移数字全息术[J].中国激光,2014,41(2):0209014.
- 6 Zhang Min, Tang Feng, Wang Xiangzhao, et al.. Phase retrieval errors analysis of interferogram using two dimensional fast Fourier transform method[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(3): 0308002.
张敏,唐峰,王向朝,等.二维快速傅里叶变换干涉图相位提取误差分析[J].中国激光,2013,40(3):0308002.
- 7 Guo Yuan, Mao Qi, Chen Xiaotian, et al.. Study of a fast windowed Fourier filtering method for interference fringes[J]. Acta Optica Sinica,

- 2014, 34(6): 0612008.
 郭 媛, 毛 琦, 陈小天, 等. 干涉条纹快速加窗傅里叶滤波方法的研究[J]. 光学学报, 2014, 34(6): 0612008.
- 8 Shan Xiaolin, Zhu Rihong, Li Jianxin. Phase extraction for single frame interferogram based on 2D Fourier transform[J]. Journal of Applied Optics, 2013, 34(5): 802-808.
 单小琴, 朱日宏, 李建欣. 基于二维傅里叶变换的单帧干涉图相位提取方法[J]. 应用光学, 2013, 34(5): 802-808.
- 9 Qian K, Seah H S, Asundi A K. Algorithm for directly retrieving the phase difference: a generalization[J]. Opt Eng, 2003, 42(6): 1721-1724.
- 10 Qian Xiaofan, Zhang Yong'an, Li Xinyu, *et al.*. Phase unwrapping algorithm based on mask and least-squares iteration[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(2): 440-444.
 钱晓凡, 张永安, 李新宇, 等. 基于掩膜和最小二乘迭代的相位解包裹方法[J]. 光学学报, 2010, 30(2): 440-444.
- 11 Liu Guolin, Du Zhixing, Xue Huaiping, *et al.*. Application of Kalman filters to noise eliminating and phase unwrapping of InSAR[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2006, 26(2): 66-70.
 刘国林, 独知行, 薛怀平, 等. 卡尔曼滤波在 InSAR 噪声消除与相位解缠中的应用[J]. 大地测量与地球动力学, 2006, 26(2): 66-70.
- 12 Xiang Maosheng, Li Shukai. The solution for phase estimation of least square method using DCT[J]. Journal of Image and Graphics, 1998, 3(4): 269-272.
 向茂生, 李树楷. 用 DCT 进行最小二乘相位估值的求解[J]. 中国图象图形学报, 1998, 3(4): 269-272.
- 13 Guo Yuan, Chen Xiaotian. Study of improved phase unwrapping algorithm based on least squares[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(5): 0508005.
 郭 媛, 陈小天. 基于最小二乘相位解包裹改进算法的研究[J]. 中国激光, 2014, 41(5): 0508005.
- 14 Guo Yuan, Chen Xiaotian, Zhang Tao. Robust phase unwrapping algorithm based on least squares[J]. Opt & Lasers in Eng, 2014, 63: 25-29.
- 15 Xiong Liudong, Jia Shuhai, Du Yanfen. A novel algorithm for phase retrieval from a single carrier-frequency fringe pattern[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(1): 123-126.
 熊六东, 贾书海, 杜艳芬. 单幅载频条纹图的相位恢复新算法[J]. 光学学报, 2010, 30(1): 123-126.
- 16 Guo Yuan, Chen Xiaotian, Mao Qi, *et al.*. A novel algorithm for phase extraction from a single interference fringe pattern[J]. Laser & Infrared, 2015, 45(1): 94-98.
 郭 媛, 陈小天, 毛 琦, 等. 单幅干涉条纹图相位提取新算法[J]. 激光与红外, 2015, 45(1): 94-98.
- 17 Qian Xiaofan, Li Bin, Li Xinghua, *et al.*. Improvement of least-square phase unwrapping algorithm based on lateral shearing interferometry [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(11): 1109002.
 钱晓凡, 李 斌, 李兴华, 等. 横向剪切最小二乘相位解包裹算法的改进[J]. 中国激光, 2012, 39(11): 1109002.
- 18 Wang Huaying, Zhang Zhihui, Zhang Baoqun, *et al.*. Unwrapping algorithm of under-sampled wrapped-phase map[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2012, 24(10): 2311-2317.
 王华英, 张志会, 赵宝群, 等. 欠采样包裹相位图的展开算法[J]. 强激光与粒子束, 2012, 24(10): 2311-2317.
- 19 Fan Qi, Yang Hongru, Li Gaoping, *et al.*. Method for phase recovery from a single under sampled wrapped phase map[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(3): 0310002.
 范 琦, 杨鸿儒, 黎高平, 等. 欠采样包裹相位图的恢复方法[J]. 光学学报, 2011, 31(3): 0310002.

栏目编辑: 何卓铭