基于正交消隐点无穷单应的摄像机内参数自标定方法

洪 洋 孙秀霞 蔡 鸣 刘树光 付 强 空军工程大学航空航天工程学院,陕西西安 710038

摘要 利用正交消隐点的几何特性和不同位姿摄像机图像平面中对应消隐点间的无穷单应关系,提出了一种摄像 机内参数的自标定方法。该方法在任意两个位置下拍摄两组正交平行线,获取两幅图像上共四个消隐点后,设计 了判定算法确定其间的对应情况。利用对应消隐点之间的无穷单应关系,结合正交消隐点与摄像机光心连线的正 交性建立约束方程,实现了对摄像机内参数的线性求解。为了抑制噪声对标定结果的影响,建立基于矩形成像反 演点特性的指标函数,利用LM 寻优算法实现了对内参数的非线性优化。实验结果表明,该算法具有对应消隐点判 断简单有效,标定结果精度高、实时性强、适用范围广的优点,而且参数优化能够有效地抑制图像噪声,提高了标定 算法的稳健性。

关键词 机器视觉;摄像机自标定;正交消隐点;无穷单应;参数优化
 中图分类号 TP391.4 文献标识码 A
 doi: 10.3788/CJL201542.1208001

An Intrinsic Parameters Self-Calibration Technique Based on Infinite Homography between Orthogonal Vanishing Points

Hong Yang Sun Xiuxia Cai Ming Liu Shuguang Fu Qiang

Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710038, China

Abstract Based on the geometrical property of orthogonal vanishing point and the infinite homograph relationship between corresponding vanishing points in different camera positions of the camera image plane, a camera intrinsic parameter self-calibration method is proposed. The proposed method takes in two sets of orthogonal parallel lines under any two positions, and four vanishing points in two images are achieved and decision algorithm is designed to determine their corresponding situations. Using the infinite homograph relationship between corresponding vanishing points, the constraint equation of orthogonal vanishing points and camera optical center line are established to realize the solution of the camera intrinsic parameters linearly. Aiming at restrain the influence of noise to the calibration result, the indicator function based on the inverse points of rectangle imaging is proposed, using LM optimization algorithm to achieve the intrinsic parameters of the nonlinear optimization. Experimental results show that the proposed method can judge corresponding vanishing points simply and effectively, the calibration results has high precision, strong real-time performance and wide application scope. The robustness of calibration algorithm is improved through parameter optimization to reduce the image noise.

Key words machine vision; camera self-calibration; orthogonal vanishing points; infinite homography; parameter optimization

OCIS codes 150.0155; 150.1488; 150.6910

1 引 言

随着计算机视觉的不断发展,其在工程实践中的应用价值正得到国内外学者的广泛关注,并成为导航、

收稿日期: 2015-06-30; 收到修改稿日期: 2015-08-21

基金项目:陕西省自然科学基金(2014JM8332)

作者简介: 洪 洋(1991—), 男, 硕士研究生, 主要从事无人机视觉导航方面的研究。E-mail: 17791313736@163.com 导师简介: 孙秀霞(1962—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事小型无人机导航与控制方法的理论与应用方面的研究。

E-mail: kjgcdx08@126.com

控制领域研究的热点。摄像机标定作为视觉研究的第一步,是从二维图像获取三维空间信息的关键过程, 在位姿估计、三维重建以及目标跟踪上具有极其重要的作用^{III}。一般的摄像机标定方法可以分为三种,传统 标定方法、自标定方法^{I2}和基于主动视觉的标定方法。

传统的标定方法通过制作精密的标靶,根据标靶上的几何信息实现对摄像机的精确标定。Zhang³⁻⁷利 用此方法,标定了摄像机的内外参数。然而,这种方法对辅助标靶精度要求高、存在适用性较差、约束方程 中畸变参数与摄相机内外参数相耦合的不足等缺点。自标定方法虽然不需要高精度的标靶辅助,利用多幅 图像间对应特征的数学关系求解摄像机的内外参数,在工程中的实用性较强,但参数的求解多需要处理非 线性方程组的优化问题,实时性不够高,算法对噪声的稳健性较差。Caprile等¹⁸⁻¹⁰在相关文献中利用空间平 行线、空间正交平行线、以及圆环点的相关性质建立约束方程求解了摄像机内外参数。近年来,随着摄像机 云台控制精度的提高,基于主动视觉的标定方法成为了摄像机参数标定研究的热点。该方法减少了标定过 程对标靶的要求以及图像数量的限制,仅通过测量若干幅图像之间的相对位姿,建立图像间对应特征关系 的线性方程组,实现摄像机内外参数的实时标定。由于目前的研究局限于运动受限条件下的标定,在一定 程度上降低了主动视觉标定的适用性。文献[11]仅对纯旋转情况下的参数标定进行了研究,没有摆脱运动 受限的约束。文献[12]利用圆孔标靶计算圆心像点坐标,实现了线性求解摄像机内参数,但却要求摄像机仅 能做二维平面运动。文献[13]利用对应消隐点的无穷单应关系,实现了实时性较好的焦距精确标定,却没有 涉及其他内参数的计算,无法更好地为后续工作提供参数基础。

本文借鉴了文献[8-10]利用正交消隐点特性建立约束方程求解摄像机内参数的思路,在文献[14]模型参 考逼近方法实现摄像机畸变预标定的基础上,进一步对文献[13]进行拓展。利用2幅图像间消隐点在无穷单 应中的对应关系,结合正交消隐点与光心连线的正交特性建立约束方程组,实现对摄像机内参数的线性求 解,克服了文献[8]需要至少3幅图像建立约束方程求解摄像机内参数,以及文献[9-10]中约束方程各参数耦 合导致算法实时性较差的不足。并在此基础上,以矩形成像反演点特性为性能指标,将线性求解结果作为 初值,代入LM优化算法进行局部寻优,提高了在图像噪声环境下的标定精度。算法仅需在任意相对旋转角 下对空间中的两组正交平行线拍摄2次即可完成标定,实现了减少旋转约束条件下的摄像机内参数实时标 定,弥补了文献[12-13]中主动视觉标定方法的不足,在工程实践中具有一定的应用价值。

2 算法模型

采用针孔摄像机模型来描述成像原理。如图 1 所示,利用欧氏坐标系间的转换来描述世界坐标系到图 像像素坐标系的投影关系。该过程中涉及四个坐标系:世界坐标系 $(O_{u}x_{u}y_{u}z_{u})$ 、摄像机坐标系 $(O_{c}x_{c}y_{c}z_{c})$ 、图 像物理坐标系 $(O_{i}x_{i}y_{i})$ 、图像像素坐标系 $(O_{u}x_{u}y_{u})$ 。设空间中的点 P_{u} 的齐次坐标为 $(x_{u},y_{u},z_{u},1)^{T}$,其图像像 素坐标系投影点 P_{u} 的齐次坐标为 $(x_{u},y_{u},1)^{T}$ 。



图 1 摄像机针孔成像模型 Fig.1 Pin-hole imaging model of the camera

2.1 摄像机线性投影模型

由针孔摄像机成像模型可得空间点 P_w与图像点 P_w的投影关系为

$$sP_{u} = K[R \quad T]P_{w}, \qquad (1)$$

式中 s 为齐次方程的比例因子, K 和 [R T]分别为摄像机成像的内参数和外参数矩阵, 且

$$\frac{\Psi}{K} = \begin{bmatrix} f_x & \gamma & u_0 \\ 0 & f_y & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{cases} f_x = f/d_x \\ f_y = f/d_y \end{cases},$$
(2)

式中 f 为摄像机焦距的物理长度, $d_x \ d_y$ 为单个像素长、宽的物理长度, $f_x \ f_y$ 表示焦距在图像坐标系下 u 轴和 v 轴方向上的像素长度, γ 为像素倾斜率, 一般情况下 $\gamma = 0$, $[u_0, v_0]$ 为主点 O_i 的像素坐标, R 和 T 分别 表示由世界坐标系到摄像机坐标系转换的旋转矩阵和平移向量。

2.2 两幅图像间的无穷单应关系

如图 2 所示,设 π 是不通过两摄像机任一光心的空间平面, X 是平面 π 上的任一点,其在任意两个摄像 机下成的像分别为 m_i、m_i。两个像点的二维射影关系称为图像的单应关系¹⁰⁰,其方程描述为

$$sm_j = Hm_i, H = H_{m_i}H_{m_i}^{-1},$$
 (3)

式中H为平面 π 诱导的两幅图像间的单应矩阵, H_m 和 H_m 分别为空间 π 上的点到两个像平面的投影矩阵。



图 2 两幅图像的单应变换 Fig.2 Homograph of two images

当诱导平面 π 为无穷远平面 π_{a} 时,两幅图像之间的单应矩阵成为无穷单应矩阵^[10],可表示为

$$H = K' R_{\rm w} K^{-1} ,$$

式中 $K \, \langle K' \, \partial H \rangle$ 表示摄相机在两幅图像下的内参数矩阵(假设摄像机内参数矩阵在任意位姿下保持不变,即K = K'), R_{ii} 为摄像机在两幅像间的相对旋转矩阵:

$$R_{ji} = R_{m_i} R_{m_i}^{-1} . (5)$$

(4)

(4)式描述的几何关系如图 3 所示。由无穷单应矩阵 H 的表达式可以看出,无穷单应与诱导平面无关, 仅与摄像机内参数和两幅图像之间的相对旋转 R₄ 有关。



图 3 两幅图像间的无穷单应关系

Fig.3 Infinite homograph relationship between two images

2.3 两组正交平行线消隐点的几何性质

在欧氏空间中,两条平行线在图像平面中的交点称为消隐点,它是无穷远点在像平面上的投影。由文献[10]可知,两组正交平行线的消隐点,称为一对正交消隐点(这里的正交是指消隐点对应的空间直线相互正 交)。对于正交消隐点对 v₁和 v₂满足:

$$v_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi} v_1 = 0 \quad , \tag{6}$$

式中 $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{K}^{-\mathrm{T}} \boldsymbol{K}^{-1}$ 。

分析(6)式可以得到,空间中两组正交平行线在无穷远平面 π_x 的交点 $K^{-1}v_1 \ K^{-1}v_2$ 与摄像机光心 O 的连 线相互垂直,即 $OK^{-1}v_1 \perp OK^{-1}v_2$ 。根据图 4 中的投影关系,可认为 $OK^{-1}v_1$ 和 Ov_1 以及 $OK^{-1}v_2$ 和 Ov_2 分别在同 一直线上,即 $OK^{-1}v_1 \perp OK^{-1}v_2$ 可以转化为 $Ov_1 \perp Ov_2$ 。



图4 正交消隐点与摄像机光心的几何模型

Fig.4 Orthogonal vanishing points and geometry model of camera optical center 根据几何关系可知,摄像机光心 O 在以正交消隐点 $v_1 \ v_2$ 连线为直径的球面上。

3 根据无穷单应和正交消隐点几何性质的内参数标定方法

3.1 对应消隐点的无穷单应关系

在欧氏空间中,两组正交平行线在两幅图像形成的对应消隐点可认为是无穷远点在像平面上的投影, 其间的关系可由无穷单应确定,即:

$$sv_{j} = Hv_{i} = \left(KR_{ji}K^{-1}\right)v_{i}, \qquad (7)$$

式中 v_i、v_j分别表示两幅图像中对应的消隐点。

3.2 两幅图像中对应消隐点的判定

由主动视觉方法测得摄像机在俯仰、偏航、滚转方向上的旋转角度分别为 θ 、 φ 、 ϕ ,从而相对旋转矩阵 R_a 可表示为

$$\boldsymbol{R}_{ji} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\varphi\cos\phi & -\cos\varphi\sin\phi & \sin\varphi \\ \sin\theta\sin\varphi\cos\phi + \cos\theta\sin\phi & -\sin\theta\sin\varphi\sin\phi + \cos\theta\cos\varphi & -\sin\theta\cos\varphi \\ -\cos\theta\sin\varphi\cos\phi + \sin\theta\sin\phi & \cos\theta\sin\phi\sin\varphi & \cos\theta\sin\varphi \end{bmatrix}.$$
(8)

当对应消隐点齐次坐标 $v_i = (u_A, v_A, 1)^T$, $v_j = (u_B, v_B, 1)^T$ 时,可得到:

$$\vec{x} \stackrel{\text{tr}}{=} H = \begin{bmatrix} \frac{r_{11}f_x + r_{31}u_0}{f_x} & \frac{r_{12}f_x + r_{32}u_0}{f_y} & -\frac{r_{11}f_x + r_{31}u_0}{f_x}u_0 - \frac{r_{12}f_x + r_{32}u_0}{f_y}v_0 + r_{31}f_x + r_{33}u_0 \\ \frac{r_{21}f_y + r_{31}v_0}{f_x} & \frac{r_{22}f_y + r_{32}v_0}{f_y} & -\frac{r_{21}f_y + r_{31}v_0}{f_x}u_0 - \frac{r_{22}f_y + r_{32}v_0}{f_y}v_0 + r_{23}f_y + r_{33}v_0 \\ \frac{r_{31}}{f_x} & \frac{r_{32}}{f_y} & -\frac{r_{31}}{f_x}u_0 - \frac{r_{31}}{f_y}v_0 + r_{33} \end{bmatrix}$$

由于 r_{31} 、 $r_{32} \in [-1,1]$, $f_x \in f_y$ 的数量级为 10^2 , 可以认为 $\frac{r_{31}}{f_x} \approx 0$ 和 $\frac{r_{32}}{f_y} \approx 0$, 从而无穷单应矩阵 **H** 可化简为

$$H = \begin{bmatrix} \frac{r_{11}f_x + r_{31}u_0}{f_x} & \frac{r_{12}f_x + r_{32}u_0}{f_y} & -\frac{r_{11}f_x + r_{31}u_0}{f_x}u_0 - \frac{r_{12}f_x + r_{32}u_0}{f_y}v_0 + r_{31}f_x + r_{33}u_0 \\ \frac{r_{21}f_y + r_{31}v_0}{f_x} & \frac{r_{22}f_y + r_{32}v_0}{f_y} & -\frac{r_{21}f_y + r_{31}v_0}{f_x}u_0 - \frac{r_{22}f_y + r_{32}v_0}{f_y}v_0 + r_{23}f_y + r_{33}v_0 \\ 0 & 0 & -\frac{r_{31}}{f_x}u_0 - \frac{r_{13}}{f_y}v_0 + r_{33} \end{bmatrix}.$$
(10)

设 $\frac{u_0}{f_x} = c_1$, $\frac{f_y}{f_x} = c_2$, $\frac{u_0}{f_y} = c_3$, $\frac{v_0}{f_x} = c_4$, $\frac{v_0}{f_y} = c_5$, $(c_1 \ c_2 \ c_3 \ c_4 \ c_5 \ b)$ 大于**0**的常数)则两幅图像对应消隐点坐

标关系为

$$\frac{\mu \quad \boxtimes \quad \bigotimes \quad \bigotimes}{\begin{cases} u_{B} = \frac{(r_{11} + r_{31}c_{1})(u_{A} - u_{0}) + (r_{12}c_{2} + r_{32}c_{3})(v_{A} - v_{0}) + r_{13}f_{x} + r_{33}u_{0} \\ r_{33} - r_{31}(c_{1} + c_{5}) \end{cases}} \\
\frac{\left(r_{21}}{c_{5}} + r_{31}c_{4}\right)(u_{A} - u_{0}) + (r_{22} + r_{32}c_{5})(v_{A} - v_{0}) + r_{23}f_{y} + r_{33}v_{0}}{r_{33} - r_{31}(c_{1} + c_{5})} \quad (11)$$

由文献[15-17]可知,一般认为像平面中心点为主点 (u_0,v_0) 的坐标。利用获取的相对旋转矩阵和消隐点 齐次坐标,可以根据(11)式建立两幅图像中四个消隐点的对应关系。设在第一幅图像上的两个消隐点为 $v_1 = (u_A, v_A, 1)^T$ 和 $v_2 = (u_{A'}, v_{A'}, 1)^T$,第二幅图像上的两个消隐点为 $v_3 = (u_B, v_B, 1)^T$ 和 $v_4 = (u_{B'}, v_{B'}, 1)^T$ 。在已知 v_1 的 情况下,可由(11)式估算v'作为在第二幅图像对应点的近似值,通过比较v'与 $v_3 、 v_4$ 之间的差值,确定差值 较小的为 v_1 的对应点,差值较大的为 v_2 的对应点,完成消隐点对应关系的判定。

3.3 根据正交消隐点对几何性质和无穷单应关系建立的约束方程

如图5所示,在确定了两幅图像共四个消隐点的对应关系之后,对(7)式展开可得到约束方程组为

$$\begin{bmatrix} r_{13}f_{x}^{2}f_{y} + r_{33}f_{x}f_{y}(u_{0} - u_{B}) + \\ [r_{11}f_{x}f_{y} + r_{31}f_{y}(u_{0} - u_{B})](u_{A} - u_{0}) + [r_{12}f_{x}^{2} + r_{32}f_{x}(u_{0} - u_{B})](v_{A} - v_{0}) = 0 \\ r_{12}f_{x}f_{y}^{2} + r_{33}f_{x}f_{y}(v_{0} - v_{B}) + \\ [r_{21}f_{y}^{2} + r_{31}f_{y}(v_{0} - v_{B})](u_{A} - u_{0}) + [r_{22}f_{x}f_{y} + r_{32}f_{x}(v_{0} - v_{B})](v_{A} - v_{0}) = 0 \\ r_{13}f_{x}^{2}f_{y} + r_{33}f_{x}f_{y}(u_{0} - u_{B'}) + \\ [r_{11}f_{x}f_{y} + r_{31}f_{y}(u_{0} - u_{B'})](u_{A'} - u_{0}) + [r_{12}f_{x}^{2} + r_{32}f_{x}(u_{0} - u_{B'})](v_{A'} - v_{0}) = 0 \\ r_{12}f_{x}f_{y}^{2} + r_{33}f_{x}f_{y}(v_{0} - v_{B'}) + \\ [r_{21}f_{y}^{2} + r_{31}f_{y}(v_{0} - v_{B'})](u_{A'} - u_{0}) + [r_{22}f_{x}f_{y} + r_{32}f_{x}(v_{0} - v_{B'})](v_{A'} - v_{0}) = 0 \\ \end{cases}$$

$$(12)$$

由 2.3 节正交消隐点对的几何性质可知,两幅图像上的四个消隐点满足:

$$\begin{cases} v_{2}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}v_{1} = \begin{bmatrix} u_{A'} & v_{A'} & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{K}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} u_{A} & v_{A} & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = 0 \\ v_{4}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varpi}v_{3} = \begin{bmatrix} u_{B'} & v_{B'} & 1 \end{bmatrix} \boldsymbol{K}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{K}^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} u_{B} & v_{B} & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} = 0 \end{cases},$$
(13)

式中

$$\boldsymbol{K}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{f_x} & 0 & -\frac{u_0}{f_x} \\ 0 & \frac{1}{f_y} & -\frac{v_0}{f_y} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (14)

将(14)式代入(13)式化简可得约束方程组为

$$\begin{cases} \frac{1}{f_x^2} (u_0 - u_A) (u_0 - u_{A'}) + \frac{1}{f_y^2} (v_0 - v_A) (v_0 - v_{A'}) + 1 = 0\\ \frac{1}{f_x^2} (u_0 - u_B) (u_0 - u_{B'}) + \frac{1}{f_y^2} (v_0 - v_B) (v_0 - v_{B'}) + 1 = 0 \end{cases}$$
(15)

将(15)式与(12)式联立,得:

$$\begin{cases} r_{13}f_{x}^{2}f_{y} + r_{33}f_{x}f_{y}(u_{0} - u_{B}) + [r_{11}f_{x}f_{y} + r_{31}f_{y}(u_{0} - u_{B})](u_{A} - u_{0}) + [r_{12}f_{x}^{2} + r_{32}f_{x}(u_{0} - u_{B})](v_{A} - v_{0}) = 0\\ r_{12}f_{x}f_{y}^{2} + r_{33}f_{x}f_{y}(v_{0} - v_{B}) + [r_{21}f_{y}^{2} + r_{31}f_{y}(v_{0} - v_{B})](u_{A} - u_{0}) + [r_{22}f_{x}f_{y} + r_{32}f_{x}(v_{0} - v_{B})](v_{A} - v_{0}) = 0\\ r_{13}f_{x}^{2}f_{y} + r_{33}f_{x}f_{y}(u_{0} - u_{B'}) + [r_{11}f_{x}f_{y} + r_{31}f_{y}(u_{0} - u_{B'})](u_{A'} - u_{0}) + [r_{12}f_{x}^{2} + r_{32}f_{x}(u_{0} - u_{B'})](v_{A'} - v_{0}) = 0\\ r_{12}f_{x}f_{y}^{2} + r_{33}f_{x}f_{y}(v_{0} - v_{B'}) + [r_{21}f_{y}^{2} + r_{31}f_{y}(v_{0} - v_{B'})](u_{A'} - u_{0}) + [r_{22}f_{x}f_{y} + r_{32}f_{x}(v_{0} - v_{B'})](v_{A'} - v_{0}) = 0\\ r_{12}f_{x}f_{y}^{2} + r_{33}f_{x}f_{y}(v_{0} - v_{B'}) + [r_{21}f_{y}^{2} + r_{31}f_{y}(v_{0} - v_{B'})](u_{A'} - u_{0}) + [r_{22}f_{x}f_{y} + r_{32}f_{x}(v_{0} - v_{B'})](v_{A'} - v_{0}) = 0\\ r_{12}f_{x}f_{y}^{2} - r_{33}f_{x}f_{y}(v_{0} - v_{B'}) + [r_{21}f_{y}^{2} + r_{31}f_{y}(v_{0} - v_{B'})](u_{A'} - u_{0}) + [r_{22}f_{x}f_{y} + r_{32}f_{x}(v_{0} - v_{B'})](v_{A'} - v_{0}) = 0\\ r_{12}f_{x}^{2}(u_{0} - u_{A})(u_{0} - u_{A'}) + \frac{1}{f_{y}^{2}}(v_{0} - v_{A})(v_{0} - v_{A'}) + 1 = 0\\ \frac{1}{f_{x}^{2}}(u_{0} - u_{B})(u_{0} - u_{B'}) + \frac{1}{f_{y}^{2}}(v_{0} - v_{B})(v_{0} - v_{B'}) + 1 = 0 \end{cases}$$

1208001-5



图5 正交消隐点的无穷单应关系

Fig.5 Infinite homograph relationship of orthogonal vanishing points 当 $d_x = d_y$,即 $f_x = f_y$ 时,对(16)式进行化简可得:

$$\begin{cases} \left[r_{11}(u_{A} - u_{A'}) + r_{12}(v_{A} - v_{A'}) - r_{33}(u_{B} - u_{B'}) \right] f_{x} + \left[r_{31}(u_{A} + u_{B} - u_{A'} - u_{B'}) + r_{32}(v_{A} - v_{A'}) \right] u_{0} \\ + r_{32}(u_{B} - u_{B'})v_{0} - \left[r_{31}(u_{A}u_{B} - u_{A'}u_{B'}) + r_{32}(v_{A}u_{B} - v_{A'}u_{B'}) \right] = 0 \\ \left[r_{21}(u_{A} - u_{A'}) + r_{22}(v_{A} - v_{A'}) - r_{33}(v_{B} - v_{B'}) \right] f_{x} + r_{31}(v_{B} - v_{B'})u_{0} \\ + \left[r_{31}(u_{A} - u_{A'}) + r_{32}(v_{A} + v_{B} - v_{A'} - v_{B'}) \right] v_{0} - \left[r_{31}(u_{A}v_{B} - u_{A'}v_{B'}) + r_{32}(v_{A}v_{B} - v_{A'}v_{B'}) \right] = 0 \\ \left[(u_{B} + u_{B'} - u_{A} - u_{A'})u_{0} + (v_{B} + v_{B'} - v_{A} - v_{A'})v_{0} - (u_{B}u_{B'} - u_{A}u_{A'} + v_{B}v_{B'} - u_{B}u_{B'}) \right] = 0 \end{cases}$$

$$(17)$$

4 矩形成像的反演点特性实现参数优化

在成像过程中,图像噪声会导致消隐点坐标与真实值之间存在一定误差,影响参数的标定精度。为此,在 不考虑增加辅助标定物的前提下,利用矩形成像反演点特性构造约束条件,实现对摄像机内参数的优化。

图 6 为两组正交平行线四个交点在像平面的投影,对应在图像物理坐标系中的坐标分别为 A_i、B_i、C_i、D_i,并构成完全四边形 A_iB_iC_iD_iv₂E。



图6 矩形成像点几何模型

Fig.6 Geometrical model of rectangle image points

由文献[18]可知,任意凸四边形 $A_iB_iC_iD_i$,在 $A_iB_i 与 C_iD_i$ 交于 v_1 , $A_iD_i 与 B_iC_i$ 交于 v_2 , A_iC_i 和 B_iD_i 分别 与 v_1v_2 交于 F 和 E 的情况下。以 v_1v_2 为直径并以中点 P_{ov} 为圆心的圆 $O_{P_{ov}}$,满足 F 和 E 关于 $O_{P_{ov}}$ 互为反演 点,即:

$$P_{ov} \mathbf{F} \cdot P_{ov} \mathbf{E} = \left(P_{ov} v_1\right)^2. \tag{18}$$

由文献[9、19]可知,摄像机光心 O 在以 P_{o_v} 为圆心、半径 $R = P_{o_v}v_1$ 的空间球面上。从而如图 7 所示,摄像 机光心 O、两消隐点中点 O_{p_o} 、主点 (u_0, v_0) 之间的连线在空间上构成直角三角形,即:

$$R^{2} = f^{2} + (x_{ov} - u_{0})^{2} d_{x}^{2} + (y_{ov} - v_{0})^{2} d_{y}^{2} .$$
(19)

图7 光心到像平面的几何关系

Fig.7 Geometrical relationship between optical center and image plane

将(19)式代入(18)式,建立基于矩形成像反演点特性的指标函数:

$$f\left(f_{x},f_{y},u_{0},v_{0}\right) = \overline{O_{P_{0:1}}F_{1}} \cdot \overline{O_{P_{0:1}}E_{1}} - 2f^{2} - (x_{0:1} - u_{0})^{2}d_{x}^{2} - (y_{0:1} - v_{0})^{2}d_{y}^{2} + \overline{O_{P_{0:2}}F_{2}} \cdot \overline{O_{P_{0:2}}E_{2}} - (x_{0:2} - u_{0})^{2}d_{x}^{2} - (y_{0:2} - v_{0})^{2}d_{y}^{2} , \qquad (20)$$

式中向量 $\overline{O_{P_{os1}}F_1}$ 、 $\overline{O_{P_{os1}}E_1}$ 、 $\overline{O_{P_{os2}}F_2}$ 和 $\overline{O_{P_{os2}}E_2}$ 分别可由两像平面成像四边形确定。特征点 P_{os1} 、 P_{os2} 、 E_1 、 E_2 、 F_1 、 F_2 坐标都可由成像四边形顶点坐标和消隐点获取。从而(20)式可构造成最优化问题:

$$\left(f_{x}^{*}, f_{y}^{*}, u_{0}^{*}, v_{0}^{*}\right) = \min_{f_{n}f_{n}, u_{n}, v_{0}} f\left(f_{x}, f_{y}, u_{0}, v_{0}\right).$$

$$(21)$$

将 3.3 节的标定结果作为初始值,利用 LM 非线性优化算法可以对 f_x, f_y, u_0, v_0 进行局部寻优。

5 实验结果与分析

5.1 仿真实验结果

在仿真实验中,设置主点像素坐标 $u_0 = 400$ pixel, $v_0 = 300$ pixel,等效焦距 $f_x = f_y = 250$ pixel。空间中两 组正交平行线的四个交点,在世界坐标系中的三维坐标为 $A = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 0 \end{bmatrix}^T$, $B = \begin{bmatrix} 5 & 15 & 0 \end{bmatrix}^T$, $C = \begin{bmatrix} 15 & 5 & 0 \end{bmatrix}^T$, $D = \begin{bmatrix} 15 & 15 & 0 \end{bmatrix}^T$ 。摄像机在位置1处相对于世界坐标系的旋转角和平行向量分别为 $\theta_1 = 35^\circ$, $\varphi_1 = 35^\circ$, $\phi_1 = 10^\circ \ T_1 = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 20 \end{bmatrix}^T$,位置2相对于位置1的旋转角和平移向量分别为 $\theta_{21} = 15^\circ$, $\varphi_{21} = 25^\circ$, $\phi_{21} = 20^\circ \ T_{21} = \begin{bmatrix} 10 & 20 & 25 \end{bmatrix}^T$ 。

5.1.1 图像噪声影响

为了验证本文算法在图像噪声下的抗干扰性,分别对两幅图像获取的消隐点坐标加入幅值 0~3 pixel 的随机噪声。设置步长为 0.01 pixel,在不同的噪声水平下进行 100 次蒙特卡罗独立实验,得到标定结果的均



图8摄像机内参数在图像噪声下的均方差曲线。(a)焦距偏差;(b)、(c)主点坐标偏差

Fig.8 Mean square error curves of camera intrinsic parameters determined by image noise. (a) Focal length deviation; (b) (c) main point coordinates deviation

方差曲线如图8所示。仿真结果说明,本文算法标定结果的均方差较小,为真实值的0.1%左右;抗干扰效果明显,标定精度与文献[13]一致。

5.1.2 优化算法仿真

利用第4节中基于矩形成像反演点特性的参数优化算法,与5.1.1节标定结果进行对比实验,图9为两种 算法标定结果与真实值的均方差曲线。在噪声较小的情况下,优化算法误差略大于未优化算法;但当噪声 幅值大于 0.4 pixel 时,优化算法的优势就很明显,优化后的各参数最大均方差均小于 0.13 pixel,抗噪声干扰 效果较好。分析原因,小随机噪声条件下的多参数非线性优化,标定结果幅值的波动范围略大于线性方程 (即未优化算法)标定结果,导致小噪声情况下优化算法标定精度较低;但在大噪声情况下,非线性参数优化 中各参数受(21)式的相互约束,标定误差随噪声的增大趋于收敛,从而抗干扰优势明显。



图 9 在图像噪声下优化算法与原算法仿真得到仿真结果的内参数均方根误差曲线。 (a) 焦距偏差; (b)、(c) 主点坐标偏差 Fig.9 Mean square error curves of intrinsic parameters determined by image noise between optimization algorithm and original method.

(a) Focal length deviation; (b) (c) main point coordinates deviation

5.1.3 相对旋转矩阵的约束

为了验证算法能够减少相对旋转角的约束,在角度范围 0~250°之间,分别设置俯仰、偏航、滚转角为以 1°为步长的变化值,对不同旋转角度下的标定结果进行检验,仿真结果的均方差曲线如图 10 所示。

由图 10 可知,该标定算法的误差较小,仅在旋转角为 180° 附近出现脉冲式误差,误差幅值均小于 10⁻² pixel,克服了旋转角度范围对内参数标定的约束,提高了算法的适用性,能够满足标定精度要求。

结合(8)式中相对旋转矩阵参数与旋转角之间的对应关系,分析旋转角在180°附近出现脉冲式误差的原因,可以得到各旋转角在180°附近时,受到计算机处理精度的影响,相对旋转矩阵 **R**_{ji} 中幅值很小的参数 r₁₂、r₂₁、r₂₃、r₃₁、r₃₂和 r₃₃被近似为0计算。从而当(8)式中各参数带入(17)式进行摄像机内参数标定时造成 了误差累积,形成了图10中误差激增的现象。





Fig.10 Mean square error curves of intrinsic parameters determined by relative rotation angle range. (a) Focal length deviation; (b) (c) main point coordinates deviation

此外,单次标定算法和优化算法的仿真运行时间分别为0.012 s和0.037 s,体现了算法良好的实时性。

5.2 实物图像实验结果

如图 11 所示的两幅二维标靶图像上,分别选取四个对应顶点建立两组正交平行线,由角点提取法可以 得到相应的像素坐标(包括对应消隐点坐标),具体数据如表1所示。



图 11 两幅二维标靶图像 Fig.11 Two images of two-dimensional target

表1 实物实验图像数据

Table 1 Image data of physical experiment

Physical image	Extrinsic parameter R	Coordination parallel lines	Vanishing points
Image 1		$A_1 = \begin{bmatrix} 313.9 & 106.3 \end{bmatrix}^T$	
	$\boldsymbol{R}_{1} = \begin{bmatrix} -0.1191 & 0.6406 & 0.7586 \\ 0.8492 & -0.3301 & 0.4121 \\ 0.5144 & 0.6933 & -0.5047 \end{bmatrix}$	$B_1 = [289.6 287.1]^{\mathrm{T}}$	$v_1 = [129.6 1478.1]^{\mathrm{T}}$
		$C_1 = \begin{bmatrix} 392.7 & 226.1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$	$v_2 = [866.4 -54.1]^{\mathrm{T}}$
		$D_1 = [424.8 74.1]^{\mathrm{T}}$	
Image 2		$A_2 = [256.1 \ 107.0]^{\mathrm{T}}$	
	$\boldsymbol{R}_2 = \begin{bmatrix} 0.0275 & 0.8230 & -0.5673 \\ 0.7213 & 0.3766 & 0.5813 \\ 0.6921 & -0.4252 & -0.5833 \end{bmatrix}$	$B_2 = [269.3 257.8]^{\mathrm{T}}$	$v_3 = [326.8 911.4]^{\mathrm{T}}$
		$C_2 = [427.4 334.5]^{\mathrm{T}}$	$v_4 = [-1008.5 - 362.5]^{\mathrm{T}}$
		$D_2 = [454.3 180.6]^{\mathrm{T}}$	

由(5)式可知,图像1、2间的相对旋转矩阵 R_{21} 为

$$\boldsymbol{R}_{21} = \boldsymbol{R}_2 \times \boldsymbol{R}_1^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0936 & -0.4821 & 0.8711 \\ 0.5963 & 0.7278 & 0.3388 \\ -0.7973 & 0.4877 & 0.3556 \end{bmatrix} .$$
(22)

将表1中的数据应用到本文算法中,经过优化得到的内参数标定结果,和文献[20]提供的 Toolbox_Calibration工具箱求得的内参数标定结果对比,如表2所示。

表2 掲	長像机	内参	数标	定结果
------	-----	----	----	-----

Table 2 Calibration results of camera intrinsic parameters						
Method	f_x /pixel	f_y /pixel	u_0 /pixel	v_{0} /pixel		
Ref.[20]	654.19	656.72	302.28	233.91		
Proposed	660.41	660.41	302.74	229.34		

在第一幅靶标图上,任意取40个角点作为特征点,对第二幅标靶图的对应点进行重投影,重投影结果与 实际图像坐标的均方差曲线如图12所示。



图 12 重投影仿真结果误差。(a) X 轴方向误差;(b) Y 轴方向误差

Fig.12 Simulation result errors of reprojection. (a) Error in X axis; (b) error in Y axis

对比仿真结果表明,本文方法标定误差稍大于传统标定方法,但标定精度在可以接受的范围之内,能够

满足算法实用性的需求。

6 结 论

在主动视觉方法确定相对旋转矩阵的基础上,提出了一种基于无穷单应关系和两组正交平行线消隐点 正交性的摄像机内参数自标定方法。该算法通过简化多约束条件建立线性方程组,为实现多参数实时标定 提供了一种可行的思路;利用矩形成像的反演点特性对标定进行非线性参数优化,提高了标定结果的精 度。大量的仿真和实物实验结果验证了算法的有效性、实时性、对任意相对位置求解的适用性以及对图像 噪声的抗干扰性。为后续工作提供了可靠的参数基础,在视觉标定算法的研究、三维空间的重构以及无人 机的自主导航具有广泛的应用价值。不足之处在于对摄像机云台的控制精度要求较高,会存在一定的随机 误差,有待于下一步工作进行改进提高。

参 考 文 献

1 Mao Xianfu, Su Xianyu, Liu Yuankun, *et al.*. Analysis on optical coordinate measurement based on phase target[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(9): 2452-2457.

毛先富,苏显渝,刘元坤,等.基于相位标靶的光学坐标测量方法[J].光学学报,2009,29(9):2452-2457.

- 2 Meng Xiaoqiao, Hu Zhanyi. Recent progress in camera self-calibration[J]. Acta Automatica Sinica, 2003, 23(1): 110-124. 孟晓桥, 胡占义. 摄像机自标定方法的研究与进展[J]. 自动化学报, 2003, 23(1): 110-124.
- 3 Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 2000, 22(11): 1330-1334.
- 4 Xue Junpeng, Su Xianyu. Camera calibration with single image based on two orthogonal one-dimensional objects[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(1):0115001.

薛俊鹏,苏显渝.基于两个正交一维物体的单幅图像相机标定[J].光学学报,2014,32(1):0115001.

- 5 Lu Jin, Sun Huibin, Chang Zhiyong. A novel method for camera calibration with orthogonal vanishing points[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0208001.
 - 卢 津,孙惠斌,常智勇.新型正交消隐点的摄像机标定方法[J].中国激光,2014,41(2):0208001.
- 6 Yang Bowen, Zhang Liyan, Ye Nan, *et al.*. Camera calibration technique of wide-areavision measurement[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(9): 0915001.

杨博文,张丽艳,叶 南,等. 面向大视场视觉测量的摄像机标定技术[J]. 光学学报, 2012, 32(9): 0915001.

- 7 Xu Yong, Guo Pengyu, Long Gucan, *et al.*. Reaserach on fully automatic camera calibration method[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0612007.
- 许 勇,郭鹏宇,龙古灿,等.摄像机全自动方法研究[J].光学学报,2013,33(6):0612007.
- 8 Caprile B, Torre V. Using vanishing points for camera calibration[J]. The International Journal of Computer Vision, 1990,4(2): 127-140.
- 9 Huo Ju, Yang Wei, Yang Ming. A self-calibration technique based on the geometry property of the vanish point[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(2): 465-472.
 - 霍 炬,杨 卫,杨 明.基于消隐点几何特性的摄像机自标定方法[J].光学学报, 2010, 30(2): 465-472.
- 10 Wu Fuchao. Mathematical Methods in Computer Vision[M]. Beijing: Science Press, 2008: 86-111.

吴福朝.计算机视觉中的数学方法[M].北京:科学出版社,2008:86-111.

11 Li Baoquan, Fang Yongchun, Zhang Xuebo. Unified rotation-based self-calibration method for camera[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33 (11): 1115003.

李宝全,方勇纯,张雪波.基于纯旋转运动的摄像机统一自标定方法[J].光学学报,2013,33(11):1115003.

- 12 Zhu Jia, Li Xingfei, Xu Yingxin. Camera calibration technique based on active vision[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(5): 1297-1303. 朱 嘉, 李醒飞, 徐颖欣. 摄像机的一种主动视觉标定方法[J]. 光学学报, 2010, 30(5): 1297-1303.
- 13 Cai Ming, Sun Xiuxia, Liu Shuguang, et al.. An accurate & real-time focal-length self-calibration method based on infinite homography between vanish points[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(5): 0515003.

• 鸣,孙秀霞,刘树光,等.基于消隐点无穷单应的摄像机焦距精确自标定方法[J].光学学报,2014,34(5):0515003.

14 Xu Song, Sun Xiuxia, Liu Shuguang, *et al.*. Model reference approaching method of camera distortion calibration[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(7): 0715001.

徐 嵩,孙秀霞,刘树光,等.摄像机畸变标定的模型参考逼近方法[J].光学学报,2013,33(7):0715001.

- 15 Wang J, Lu N, Dong M, *et al.*. A new method for linear camera calibration and nonlinear distortion correction[C]. Third International Symposium on Precision Mechanical Measurements, International Society for Optics and Photonics, 2006: 628020.
- 16 Lee S H, Lee S K, Choi J S. Correction of radial distortion using a planar checkerboard pattern and its image[J]. Consumer Electronics, IEEE Transactions on, 2009, 55(1): 27-33.
- 17 Hartley R, Kang S B. Parameter-free radial distortion correction with center of distortion estimation[J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 2007, 29(8): 1309-1321.
- 18 Shen Wenxuan. The perfect properties of a complete quadrilateral[J]. Chinese Journal of Secondary Mathematical, 2006, (8): 17-22. 沈文选. 完全四边形的优美性质[J]. 中等数学, 2006, (8): 17-22.
- 19 Xu Song, Sun Xiuxia, Liu Xi, *et al.*. Geometry method of camera self-calibration based on a rectangle[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34 (11): 1115002.

徐 嵩,孙秀霞,刘 希,等.基于矩形的摄像机自标定几何方法[J].光学学报,2014,34(11):1115002.

20 Zhang Z. Camera calibration with one-dimensional objects[J]. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 2004, 26(7): 892-899.

栏目编辑:苏 岑