

# 星向多层共轭自适应光学大气湍流三维波前 模式复原算法分析

颜召军<sup>1</sup> 杨朋千<sup>2</sup>

<sup>1</sup>中国科学院上海天文台光学天文技术研究室, 上海 200030

<sup>2</sup>中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理联合实验室, 上海 201800

**摘要** 大气湍流三维波前复原是星向多层共轭自适应光学中的关键技术。分析了星向多层共轭自适应光学系统中的大气湍流三维波前模式复原算法,并对该算法进行了数值仿真验证和误差分析。分析结果表明:当对2层大气湍流进行三维波前复原时,若采用自然导星,因平移像差不能被探测,导致平移和倾斜两种模式不能被准确复原;若采用激光导星,因平移和倾斜像差不能被直接探测,导致平移、倾斜、离焦和像散几种模式不能被准确复原;当对3层大气湍流进行三维波前复原时,模式混淆总是存在,无法消除,各层大气湍流波前不能被准确复原;当观测目标在探测高度的波前被自然导星光束完全覆盖时,其波前可以被准确复原。

**关键词** 大气光学; 大气湍流; 多层共轭自适应光学; 三维波前复原; 导星

中图分类号 O437 文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201542.1113002

## Modal Reconstruction for Three-Dimensional Wavefront of Atmosphere Turbulence in Star Oriented Multi-Conjugate Adaptive Optics

Yan Zhaojun<sup>1</sup> Yang Pengqian<sup>2</sup>

<sup>1</sup>The Astronomical Optical Instrument Group, Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China

<sup>2</sup>Joint Laboratory for High Power Laser Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

**Abstract** Three-dimensional wavefront reconstruction of atmospheric turbulence is key technique for star oriented multi-conjugate adaptive optics (SO-MCAO), and the algorithm for three-dimensional wavefront mode reconstruction of atmospheric turbulence in SO-MCAO is analyzed theoretically and researched by simulations. The analysis result shows that the global piston and tip/tilt modes are singular and cannot be localized in altitude due to the fact that piston of turbulence cannot be measured in the case of two turbulence layers by using nature guide stars. Global piston, tip/tilt, defocus, astigmatism modes are singular and cannot be reconstructed in altitude because piston and tip/tilt of turbulence cannot be measured while using laser guide stars. For three turbulence layers, a growing number of singular modals produce enormous aliasing error that cannot be avoided. In spite of the inaccurate wavefront reconstruction for three turbulence layers respectively, the wavefront from observed object can be completely reconstructed if its footprints on layers are fully covered by nature guide stars.

**Key words** atmospheric optics; atmosphere turbulence; multi-conjugate adaptive optics; three-dimensional-wavefront reconstruction; guide star

**OCIS codes** 010.1290; 010.1080; 010.1285; 010.1330

## 1 引 言

自适应光学系统采用哈特曼或四棱锥波前传感器实时探测大气湍流扰动,利用变形镜实时校正动态波

收稿日期: 2015-05-29; 收到修改稿日期: 2015-06-26

基金项目: 国家自然科学基金(11403079)

作者简介: 颜召军(1983—),男,博士,工程师,主要从事自适应光学方面的研究。E-mail: zhaojunyan@shao.ac.cn

前畸变<sup>[1-5]</sup>。自适应光学技术不仅可以校正外部扰动引起的波前像差,也可以校正系统内部像差,在天文观测、激光、眼科等领域有着广泛的应用<sup>[6-8]</sup>。现代大型望远镜一般都配备了自适应光学系统,使其在轴上方向获得接近衍射极限的分辨率图像<sup>[9]</sup>。观测条件较好时,可见光波段等晕角约为几个角秒,近红外波段等晕角约为十几个角秒<sup>[10-11]</sup>。自适应光学系统受大气非等晕限制,只能在很小视场范围内获得较好校正效果<sup>[12-13]</sup>。

多层共轭自适应光学技术可以突破以上限制,扩大校正视场。多层共轭自适应光学系统采用多个波前探测器同时探测来自导星方向的波前畸变,重构出大气湍流三维波前,进而驱动多个变形镜来校正不同高度的大气湍流。多层共轭自适应光学系统按照其探测方式的不同可以分为星向多层共轭自适应光学系统<sup>[14]</sup>和层向多层共轭自适应光学系统<sup>[15]</sup>。层向多层共轭自适应光学系统一般只采用四棱锥传感器作为波前探测器,星向多层共轭自适应光学系统通常采用哈特曼传感器作为波前探测器,这种差异是由两种系统的不同工作模式特性决定的。近年来多层共轭自适应光学技术得到了飞速发展,国外在该领域已经取得了举世瞩目的成就,并完成了实验验证<sup>[16-18]</sup>。

目前国际上4、8、10 m口径的大型望远镜已很常见。我国目前尚无4 m以上口径的大型光学望远镜,不具备深入研究多层共轭自适应光学技术实验条件,研究多层共轭自适应光学系统中的三维波前重构算法,建立相关仿真软件,是实现多层共轭自适应光学原理试验和实际应用的基础。本文从星向多层共轭自适应光学中的大气湍流三维波前复原原理入手,理论上分析了模式复原算法和复原误差及其来源,并给出了具体的仿真实例,为以后开展相关研究提供参考。

## 2 星向多层共轭自适应光学系统三维波前模式复原算法

星向多层共轭自适应光学系统结构简单,容易实现,其基本结构如图1所示。图1所示的星向多层共轭自适应光学系统中,一个波前传感器(WFS)探测一颗导星方向的大气湍流波前,基于这些波前信息对大气湍流进行三维波前复原,进而驱动变形镜(DM)校正不同高度大气湍流。

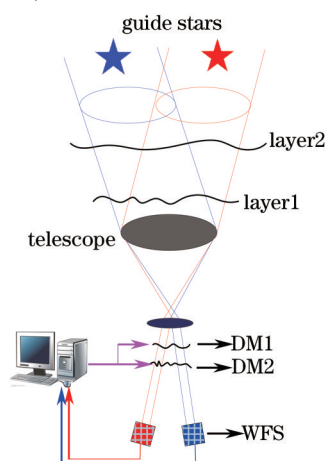


图1 星向多层共轭自适应光学系统

Fig.1 Illustration of star oriented multi-conjugate adaptive optics system

### 2.1 三维波前模式复原算法基本理论

Ragazzoni等<sup>[19]</sup>提出了多层共轭自适应光学系统中的模式复原算法以复原大气湍流三维波前。假设望远镜视场中有 $N$ 颗导星, $N$ 个波前传感器分别探测这些导星方向的湍流波前。大气湍流被分成 $M$ 层,变形镜共轭于对应的高度以校正该层的湍流。

将第 $i$ 颗自然导星方向上探测到的大气湍流波前进行模式分解,假设模式分解阶数为 $p$ ,这里采用Zernike模式<sup>[20]</sup>,分解后的Zernike模式系数表示为

$$L_i = [a_1, a_2, \dots, a_p], \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

由于波前传感器无法探测到平移误差,所以(1)式无平移项。

图2中虚线圆覆盖区域表示第 $i$ 颗导星在第 $j$ 层大气上的投影,被称作“影迹”(footprint),该影迹区域波

前模式分解后的系数用  $L_{ij}$  表示,根据几何关系有

$$L_i = \sum_{j=1}^M L_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, M. \quad (2)$$

望远镜视场范围内所有导星光束在第  $j$  层大气上的影迹所覆盖的最小外接圆区域被称作“元瞳面”(metapupil)。元瞳面的大小同望远镜口径、视场、导星位置以及该层大气高度有关。第  $j$  层大气上元瞳面区域波前的模式分解系数为  $W_j$ 。 $L_i$ 、 $L_{ij}$ 、 $W_j$  存在如下的线性关系:

$$L_i = \sum_{j=1}^M L_{ij} = \sum_{j=1}^M A_{ij} W_j. \quad (3)$$

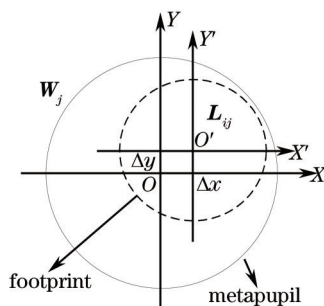


图2 导星在第  $j$  层上的影迹以及元瞳面

Fig.2 Footprint of one guide star and corresponding metapupil on the  $j$ -th layer

为了确定  $A_{ij}$  (维数为  $p \times p$ ), 建立如图2所示坐标系。 $OXY$  表示第  $j$  层大气上元瞳面的坐标系,  $O'X'Y'$  表示第  $i$  颗导星在第  $j$  层大气湍流上影迹覆盖区域的坐标系。将坐标系  $OXY$  在  $X$ 、 $Y$  方向上分别平移  $\Delta x$ 、 $\Delta y$ , 然后缩小  $k$  倍之后得到坐标系  $O'X'Y'$ 。此时矩阵  $A_{ij}$  第  $m$  行第  $n$  列的元素  $a_{mn}$  为<sup>[21]</sup>

$$a_{mn} = \pi^{-1} \int Z_n(\Delta x + kx, \Delta y + ky) Z_m(x, y) dx dy, \quad (4)$$

式中  $Z_n$  表示第  $n$  阶 Zernike 模式。

对于  $N$  颗导星,  $M$  层大气湍流, (3)式可写为

$$\begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1M} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{N1} & A_{N2} & \cdots & A_{NM} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_M \end{bmatrix}. \quad (5)$$

(5)式可写为

$$L = AW, \quad (6)$$

式中矩阵  $A$  为各个导星探测得到的影迹区域波前模式系数与元瞳面区域波前模式系数之间的关系矩阵, 称为关联矩阵。当  $N \geq M$ , 利用奇异值分解可以复原得到各层大气湍流波前模式系数为

$$W = A^+ L, \quad (7)$$

式中  $A^+$  为  $A$  的伪逆矩阵, 称作复原矩阵。

## 2.2 关联矩阵特性

矩阵  $A_{ij}$  与导星位置及大气湍流高度有关, 无法给出其具体解析表达式, 但可以用数值仿真的办法利用 (4) 式得到其数值解。图3给出了关联矩阵  $A$  的灰度图(3颗自然导星均匀分布于望远镜 120" 的视场, 2层大气湍流高度分别为 0、6 km)。图3中 A、B、C 区域分别表示 3 颗导星在第 1 层湍流的影迹区域波前模式系数与该层湍流的元瞳面区域波前模式系数之间的关系矩阵。由于此时大气湍流高度为 0 km, A、B、C 具有相同数值; 图3中 D、E、F 区域分别表示 3 颗导星在第 2 层湍流的影迹区域波前模式系数与该层元瞳面区域波前模式系数之间的关系矩阵, 它与导星位置有关, 因此 D、E、F 具有不同数值。

对于实际大气湍流, 各层湍流波前彼此独立不相关, 因此  $[W_1, \dots, W_M]$  向量组也彼此独立不相关, 若要  $[L_1, \dots, L_N]$  彼此线性无关, 则要求关联矩阵  $A$  可逆或满秩, 否则利用 (7) 式进行波前复原时会产生模式混淆, 无法准确重构出各层湍流波前。利用关联矩阵  $A$  的秩可以判断波前复原是否存在模式混淆误差, 下面仿真中

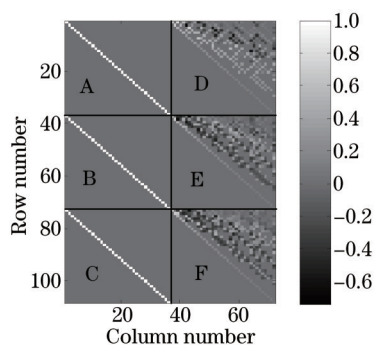


图3 关联矩阵  $A$  的灰度图 ( $N=3, M=2, p=36$ )

Fig.3 Grey-scale map of incidence matrix  $A$  ( $N=3, M=2, p=36$ )

会给出具体例子分析关联矩阵对三维波前复原的影响。

### 3 大气湍流三维波前复原算法的仿真

尽管实际大气湍流是多层分布结构,一般只需复原视场范围内等效2层或3层大气湍流波前就可以获得满意校正结果,因此本文针对2层和3层大气湍流进行三维波前复原算法的仿真<sup>[21]</sup>。

仿真中望远镜口径为8 m,视场为120"。当复原2层大气时,大气湍流高度分别为0、6 km。当复原3层大气时,大气湍流高度分别为0、6、10 km。大气湍流波前符合Kolmogorov统计规律,地面层(第1层)大气湍流相位屏  $D/r_0=30$ ,中层(第2层)大气湍流相位屏  $D/r_0=15$ ,高层(第3层)大气湍流相位屏  $D/r_0=10$  ( $D$ 为望远镜口径, $r_0$ 为大气Fried参数)。导星均匀分布于望远镜120"视场。波前探测噪声、星亮度等因素不作考虑。复原效果评价指标用复原波前残差的标准差( $S_R$ )表示, $S_R$ 可近似计算为

$$S_R = \exp(-\sigma^2), \quad (8)$$

式中 $\sigma$ 为波前复原相位残差均方根。由于平移误差无法探测,倾斜量无法被准确复原到每一层湍流,因而计算评价指标时不考虑平移和倾斜像差。

#### 3.1 2层大气湍流相位屏三维波前复原

##### 3.1.1 采用自然导星

图4展示了2颗和3颗自然导星在6 km处的元瞳面和影迹。图5和图6是分别采用2颗和3颗导星对2层大气湍流相位屏进行三维波前重建的复原结果(此节仿真中取前36阶Zernike模式,无平移像差),上面3幅图是第2层即中层6 km处大气湍流相位屏的复原结果,下面3幅图是第1层即地面层0 km大气湍流相位屏的复原结果,从左至右分别是真实波前相位、复原波前相位和复原波前相位残差。

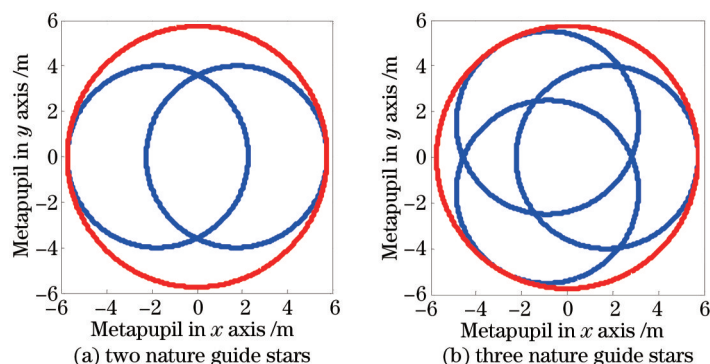


图4 自然导星在6 km处的影迹和元瞳面

Fig.4 Footprints and metapupils on the layer of 6 km

由图5和图6可知,当 $M=2$ 时,采用3颗导星时大气湍流被准确复原,波前复原残差的 $S_R$ 值分别为0.998(第1层)和0.991(第2层)。图7给出了当 $M=2$ 时大气相位屏波前复原前后的Zernike模式系数,图7(a)是第1层大气湍流复原结果,图7(b)是第2层大气湍流复原结果。图7的仿真结果说明采用3颗导星可以对

除倾斜以外的其他各个模式实现准确波前复原。

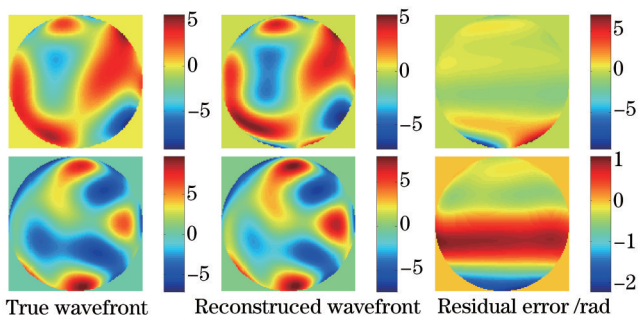


图 5 2颗自然导星时的波前复原结果。  $S_R = 0.649$ (第1层),  $S_R = 0.476$ (第2层)

Fig.5 Wavefront reconstruction results with two nature guide stars.  $S_R = 0.649$  (the first layer) and  $S_R = 0.476$  (the second layer)

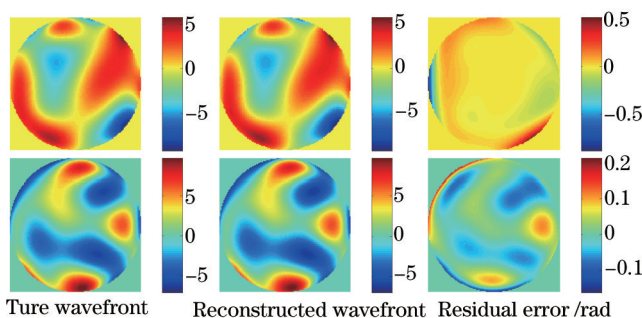


图 6 3颗自然导星时的波前复原结果。  $S_R = 0.998$ (第1层),  $S_R = 0.991$ (第2层)

Fig.6 Wavefront reconstruction results with three nature guide stars.  $S_R = 0.998$  (the first layer) and  $S_R = 0.991$  (the second layer)

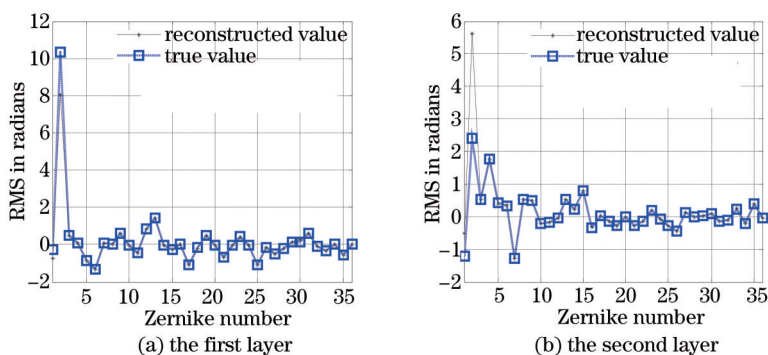


图 7 波前复原前后的 Zernike 系数(3颗自然导星)

Fig.7 Wavefront reconstruction results of Zernike coefficients (three nature guide stars)

由 2.1 节中对关联矩阵特性的分析可知,只有当关联矩阵满秩时,波前复原才不会产生模式混淆。图 8 给出了采用 2、3、6 颗导星时,关联矩阵的特征值。图 8 中,纵坐标为关联矩阵特征值,横坐标为特征值按降序排列时的序号。由于矩阵的秩与其非零特征值的数目有关,通常将大于一定数值的特征值的个数作为矩阵的秩。这里将数值大于 0.001 的特征值认为是非零特征值,反之认为是零特征值,因此从图 8 中可以确定采用 2、3、6 颗导星时关联矩阵的秩。由图 8 可知,当采用 2 颗导星时关联矩阵的秩为 64,采用 3 颗导星时关联矩阵的秩为 70,前者关联矩阵较后者关联矩阵的秩小,因此采用 2 颗导星比采用 3 颗导星进行波前复原时产生了更大的模式混淆误差,前者复原效果差(对比图 5 和图 6 可知)。当导星个数继续增大时(大于 3),关联矩阵的秩保持为 70 不变,依然是非满秩矩阵(满秩时的秩为 72),出现了 2 阶模式混淆,即倾斜(tip/tilt)模式不能被准确复原,从而出现了图 7 中 tip 和 tilt 模式未被准确复原的情形。关联矩阵不能是满秩矩阵的原因从理论上讲,只有当大气湍流各阶模式都被准确测量才可保证关联矩阵满秩。波前探测器无法探测平移误差,虽然可以探测到某个导星方向的波前斜率,但不能准确将该波前斜率分解到每一层大气湍流。

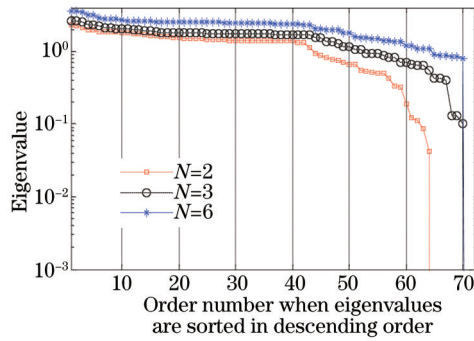


图8 关联矩阵特征值

Fig.8 Eigenvalues of the incidence matrix

### 3.1.2 采用激光导星

对于实际自适应光学系统,若观测目标周围没有自然导星时需要采用激光导星。采用激光导星面临的一个难题是它无法测量大气湍流倾斜量。本节仿真中假设导星无法测量倾斜量,探测到的波前模式阶数为30(不包括平移和倾斜),对2层大气湍流相位屏进行三维波前复原。

图9是当激光导星数目为3、4、5时关联矩阵(无平移和倾斜项)的特征值,特征值的大小可以反映关联矩阵秩的大小。当导星数目大于等于3时,关联矩阵的秩稳定为57,关联矩阵不是满秩矩阵(满秩时矩阵的秩为60)。由前面的分析可知,关联矩阵不是满秩矩阵时波前复原会产生模式混淆。图10是采用3颗导星时的三维波前复原得到的模式系数和残差。由图10可知, $j > 6$ 的模式都被准确复原,混淆的模式为 $j = 3, 4, 5$ ,混淆模式总数等于关联矩阵满秩时的秩减去其实际的秩,这一结论和国外学者是一致的<sup>[23]</sup>。

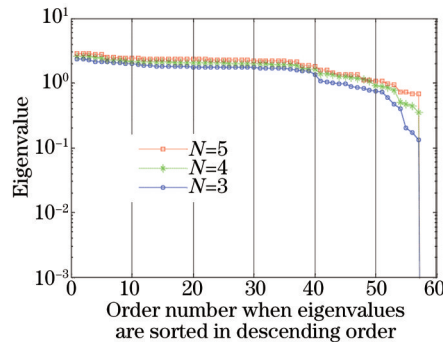


图9 采用激光导星时的关联矩阵特征值

Fig.9 Eigenvalues of the incidence matrix with laser guide stars

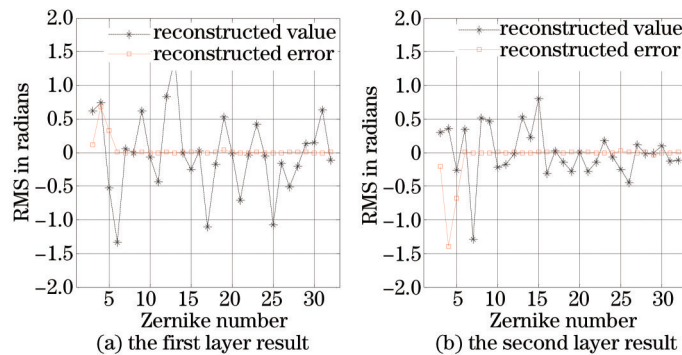


图10 波前复原前后的Zernike系数(激光导星)

Fig.10 Wavefront reconstruction results of Zernike coefficients (laser guide stars)

### 3.2 3层大气湍流时的仿真结果

本节仿真中3层大气湍流高度分别为0、6、10 km,Zernike模式阶数为36,采用多颗自然导星时关联矩阵特征值如图11所示。如果关联矩阵满秩,其秩为108。由图11可知,当采用3颗自然导星时,关联矩阵的秩

不大于 93;当采用 4 颗自然导星时,关联矩阵的秩不大于 101;当自然导星数目继续增大时,关联矩阵的秩保持 102 不变。图 11 仿真结果说明:当对 3 层大气湍流进行三维波前复原时,关联矩阵总是非满秩矩阵,模式混淆一直存在。

由图 11 可知,对 3 层大气湍流进行三维波前复原时,关联矩阵总是非满秩矩阵,而且数值为零的特征值(当特征值小于 0.001 时认为该特征值为 0)个数为 6,此时会有较多的混淆模式。当采用 3 颗自然导星时,关联矩阵的秩为 93,复原结果如图 12 所示,波前复原残差的  $S_R$  分别为 0.723(第 1 层)、0.225(第 2 层)和 0.172(第 3 层);当采用 30 颗自然导星时,关联矩阵的秩为 102,复原结果如图 13 所示,波前复原残差的  $S_R$  分别为 0.978(第 1 层)、0.534(第 2 层)、0.612(第 3 层)

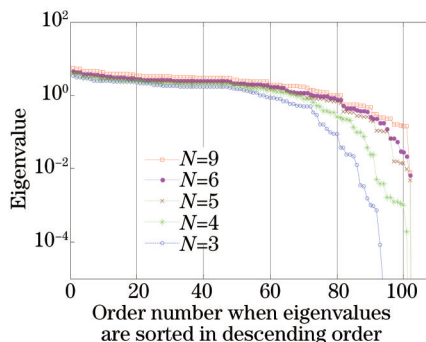


图 11 关联矩阵特征值 ( $M = 3, p = 36$ )

Fig.11 Eigenvalues of the incidence matrix ( $M = 3, p = 36$ )

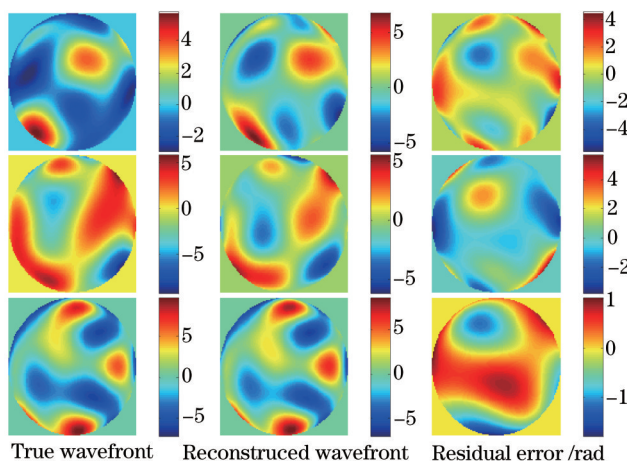


图 12 波前复原结果。 $S_R = 0.723$ (第 1 层),  $S_R = 0.225$ (第 2 层),  $S_R = 0.172$ (第 3 层)

Fig.12 Wavefront reconstruction results.  $S_R = 0.723$  (the first layer),  $S_R = 0.225$  (the second layer) and  $S_R = 0.172$  (the third layer)

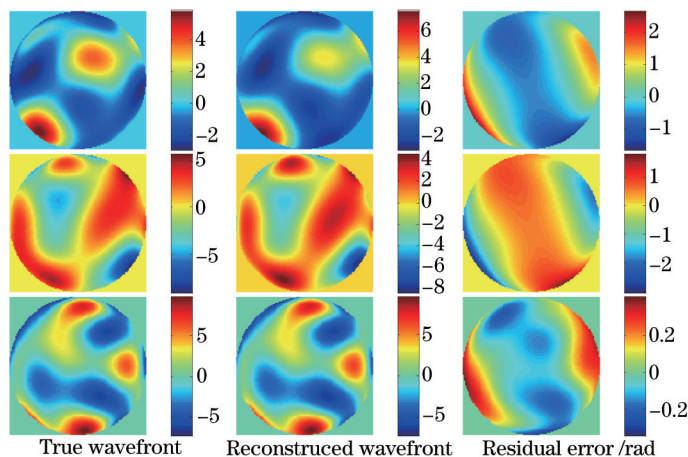


图 13 波前复原结果。 $S_R = 0.978$ (第 1 层),  $S_R = 0.534$ (第 2 层),  $S_R = 0.612$ (第 3 层)

Fig.13 Wavefront reconstruction results.  $S_R = 0.978$ (the first layer),  $S_R = 0.534$  (the second layer) and  $S_R = 0.612$  (the third layer)

(第2层)和0.612(第3层)。图11~13仿真结果表明:当对3层大气湍流进行三维波前复原时,关联矩阵总是非满秩矩阵,模式混淆误差一直存在;增加导星的数目可以减弱模式混淆误差,但不能消除模式混淆误差。

以上仿真中的评价指标是大气湍流三维波前复原残差的  $S_R$  值,对于实际自适应光学系统,本文更关心观测目标方向的波前复原效果,即  $L_{obj} = \sum_{j=1}^M L_{obj,j}$  是否可以被准确复原。也就是说,虽然不能准确复原观测目标方向上的每一层大气湍流波前模式系数  $L_{obj,j}$ ,只要  $L_{obj}$  被准确复原,则仍然可以对观测目标方向的大气湍流进行有效闭环校正,获得接近衍射极限分辨率的观测目标图像。目标方向上复原波前残差为

$$W_e = \sum_{i=1}^p [L_{obj}(i) - \hat{L}_{obj}(i)] Z_i, \quad (9)$$

式中  $L_{obj}(i)$  为观测目标方向上复原波前的第  $i$  阶模式系数,  $\hat{L}_{obj}(i)$  为真实值。将(9)式代入(8)式即可得到观测目标方向上的波前复原残差的  $S_R$  值。

通常观测目标位于视场中心,即零视场位置。这里假设观测目标位于望远镜视场中心。图14给出了3层大气湍流条件下观测目标方向上的波前复原结果,包括第1~3层大气湍流三维波前复原残差的  $S_R$  值,以及观测目标方向波前残差的  $S_R$  值。图14仿真结果表明:即使采用了30颗自然导星,3层大气波前仍然不能被精确复原,波前复原残差的  $S_R$  值分别为0.978、0.534、0.612;观测目标方向上复原波前残差的  $S_R$  值分别为0.64(3颗导星)、0.802(4颗导星)、0.997(5颗导星)、0.997(30颗导星)。当大气湍流被分成3层时,采用5颗导星即可对观测目标方向上的波前准确复原。

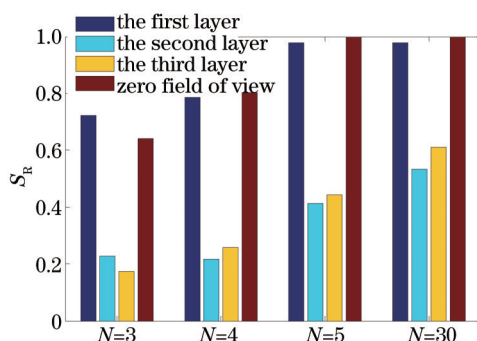


图14 波前复原残差的  $S_R$  值

Fig.14  $S_R$  of the residual reconstructed wavefront

## 4 结 论

论述了一种星向多层共轭自适应光学系统中的大气湍流三维波前模式复原算法,并对该算法进行了数值仿真验证和误差分析。仿真结果和分析表明:对于2层大气湍流,采用自然导星时,只要导星可以覆盖探测高度上视场范围内的大气湍流畸变波前,除平移和倾斜之外,2层大气波前中的其他各个模式都可以被准确的复原,即平移和倾斜模式产生了混淆,该模式混淆是因湍流波前中的平移像差不能被波前传感器探测而产生;采用激光导星时,除平移、倾斜、离焦和像散之外,2层大气波前中的其他各个模式都可以被准确的复原,即平移、倾斜、离焦和像散模式产生了混淆,该模式混淆是因大气湍流波前中的平移和倾斜量无法被探测而产生;对于3层大气湍流,不管采用多少颗导星,模式混淆问题总是存在,无法消除,各层大气不能被准确的复原,但是只要导星可以覆盖探测高度上视场范围内的大气湍流畸变波前,观测目标方向上的波前就可以被准确的复原。

## 参 考 文 献

- 1 Jiang Wenhan, Zhang Yudong, Rao Changhui, *et al.*. Progress on adaptive optics of Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(9): 0900106.  
姜文汉, 张雨东, 饶长辉, 等. 中国科学院光电技术研究所的自适应光学研究进展[J]. 光学学报, 2011, 31(9): 0900106.
- 2 Jiang Wenhan. Adaptive optics correction in real-time for dynamic wavefront errors[J]. Acta Optica Sinica, 1988, 8(5): 441-447.



- 姜文汉. 动态波前误差的自适应光学实时校正[J]. 光学学报, 1988, 8(5): 441-447.
- 3 Jiang Wanhan, Huang Shufu, Wu Xubin. Hill-climbing adaptive optics wavefront correction system[J]. Chinese J Lasers, 1988, 15(1): 17-21.
- 姜文汉, 黄树辅, 吴旭斌. 爬山法自适应光学波前校正系统[J]. 中国激光, 1988, 15(1): 17-21.
- 4 Cai Dongmei, Ti Peipei, Jia Peng, *et al.*. Research of a dynamic Hartmann sensor using liquid crystal spatial light modulator[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(s1): s112001.
- 蔡冬梅, 迺培培, 贾 鹏, 等. 基于液晶空间光调制器的动态哈特曼传感器研究[J]. 中国激光, 2014, 41(s1): s112001.
- 5 Li Jing, Gong Yan, Hu Xinrong, *et al.*. A high-precision centroid detecting method for Hartmann-Shack wavefront sensor[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(3): 0316002.
- 李 晶, 巩 岩, 呼新荣, 等. 哈特曼夏克波前传感器的高精度质心探测方法[J]. 中国激光, 2014, 41(3): 0316002.
- 6 Wu Yunyun, Li Xinyang. Research and simulation about effect of adaptive optics on atmospheric optical communication[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(s1): s100212.
- 武云云, 李新阳. 自适应光学对大气激光通信质量的影响研究与仿真[J]. 光学学报, 2011, 31(s1): s100212.
- 7 Kong Ningning, Li Dayu, Xia Mingliang, *et al.*. Liquid crystal adaptive optics system for retinal imaging operated on open-loop and double-pulse mode[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(1): 0111002.
- 孔宁宁, 李大禹, 夏明亮, 等. 开环双脉冲液晶自适应光学视网膜成像系统[J]. 光学学报, 2012, 32(1): 0111002.
- 8 Tao Rumao, Si Lei, Ma Yanxing, *et al.*. Numerical simulation of target-in-the-loop adaptive optic systems based on fiber-laser array [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1114002.
- 陶汝茂, 司 磊, 马阎星, 等. 光纤激光阵列目标在回路自适应光学系统的数值模拟[J]. 光学学报, 2011, 31(11): 1114002.
- 9 Kai Wei, Xue Junzhang, Hao Xian, *et al.*. First light on the 127-element adaptive optical system for 1.8-m telescope[J]. Chin Opt Lett, 2010, 8(11): 1019-1021.
- 10 Beckers J M. Detailed compensation of atmospheric seeing using multiconjugate adaptive optics[C]. SPIE, 1989, 1114(1): 215-217.
- 11 Ellerbroek B. First order performance evaluation of adaptive optics system for atmospheric turbulence compensation in extended field-of-view astronomical telescope[J]. J Opt Soc Am A, 1994, 11(2): 783-805.
- 12 Chen Jingyuan. Geometric anisoplanatism of adaptive optics system[J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(4): 922-927.
- 陈京元. 自适应光学系统的几何非等晕性[J]. 光学学报, 2010, 30(4): 922-927.
- 13 Chen Jingyuan, Zhou Yu, Chang Xiang, *et al.*. Unified method for anisoplanatism of adaptive optical systems[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(4): 0413001.
- 陈京元, 周 钰, 常 翔, 等. 研究自适应光学非等晕性的统一方法[J]. 中国激光, 2013, 40(4): 0413001.
- 14 Tallon M, Foy R. Adaptive telescope with laser probe-isoplanatism and cone effect[J]. Astronomy and Astrophysics, 1990, 235: 549-557.
- 15 Ragazzoni R, Farinato J, Marchetti E. Adaptive optics for 100-m-class telescopes: New challenges require new solutions[C]. SPIE, 2000, 4007: 1076-1087.
- 16 Goncharov A V, Dainty J C, Esposito S, *et al.*. Laboratory MCAO test-bed for developing wavefront sensing concepts[J]. Opt Express, 2005, 13(14): 5580-5590.
- 17 Knutsson P A, O'Neil P M. Emulation of dual-conjugate adaptive optics on an 8-m class telescope[J]. Opt Express, 2003, 11(18): 2231-2237.
- 18 Marchetti E, Brast R, Delabre B, *et al.*. MAD star-oriented: Laboratory results for ground layer and multi-conjugate adaptive optics[C]. SPIE, 2006, 6272: 627200.
- 19 Ragazzoni R, Marchetti E, Rigaut F. Modal tomography for adaptive optics[J]. Astronomy and Astrophysics, 1999, 342: L53-L56.
- 20 Noll R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. J Opt Soc Am A, 1976, 66(3): 207-211.
- 21 Tokovinin A, Le Louarn M, Viard E, *et al.*. Optimized modal tomography in adaptive optics[J]. Astronomy and Astrophysics, 2001, 378(2): 710-721.
- 22 Rigaut F J, Ellerbroek B L, Flicker R W, *et al.*. Adaptive optical systems technology[C]. SPIE, 2000, 4007: 1022-1031.
- 23 Louarn M L, Tallon M. Analysis of modes and behavior of a multiconjugate adaptive optics system[J]. J Opt Soc Am A, 2002, 19(5): 912-925.