# 一种基于主成分分析的多波长相移干涉测量方法

范金坪<sup>1,2</sup> 徐小飞<sup>1</sup> 张望平<sup>1</sup> 吕晓旭<sup>1</sup> 赵 晖<sup>1</sup> 刘胜德<sup>1</sup> 钟丽云<sup>1</sup> '华南师范大学广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室,广东广州 510006 <sup>2</sup>深圳信息职业技术学院电子通信技术系,广东 深圳 518172

**摘要**提出一种基于主成分分析(PCA)的多波长同轴共路同时相移干涉测量方法。所提方法可以通过从单色 CCD 记录的一系列相移量未知的多波长同时相移干涉条纹图,利用主成分分析提取出单个波长下的包裹相位分布,继 而通过多波长的方法进行相位解包和降噪处理得到合成波长的相位。数值模拟和实验结果表明,所提方法不仅测 量过程简单,而且运算速度快,测量精度高。 关键词 测量;干涉;相位;相移技术;多波长相移干涉术;主成分分析

中图分类号 0438.1 文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201542.1008004

# Multi-Wavelength Phase-Shifting Interferometry Based on Principal Component Analysis

Fan Jinping<sup>1,2</sup> Xu Xiaofei<sup>1</sup> Zhang Wanping<sup>1</sup> Lü Xiaoxu<sup>1</sup> Zhao Hui<sup>1</sup> Liu Shengde<sup>1</sup> Zhong Liyun<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices, South China Normal University, Guangzhou, Guangdong 510006, China

<sup>2</sup>Department of Electronic Communication Technology, Shenzhen Institute of Information Technology, Shenzhen, Guangdong 518172, China

**Abstract** A technique combined multi-wavelength phase-shifting interferometry with principal component analysis (PCA) is presented. By using a monochrome CCD to simultaneously capture a sequence of in-line phase-shifting interferograms with random and unknown phase shifts at multiple wavelengths, the wrapped phase information of each wavelength can be constructed through using the PCA algorithm. Then an unambiguous phase of an extended synthetic beat wavelength can be determined by multi-wavelength optical phase unwrapping and noise reduction. Both the numerical simulation and experimental results show the simple optical measurement process, fast computing speed and high resolution of the proposed method.

**Key words** measurement; interferometry; phase; phase-shifting technique; multi-wavelength phase-shifting interferometry; principal component analysis

**OCIS codes** 120.3180; 120.5050; 050.5080

1 引 言

相移干涉术是一种利用光学干涉原理实现高精度光学相位测量的技术,传统的使用单一波长的光波进 行干涉测量的最大测量范围只能是所用光波的波长λ<sup>III</sup>。为了扩大光学干涉的测量范围,利用两个或多个波 长的频差形成一个比原单一波长大得多的等效合成波长的双波长干涉测量(DWI)<sup>12-31</sup>和多波长干涉测量 (MWI)<sup>14-61</sup>方法被提出并应用于干涉测量领域,在保证单波长分辨率的情况下,既解决了相位的折叠问题又扩 大了干涉测量的量程。

收稿日期: 2015-04-07; 收到修改稿日期: 2015-06-04

基金项目:国家自然科学基金(61078064、61275015、61475048)

作者简介:范金坪(1982—),女,博士后,主要从事数字全息和信息处理方面的研究。E-mail: frieada@qq.com

导师简介:钟丽云(1968—),女,教授,博士生导师,主要从事光学微纳成像和生物单分子探测等方面的研究。

E-mail: zhongly@scnu.edu.cn(通信联系人)

在2000年双波长数字全息术<sup>[7]</sup>被提出后,双波长/多波长干涉测量和数字全息得到了快速发展,主要 研究如何提取单个波长下的包裹相位继而通过双波长或多波长的方法得到物体的真实相位分布<sup>[8-10]</sup>。文 献[11-18]提出的方法都是利用结合空域傅里叶变换的离轴方法,仅需一幅或两幅双/多波长离轴全息图即 可提取单个波长下的包裹相位分布,便于实现动态相位测量,缺点是物光的空间频率受到限制,测量结果受 滤波窗口和噪声的影响较大,测量精度较低。为了提高测量精度,文献[19-24]将同轴相移的方法用于双/多波 长相位测量,这些方法测量精度较高,但是需要记录多组定步长或等步长相移干涉条纹图并对相移量进行特 殊标定,当相移标定不准时容易带来误差。目前的研究成果主要集中于使用两个照明光源的双波长干涉测 量,而在合成波长一致的情况下,多波长方法具有比双波长方法更高的测量精度和更大的噪声容限<sup>[6,14,19,21-22]</sup>。 已有的多波长测量方法测量精度低,光路结构及测量过程过于复杂,运算时间过长。

近年来,Vargas等<sup>[25-27]</sup>提出了一种基于主成分分析(PCA)的单波长相位提取算法。不需要迭代运算就可 以从若干幅相移量未知的相移干涉条纹图中提取相位信息,运算时间短且测量精度高。本课题组首次将主 成分分析算法用于双波长同时相移干涉测量<sup>[28]</sup>,无需对相移量进行特殊标定,计算速度快且精度高,但要求 两个波长的调制振幅不能相等。在该方法的基础上,本文提出了一种基于主成分分析的多波长同轴共路同 时相移干涉测量方法,这种方法用单色CCD记录三个波长的同时相移干涉条纹图,利用主成分分析算法提 取单个波长下的包裹相位分布,经过多波长相位解包及降噪处理得合成波长的相位分布。与双波长方法的 测量结果<sup>[28]</sup>相比,所提方法的测量精度和抗噪性能得到了极大的提高。

#### 2 原 理

#### 2.1 多波长混叠干涉条纹图

在多波长相移干涉测量系统中,当三个波长 $\lambda_1$ 、 $\lambda_2$ 和 $\lambda_3$ 的光波通过相同的干涉光路后,在单色CCD靶面上形成的混叠多波长相移干涉图可以表示为

 $I_{n}(x,y) = A(x,y) + B_{\lambda 1}(x,y) \cos[\Phi_{\lambda 1}(x,y) + \delta_{1,n}] + B_{\lambda 2}(x,y) \cos[\Phi_{\lambda 2}(x,y) + \delta_{2,n}] + B_{\lambda 3}(x,y) \cos[\Phi_{\lambda 3}(x,y) + \delta_{3,n}], \quad (1)$ 式中 (x,y) 表示靶面上像素点的位置,下面为了简单起见省略不写。n=0,1,…,N为相移干涉条纹图的次序。 A(x,y) 表示三个波长的干涉背景项,  $B_{\lambda i}(x,y)$ 、 $\Phi_{\lambda i}(x,y)$ 和  $\delta_{i,n}$ 分别表示第 *i* 个波长的干涉条纹对比度、物体的 相位分布和相移器产生的相移量,*i*=1,2,3代表三个波长的序号。(1)式可简写为

 $I_n = A + B_{\lambda 1} \cos \Phi_{\lambda 1} \cos \delta_{1,n} - B_{\lambda 1} \sin \Phi_{\lambda 1} \sin \delta_{1,n} + B_{\lambda 2} \cos \Phi_{\lambda 2} \cos \delta_{2,n} -$ 

$$B_{\lambda 2} \sin \Phi_{\lambda 2} \sin \delta_{2,n} + B_{\lambda 3} \cos \Phi_{\lambda 3} \cos \delta_{3,n} - B_{\lambda 3} \sin \Phi_{\lambda 3} \sin \delta_{3,n} .$$
<sup>(2)</sup>

从一系列相移干涉图中可以估算出背景项为

$$\mu_1 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N I_n \approx A .$$
(3)

对(2)式减去背景项,可以得到

$$I_n - \mu_1 \approx I_{\lambda_{1c}} C_{\lambda_{1,n}} + I_{\lambda_{1s}} S_{\lambda_{1,n}} + I_{\lambda_{2c}} C_{\lambda_{2,n}} + I_{\lambda_{2s}} S_{\lambda_{2n}} + I_{\lambda_{3c}} C_{\lambda_{3,n}} + I_{\lambda_{3s}} S_{\lambda_{3,n}} , \qquad (4)$$

式中 $C_{\lambda i,n} = \cos \delta_{i,n}$ ,  $S_{\lambda i,n} = -\sin \delta_{i,n}$ ,  $I_{\lambda ic} = B_{\lambda i} \cos \Phi_{\lambda i}$ ,  $I_{\lambda is} = B_{\lambda i} \sin \Phi_{\lambda i}$  o

当干涉条纹图中的条纹个数大于1时,存在以下近似关系:

$$\sum_{x=1}^{N_x} \sum_{y=1}^{n_y} I_{\lambda i c} I_{\lambda i s} \approx \sum_{x=1}^{N_x} \sum_{y=1}^{n_y} B_{\lambda i}^2 \cos \Phi_{\lambda i} \sin \Phi_{\lambda i} \cong 0 , \qquad (5)$$

式中 N<sub>x</sub>×N<sub>y</sub>为干涉条纹图的尺寸。可以看出,当干涉图中条纹数大于1时,去除背景后的多波长同时相移 干涉条纹图可以分解为单个波长下的两个不相关的正交信号的叠加。如果不同波长下干涉条纹的对比度 有显著区别,则可以认为(4)式中不同波长下的信号是互不相关的。

#### 2.2 多波长干涉图的主成分分析

主成分分析是统计学中对图像或数据集进行降维的技术,利用主成分分析可以将干涉条纹图中的每一 个正交信号——主成分分离出来,进而可以通过反正切函数得到待测的相位分布。假定这里使用N幅多波 长相移干涉条纹图进行测量,可以用矩阵表示为

$$I = \begin{bmatrix} I_1 & I_2 & \cdots & I_n & \cdots & I_N \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \tag{6}$$

式中上标T为转置操作符, $I_n$ 表示第n幅大小为 $M = N_x \times N_y$ 的多波长相移干涉条纹图。

利用主成分方法求多波长相移干涉图相位的过程可以简化为:

1) 计算*I*的协方差矩阵*C*:

$$\boldsymbol{C} = (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\mu}_{I})(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\mu}_{I})^{\mathrm{T}}, \qquad (7)$$

式中 $I - \mu_I$ 对应于(4)式的去除背景项操作, C为 $N \times N$ 的实对称矩阵。

2) 协方差矩阵 C 的对角化:根据实对称矩阵必可对角化的性质,必存在一个 N 阶的正交变换矩阵 P 和 一个以 C 的 N 个特征值为对角元素的对角阵 D 满足:

$$\boldsymbol{D} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{C}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}} \,. \tag{8}$$

这里协方差矩阵 C 的对角化过程由奇异值分解算法(SVD)实现, D 中的特征值按照从大到小的顺序排列。

3) 通过霍特林变换得到正交主成分

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{P}(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{\mu}_{I}) = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_{1} \boldsymbol{y}_{2} \cdots \boldsymbol{y}_{N} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \qquad (9)$$

式中  $y_1, y_2, \dots, y_N$  为原始数据  $I - \mu_i$  的正交主成分,  $\langle y_i, y_i \rangle \ge 0$ , 其中<·>表示内积,  $i \neq j$ 。

4) 求单个波长下的包裹相位分布:由(4)式可以知道,去除背景项后的数据为六个信号的叠加,因此只需 取前六个特征值对应的六个主成分(即 y<sub>1</sub>,y<sub>2</sub>,y<sub>3</sub>,y<sub>4</sub>,y<sub>5</sub>,y<sub>6</sub>)。当干涉图条纹图中的条纹个数大于1,且三个波长 的条纹对比度有显著的区别时,则这6个主成分分别对应于信号 I<sub>λ1e</sub>,I<sub>λ1a</sub>,I<sub>λ2e</sub>,I<sub>λ2a</sub>,I<sub>λ3e</sub>, I<sub>λ3e</sub>, OI以得到单个波长 下的包裹相位分布为

$$\Phi_{\lambda 1} = \arctan(I_{\lambda 1s}/I_{\lambda 1c}) = \arctan(y_2/y_1), \qquad (10)$$

$$\Phi_{\lambda 2} = \arctan(I_{\lambda 2s}/I_{\lambda 2c}) = \arctan(y_4/y_3), \qquad (11)$$

$$\Phi_{\lambda 3} = \arctan(I_{\lambda 3s}/I_{\lambda 3c}) = \arctan(y_6/y_5).$$
(12)

利用(10)~(12)式求得的三个包裹相位分布会出现全局相位符号不一致的情况,这里的解决方式是将其 统一到同一个全局相位符号。

5) 合成波长相位解包:在求得单个波长下的相位分布后,可以用多波长的方法求得合成波长的相位分 布。在合成波长足够大时,无需使用传统的相位解包算法即可直接得到物体的真实相位分布。

双波长时的合成相位分布为

$$\Phi_{ij} = \Phi_{\lambda i} - \Phi_{\lambda j} = 2\pi h \left( \frac{1}{\lambda_i} - \frac{1}{\lambda_j} \right) = \frac{2\pi h}{\Lambda_{ij}} = \begin{cases} \Phi_{ij} & , \Phi_{ij} \ge 0\\ \Phi_{ij} + 2\pi & , \Phi_{ij} < 0 \end{cases},$$
(13)

式中*i*,*j*=1,2,3且*i*≠*j*。*h*为光经过被测物体后产生的光程差(OPD),  $\Lambda_{ij} = \left| \frac{1}{\lambda_i} - \frac{1}{\lambda_j} \right|$ 为两个波长时的等效波长 (合成波长),其值大于任意一个原始波长。

三波长时的合成相位分布为

$$\Phi_{ij,jk} = \Phi_{ij} - \Phi_{jk} = 2\pi h \left( \frac{1}{\Lambda_{ij}} - \frac{1}{\Lambda_{jk}} \right) = \frac{2\pi h}{\Lambda_{ij,jk}} = \begin{cases} \Phi_{ij,jk} & , \Phi_{ij,jk} \ge 0\\ \Phi_{ij,jk} + 2\pi & , \Phi_{ij,jk} < 0 \end{cases},$$
(14)

式中*i*,*j*,*k*=1,2,3且*i*≠*j*≠*k*, $\Lambda_{ij,k} = \left| \frac{1}{\Lambda_{ij}} - \frac{1}{\Lambda_{jk}} \right|$ 为三波长时的等效合成波长。

# 3 数值模拟

在模拟计算中,使用实验室现有的三个激光光源进行模拟,波长分别为 $\lambda_1$ =457 nm, $\lambda_2$ =532 nm, $\lambda_3$ =632.8 nm,模拟的干涉条纹图的强度分布由(1)式确定。假设模拟的干涉条纹图大小为300 pixel×300 pixel,待测物体的高度分布为 $h_{set}$ =0.45( $x^2$ + $y^2$ )+0.04 P(x,y),单位为μm,其中-1.5 mm $\leq x,y \leq 1.5$  mm, $P(\cdot)$ 为 Matlab中自带的 peaks函数的简写。背景项为A=80exp[-0.05( $x^2$ + $y^2$ )]+40,三个波长的干涉条纹对比度分别为 $B_{\lambda_1}$ =40exp[-0.05( $x^2$ + $y^2$ )], $B_{\lambda_2}$ =60exp[-0.05( $x^2$ + $y^2$ )]和 $B_{\lambda_3}$ =90exp[-0.05( $x^2$ + $y^2$ )],可知 $B_{\lambda_2}$ =1.5  $B_{\lambda_1}$ , $B_{\lambda_3}$ =1.5  $B_{\lambda_2}$ 。一共模拟了 33 幅 多波长同时相移干涉条纹图,其相移大小随机分布在波长 632.8 nm 波长时的[0.8π]范围。为使模拟更接近

于实际情况,干涉条纹图中加入了噪声信噪比为5%的加性高斯白噪声。

图 1(a)为模拟得到的一幅多波长同时相移干涉条纹图,图 1(b)、(c)和(d)分别为所提方法从 33 幅多波长相 移干涉条纹图中提取出的λ<sub>1</sub>=457 nm 、λ<sub>2</sub>=532 nm 和λ<sub>3</sub>=632.8 nm 波长下的包裹相位分布。



图 1 (a) 模拟得到的一幅多波长同时相移干涉条纹图和所提方法提取的 (b) 457 nm、(c) 532 nm、(d) 632.8 nm下的包裹相位分布 Fig.1 (a) One simulated simultaneous multi-wavelength interferogram and the retrieved phase maps by the proposed method at (b) 457 nm, (c) 532 nm and (d) 632.8 nm respectively

根据(13)式对图 1(b)和(c)进行简单的相减操作,可以得到波长λ<sub>1</sub>和λ<sub>2</sub>对应的双波长下的合成波长Λ<sub>12</sub>= 3241.7 nm的相位分布,如图 2(a)和(b)所示,其中图 2(a)为预设的双波长Λ<sub>12</sub>的合成波长相位分布,将其作为参考 相位,图 2(b)为所提方法计算得到的双波长下的相位分布,即实际相位,该相位值没有进行任何降噪处理。两 者的差值如图 2(c)所示。计算得到的实际相位与参考相位之间的均方根误差为0.1483 rad。同理,预设的三波 长下的合成波长Λ<sub>12,13</sub>=3339.8 nm的相位分布如图 2(d)所示,图 2(e)为使用所提方法计算得到的三波长时的合成 波长相位分布,两者的差值如图 2(f)所示,计算得到的实际相位与参考相位之间的均方根误差为 0.0822 rad。



图 2 双波长及三波长下的合成波长相位分布。(a) 预设的双波长相位分布;(b) 所提方法计算得到的双波长合成相位分布; (c)为(a)和(b)的差值分布;(d)预设的三波长合成相位分布;(e)所提方法计算得到的三波长相位分布;(f)为(d)和(e)的差值分布 Fig.2 Unwrapping phase of two and three synthetic beat wavelength. (a) Theoretical phase of two wavelength phase unwrapping; (b) retrieved phase of two wavelength phase unwrapping by using the proposed method; (c) difference between (a) and (b); (d) theoretical phase of three wavelength phase unwrapping; (e) retrieved phase of three wavelength phase unwrapping by using the proposed method; (f) difference between (d) and (e)

可以看出,无论是对于双波长时的相位分布还是三波长时的相位分布,所提的方法都可以得到较高的测量精度,由模拟结果来看,三波长方法由于采用了略大的合成波长,相对的测量精度更高。为了在实际的测量过程中验证所提方法的有效性,这里面临的首要问题是确定一个参考相位,为此对单个波长时采集的相移干涉条纹图分别应用五步相移法、PCA和基于最小二乘原理的改进迭代方法(AIA)<sup>129</sup>计算出包裹相位,然后利用合成波长的方法进行相位解包并将其与预设的参考相位进行比较,如表1所示,比较结果包括均方根误差(RMSE)、峰谷值误差(PVE)和测量时间,所有计算结果均由Matlab软件在 CPU 主频为 2.53 GHz 的便携式计算机上完成,所用的合成波长为A<sub>12\_13</sub>=3339.8 nm,为了便于区别,将单波长时的 PCA 简写为 SPCA,所提的方法简写为 MPCA。

中 国 激 光

表1 不同方法下的多波长处理结果比较

Table 1	Droooging	nogulta with differen	t multi-wayalan ath	unweapping algorithma
rable r	r rocessing i	results with unieren	i muiu-waveiengin	unwrapping algorithms

Approaches	5-phase step algorithm	SPCA	AIA	MPCA
RMSE /rad	0.0144	0.0153	0.0056	0.0821
PVE /rad	0.1268	0.0869	0.0480	0.6651
Time /s	0.1395	1.8520	63.3339	0.7586

由于多波长解包方法的噪声放大作用,在使用三波长方法求得合成波长下的解包相位后,一般还需进 行降噪处理<sup>[6,11,14,19]</sup>,这里的处理方法是先将三合成波长Λ<sub>12,13</sub>时的噪声等级下降到两合成波长Λ<sub>13</sub>时的噪声等 级,再下降至单个波长λ<sub>1</sub>时的噪声等级<sup>[19]</sup>,降噪处理前和处理后的结果如表2所示。可以看出,在降噪处理 后,每种方法的噪声均得到很大程度的下降。

表2 降噪处理前、后不同方法下的 RMSE 比较(单位:rad)

Table 2 RMSE wi	th different algorithm	s before and after	reducing the	noise (unit: rad
	( )		•	

Approaches	5–phase step algorithm	SPCA	AIA	MPCA
Before /rad	0.0144	0.0153	0.0056	0.0821
After /rad	0.0015	0.0010	0.0006	0.0179

由表1和表2的结果可知,SPCA提取包裹相位并进行多波长解包处理的时间远远小于AIA算法,测量精度与五步相移算法相当,而经过降噪处理后,其精度已接近AIA的测量精度且略高于五步相移算法。此外由于五步相移算法需要准确地找到相移量为π/2的5幅相移干涉条纹图,对实验环境的要求较高。因此在实验中将使用SPCA方法的测量结果作为参考相位。

# 4 实验及结果分析

为了验证所提方法的有效性及准确性,用所提方法对实验采集到的多波长同时相移干涉条纹图进行相位 重构,采用基于马赫-曾德尔光路的多波长共路相移干涉测量系统,如图3所示。实验所用的照明光源为:波长 为λ<sub>1</sub>=457 nm的单纵模激光器(蓝光)、波长λ<sub>2</sub>=532 nm的半导体抽运固体激光器(绿光)和波长λ<sub>3</sub>=632.8 nm的He-Ne激光器(红光),通过压电陶瓷(PZT)驱动反射镜产生微小移动来实现相移。实验过程为:首先将全部遮光板 打开,用单色 CCD 采集一系列的多波长共路同时相移干涉条纹图;然后关闭其中两个遮光板,保持其他实验条 件不变,用单色 CCD 采集单个波长下的相移干涉条纹图,单色 CCD 尺寸为768 pixel×576 pixel (7.68 mm×5.76 mm)。



图3 多波长共路同时相移干涉测量系统示意图。

Fig.3 Schematic of simultaneous multiple wavelength in-line phase-shifting interferometric system

与数值模拟部分类似,首先在不放置物体的情况下,在单个波长下采集到的3组相移干涉条纹图中随机选取32幅相移量分布在[0,8π]范围内的大小为230 pixel×230 pixel的单波长相移干涉条纹图,在采集到的多波长同时相移干涉条纹图中随机选取相移量分布在632.8 nm波长下的[0,8π]范围内的32幅大小为230 pixel×230 pixel相移干涉条纹图。实验中采集得到的三个波长下的干涉条纹对比度如图4所示,条纹平均对比度分别为*B*<sub>λ1</sub>=24.9707,*B*<sub>λ2</sub>=29.8853 和*B*<sub>λ3</sub>=20.2623,单位均为灰度,经计算可得*B*<sub>λ1</sub>≈1.23 *B*<sub>λ3</sub>,*B*<sub>λ2</sub>≈1.47 *B*<sub>λ3</sub>。



图 4 实验中采集到的单个波长时的干涉条纹对比度。(a) 波长λ<sub>1</sub>=457 nm 时的干涉条纹对比度分布; (b) 波长λ<sub>2</sub>=532 nm 时的干涉条纹对比度分布;(c) 波长λ<sub>3</sub>=632.8 nm 时的干涉条纹对比度分布

Fig.4 Experimental modulation amplitude distribution at different single wavelengths. (a) Modulation amplitude distribution at λ<sub>1</sub>=457 nm; (b) modulation amplitude distribution at λ<sub>2</sub>=532 nm; (c) modulation amplitude distributionat λ<sub>3</sub>=632.8 nm 图 5(a) 为不放置物体时实验中采集得到的一幅多波长同时相移干涉条纹图,图像大小为 230 pixel× 230 pixel,图 5(b)、(c)和(d)分别为无物体时实验中采集得到的λ<sub>1</sub>=457 nm、λ<sub>2</sub>=532 nm 和λ<sub>3</sub>=632.8 nm 波长下的相移干涉条纹图。图 5(e)、(f)和(g)分别为使用提出的方法从 32 幅相移量未知的多波长同时相移干涉条纹图 中提取的没有经过任何降噪处理的λ<sub>1</sub>=457 nm、λ<sub>2</sub>=532 nm 和λ<sub>3</sub>=632.8 nm 波长下的干涉条纹图中利用 PCA 方法提取的没有经过任何降噪处理的λ<sub>1</sub>=457 nm、λ<sub>2</sub>=532 nm 和λ<sub>3</sub>=632.8 nm 波长下的包裹相位图。



图 5 不放置物体时实验中采集得到的相移干涉条纹图及提取的单波长下的包裹相位图。(a)无物体时实验中得到的一幅多波 长同时相移干涉条纹图;(b)、(c)和(d)分别为无物体时实验中采集得到的一幅457、532、632.8 nm下的相移干涉条纹图;(e)、(f)和 (g)分别为所提方法提取的457、532、632.8 nm下的包裹相位分布;(h)、(i)和(j)分别为从单波长下的相移干涉条纹图中使用PCA 方法提取的457、532、632.8 nm下的包裹相位分布

Fig.5 Experimental phase-shifting interferograms and the retrieved wrapped phase maps of each single-wavelength without the measured object. (a) One of experimental multi-wavelength interferograms without the measured object; (b), (c) and (d) are the one of experimental interferograms at 457 nm, 532 nm and 632.8 nm respectively; (e), (f) and (g) are retrieved phase maps by the proposed method at 457 nm, 532 nm and 632.8 nm respectively; (h), (i) and (j) are retrieved phase maps from the single wavelength phase-shifting interferograms by PCA at 457 nm, 532 nm and 632.8 nm respectively

图 6(a)和(b)分别为使用 SPCA 方法和所提方法计算得到的没有经过任何降噪处理的三波长下的合成波 长A<sub>12\_13</sub>=3339.8 nm 的相位分布,处理时间分别为1.5950 s和0.7261 s,两者的差值如图 6(c)所示,计算得到的 均方根误差为0.2597 rad,峰谷值误差为1.4717 rad。图 6(d)和(e)分别为对图 6(a)和(b)进行多波长降噪结合滤 波处理后的结果,两者的差值如图 6(f)所示,计算得到的均方根误差为0.0230 rad,峰谷值误差为0.1915 rad。 可以看出,使用所提出的方法不仅能快速地对多波长同时相移干涉条纹图进行相位重构,而且经过多波长 降噪处理后,该方法的测量精度得到极大的提高。



图 6 降噪处理前后三波长下的合成波长相位分布。(a) 降噪处理前的参考相位分布;(b) 所提方法计算得到的降噪处理前的 实际相位分布;(c)为(a)和(b)的差值分布;d)降噪处理后的参考相位分布;(e)所提方法计算得到的降噪处理后的实际相位分布; (f)为(d)和(e)的差值分布

Fig.6 Unwrapping phase of three synthetic beat wavelength before and after noise reducing. (a) Reference phase before noise reducing;(b) reconstructed phase before noise reducing by using the proposed method; (c) difference between (a) and (b); (d) reference phase after noise reducing;(e) reconstructed phase after noise reducing by using the proposed method;(f) difference between (d) and (e)

为了进一步验证所提方法的有效性,在保持实验条件不变的情况下,对螺旋相位板进行测量。选取螺旋相位板(RPC Photonics VPP-1c)上高度为1525 nm单元,在单个波长下采集到的3组相移干涉条纹图中随机选取32幅相移量分布在[0,8π]范围内的大小为221 pixel×221 pixel的单波长相移干涉条纹图,在采集到的 多波长同时相移干涉条纹图中随机选取相移量分布在632.8 nm 波长下的[0,8π]范围内的32幅大小为 221 pixel×221 pixel相移干涉条纹图。

图7所示为实验中放置螺旋相位板时使用所提方法计算得到的单个波长下的包裹相位分布,其中图7(a)为 有物体时实验中采集得到的一幅多波长同时相移干涉条纹图,图像大小为221 pixel×221 pixel,图7(b)、(c)和(d) 分别为有物体时实验中采集得到的一幅 $\lambda_1$ =457 nm、 $\lambda_2$ =532 nm 和 $\lambda_3$ =632.8 nm 波长下的相移干涉条纹图。图7 (e)、(f)和(g)分别为使用所提出的方法从32 幅相移量未知的多波长同时相移干涉条纹图中提取的没有经过任何 降噪处理的 $\lambda_1$ =457 nm、 $\lambda_2$ =532 nm 和 $\lambda_3$ =632.8 nm 波长下的包裹相位图。图7(h)、(i)和(j)分别为从32 幅单波长下 的干涉条纹图中提取的没有经过任何降噪处理的 $\lambda_1$ =457 nm、 $\lambda_2$ =532 nm 和 $\lambda_3$ =632.8 nm 波长下的包裹相位图。

图 8(a)和图 8(b)为分别为用 SPCA 和所提方法计算得到的经过降噪处理后的三波长时的合成波长A<sub>12\_13</sub>= 3339.8 nm的相位分布,处理时间分别为1.6378 s和1.0097 s,两者的差值如图 8(c)所示,计算得到的均方根误 差(RMSE)为0.0856 rad,峰谷值误差(PVE)为2.3231 rad。可以看出,使用所提出的方法能快速且精确地对多 波长同时相移干涉条纹图进行相位重构,重构误差主要集中在螺旋相位板的螺旋阶梯处,这主要是由于在 阶梯处存在衍射现象,衍射场的不规则叠加使得重构出的相位在阶梯处存在较为明显的误差。

5 结 论

在理论分析的基础上,本文提出了一种基于PCA的多波长相移干涉测量方法,通过单色CCD记录一组



图 7 放置螺旋相位板时实验中采集得到的相移干涉条纹图及提取的单波长下的包裹相位图。(a) 有物体时实验中得到的一幅 多波长同时相移干涉条纹图;(b)、(c)和(d)分别为有物体时实验中采集得到的一幅457、532、632.8 nm下的相移干涉条纹图;(e)、 (f)和(g)分别为所提方法提取的457、532、632.8 nm下的包裹相位分布;(h)、(i)和(j)分别为从单波长下的相移干涉条纹图中使用 PCA方法提取的457、532、632.8 nm下的包裹相位分布

Fig.7 Experimental phase-shifting interferograms and retrieved wrapped phase maps of each single-wavelength without the measured object. (a) One of experimental multi-wavelength interferograms without the measured object; (b), (c) and (d) are the one of the experimental interferograms at 457 nm, 532 nm and 632.8 nm respectively; (e), (f) and (g) are retrieved phase maps by the proposed method at 457 nm, 532 nm and 632.8 nm respectively; (h) ,(i) and (j) are retrieved phase maps from the single wavelength phase-shifting interferograms by PCA at 457 nm, 532 nm and 632.8 nm respectively





Fig.8 Unwrapping phase of three synthetic beat wavelength after noise reducing. (a) Reference phase after noise reducing;

(b) reconstructed phase after noise reducing by using the proposed method; (c) difference between (a) and (b) 相移量随机分布的同轴共路同时相移多波长相移干涉条纹图,只要单个波长下的干涉条纹的对比度有明显 区别,即可利用主成分分析的方法分解出单个波长下两个相互正交的主成分,继而提取出单个波长下的包裹相位分布,通过简单的相位相减操作即可用三波长的方法得到合成波长下的相位分布,经过多波长降噪 处理后即可得到待测物体的真实相位分布。数值模拟和实验结果表明,所提的方法不需要预先对相移量进 行标定,无需采用相位解包算法,只需采集一组相移干涉条纹图即可以从一系列相移量未知的相移干涉条

纹图中快速而精确地重构待测物体的真实相位分布,具有简单、快速、方便和高精度测量的特点,解决了单 色CCD同时记录多波长干涉条纹图的相位信息测量。

### 参考文献

- 1 J Gass, A Dakoff, M K Kim. Phase imaging without  $2\pi$  ambiguity by multiwavelength digital holography[J]. Opt Lett, 2003, 28(13): 1141-1143.
- 2 Yeou-Yen Cheng, James C Wyant. Two-wavelength phase shifting interferometry[J]. Appl Opt, 1984, 23(24): 4539-4543.
- 3 K Creath. Step height measurement using two wavelength phase-shifting interferometry[J]. Appl Opt, 1987, 26(14): 2810-2816.
- 4 Yeou-Yen Cheng, James C Wyant. Multiple wavelength phase-shifting interferometry[J]. Appl Opt, 1985, 24(6): 804-807.
- 5 J EDecker, J RMiles, A A Madej, *et al.*. Increasing the range of unambiguity in step-height measurement with multiple-wavelength interferometry-application to absolute long gauge block measurement[J]. Appl Opt, 2003, 42(28): 5670-5678.
- 6 Song Zhang. Phase unwrapping error reduction framework for a multiple-wavelength phase-shifting algorithm[J]. Opt Eng, 2009, 48 (10): 105601.
- 7 Christophe Wagner, Wolfgang Osten, Soenke Seebacher. Direct shape measurement by digital wavefront reconstruction and multiwavelength contouring[J]. Opt Eng, 2000, 39(1): 79-85.
- 8 Pan Weiqing, Zhao Xiaobo. Measurement of steel ball surface flaw based on dual wavelength interferometry and digital phase detection[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(5): 0508007.

潘卫清,赵晓波.钢球表面缺陷的双波长干涉数字相位检测[J].中国激光,2014,41(5):0508007.

0312006.

- 9 Deng Lijun, Yang Yong, Shi Bingchuan, *et al.*. Refractive index distribution and surface profile measurement of micro-optics based on dual wavelength digital holography[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(3): 0312006. 邓丽军,杨 勇, 石炳川,等. 基于双波长数字全息术的微光学元件折射率分布及面形测量[J]. 光学学报, 2014, 34(3):
- 10 Kou Yunli, Li Enpu, Di Jianglei, *et al.*. Surface morphology measurement of tiny object based on dual-wavelength holography[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209010.

寇云莉,李恩普,邸江磊,等.利用双波长数字全息术测量微小物体表面形貌[J].中国激光,2014,41(2):0209010.

- 11 S De Nicola, A Finizio, G Pierattini, *et al.*. Recovering correct phase information in multiwavelength digital holographic microscopy by compensation for chromatic aberrations[J]. Opt Lett, 2005, 30(20): 2706–2708.
- 12 P Ferraro, L Miccio, S Grilli, *et al.*. Quantitative phase microscopy of microstructures with extended measurement range and correction of chromatic aberrations by multiwavelength digital holography[J]. Opt Express, 2007, 15(22): 14591-14600.
- 13 R Onodera, Y Ishii. Two wavelength interferometry that uses a Fourier-transform method[J]. Appl Opt, 1998, 37(34): 7988-7994.
- 14 Daniel Parshall, Myung K Kim. Digital holographic microscopy with dual-wavelength phase unwrapping[J]. Appl Opt, 2006, 45(3): 451-459.
- 15 Jonas Kühn, Tristan Colomb, Frédéric Montfort, *et al.*. Real-time dual-wavelength digital holographic microscopy with a single hologram acquisition[J]. Opt Express, 2007, 15(12): 7231-7242.
- 16 D G Abdelsalam, R Magnusson, D Kim. Single-shot, dual-wavelength digital holography based on polarizing separation[J]. Appl Opt, 2011, 50(19): 3360-3368.
- 17 Junwei Min, Baoli Yao, PengGao, *et al.*. Dual-wavelength slightly off-axis digital holographic microscopy[J]. Appl Opt, 2012, 51(2): 191-196.
- 18 MT Rinehart, NT Shaked, NJ Jenness, *et al.*. Simultaneous two-wavelength transmission quantitative phase microscopy with a color camera[J]. Opt Lett, 2010, 35(15): 2612-2614.
- 19 N Warnasooriya, M K Kim. LED-based multi-wavelength phase imaging interference microscopy [J]. Opt Express, 2007, 15(15): 9239-9247.
- 20 D G Abdelsalam, D Kim. Single-shot, Two-wavelength in-line phase-shifting interferometry based on polarizing separation for accurate surface profiling[J]. Appl Opt, 2011, 50(33): 6153-6161.
- 21 Andreas Pförtner, Johannes Schwider. Red-green-blue interferometer for the metrology of discontinuous structures[J]. Appl Opt, 2003, 42(4): 667-673.
- 22 U Paul Kumar, N Krishna Mohan, M P Kothiyal. Red-green-blue wavelength interferometry and TV holography for surface metrology[J]. J Opt, 2011, 40(4): 176-183.

- 23 D Barada, T Kiire, J Sugisaka, et al.. Simultaneous two-wavelength Doppler phase-shifting digital holography[J]. Appl Opt, 2011, 50 (34): H237-H244.
- 24 Wangping Zhang, Xiaoxu Lu, Leihuan Fei, *et al.*. Simultaneous phase-shifting dual-wavelength interferometry based on two-step demodulation algorithm[J]. Opt Lett, 2014, 39(18): 5375-5378.
- 25 J Vargas, J A Quiroga, T Belenguer. Phase-shifting interferometry based on principal component analysis[J]. Opt Lett, 2011, 36(8): 1326-1328.
- 26 J Vargas, J A Quiroga, T Belenguer. Analysis of the principal component algorithm in phase-shifting interferometry[J]. Opt Lett, 2011, 36(12): 2215-2217.
- 27 J Vargas, C O S Sorzano, J C Estrada, *et al.*. Generalization of the principal component analysis algorithm for interferometry[J]. Opt Commun, 2013, 286: 130-134.
- 28 Wangping Zhang, Xiaoxu Lu, Chunshu Luo, *et al.*. Principal component analysis based simultaneous dual-wavelength phase-shifting interferometry[J]. Opt Commun, 2015, 341: 276-283.
- 29 Zhaoyang Wang, Bongtae Han. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms[J]. Opt Lett, 2004, 29(14): 1671-1673.

栏目编辑: 何卓铭