

基于最小二乘法多次拟合逼近求交的反射相位延迟测量

谢 铭¹ 曹国荣¹ 陈映洲¹ 季 颖¹ 徐媛媛² 王亚伟^{1*}

¹江苏大学理学院, 江苏 镇江 212013

²江苏大学机械工程学院, 江苏 镇江 212013

摘要 针对提高反射相位延迟测量速度和精度的应用需求,研发了一种以起偏器-棱镜-检偏器(PPA)为光路结构的测量系统,基于最小二乘法,给出了无需知道初始检偏角可对所采集的光强分布点进行二元线性拟合的方法,进而提出了对不同起偏角情况下所采集的两组光强分布点进行多次拟合、逼近求交得到反射相位延迟量的方法。该方法在反射相位延迟的测量过程中,无需精确设置光学元件的方位角,可利用软件系统完成光强分布点的采集及其计算机数值计算处理,所有的测量操作可控制在15 s内完成,实验结果表明:反射相位延迟测量结果的误差为0.005 rad,重复性为0.0016 rad。

关键词 测量;反射相位延迟;最小二乘法;光强分布;拟合;逼近;精度

中图分类号 O436.3; TN247

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201542.1008002

Measurement for Reflection Phase Retardation Based on Repeated Fitting with Least-Squares Method Followed by Approaching Intersection

Xie Ming¹ Cao Guorong¹ Chen Yingzhou¹ Ji Ying¹ Xu Yuanyuan² Wang Yawei¹

¹Faculty of Science, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China

²School of Mechanical Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang, Jiangsu 212013, China

Abstract In order to satisfy the demand of the measurement for reflection phase retardation with high precision in a short time, a measuring system based on the typical optical structure which is composed of polarizer, prism and analyzer (PPA) is presented. By means of least-squares method, a binary linear analysis is employed to fit the intensity distribution points which are captured without knowing the initial analyzer angle. Then, two sets of intensity distribution points captured under the different conditions of polarizing angle are processed with the methods of repeated fitting and approximation to obtain an intersection, which is just the measured value of reflection phase retardation. In this approach, data collection of the intensity distribution as well as the associated numerical calculation can be performed via software system without setting optical elements' azimuth accurately. Moreover, all of the measuring operations can be completed in 15 s. The experimental results show the error of the measured result of reflection phase retardation is 0.005 rad and the repeatability of which is 0.0016 rad as well.

Key words measurement; reflection phase retardation; least-squares method; intensity distribution; fitting; approximation; precision

OCIS codes 120.4820; 120.5050; 120.5410; 120.5700

收稿日期: 2015-04-13; 收到修改稿日期: 2015-07-20

基金项目: 国家自然科学基金(11374130, 11474134, 11404145)、中国博士后科学基金(2014M561574)、江苏省自然科学基金(BK20141296)、江苏省普通高校研究生科研创新计划项目(KYLX_1017)

作者简介: 谢 铭(1975—),男,硕士,讲师,主要从事光信息科学及其检测技术方面的研究。

E-mail: xieming@ujs.edu.cn

*通信联系人。E-mail: jszjwyw@sina.cn

1 引 言

由描述光在两电介质界面上的反射与折射现象和规律的非涅耳公式可知,当光束从光密介质向光疏介质的界面上发生反射时,光矢的平行分量与垂直分量之间会产生相移,称为反射相位延迟。利用这个现象可以制成单层介质膜或多层介质膜的反射相位延迟器件^[1-2]。反射相位延迟器件具有波片这类相位延迟器件所不具备的功能——可用作光束保偏(或相移)转向器件及光束保偏(或相移)平移器件等^[3]。因此,该类器件在科研与光学工程中有重要的应用和需求。

相位延迟作为相位延迟器件的重要参数,对其进行精确地测量对于高精度相位延迟器件的设计、制造和实际应用都有重要的意义^[4]。相位延迟器件的相位延迟不是恒定的,会随着温度等环境因素的变化而发生改变^[5-6],因此,需要对相位延迟器件的实际相位延迟量进行快速测量。目前,相位延迟的测量方法有很多,如“光强极值法”^[7-10]、“移相法”^[11]、“激光频率分裂法”^[12]、“相位调制法”^[13]、“激光反馈法”^[14]、“双光路比较法”^[15]、相对角度法^[16]等。这些方法在测量原理、测量系统的复杂程度、测量实现的难易度以及测量的精度方面各具优缺点。

以光强极值法为例,该方法测量光路简单、操作简便,是目前应用于反射相位延迟器和波片的相位延迟测量的一个典型方法^[7-10]。该方法一般需要找出光强分布的极大值和极小值,有的还需进一步设置测量系统中某些光学元件的方位角。光强极值法仅仅选择了极大值和极小值,而舍去了大部分光强分布信息,这种方法虽然简单,但在极值点的随机误差较大的情况下会导致相位延迟的测量结果误差较大。另外,光学元件的方位角也是一个重要的误差源,导致相位延迟的测量精度和可靠性较低。

考虑到大多数测量方法的测量速度较慢,为了能够对反射相位延迟进行较高精度的快速测量,本文以起偏器-棱镜-检偏器(PPA)光路结构作为测量光路,提出了一个结构简单的测量系统,基于最小二乘法拟合光强分布点的思想,对两组光强分布点进行多次拟合、逼近求交,最终成功提取到反射相位延迟的测量值。

2 测量系统

2.1 测量系统光路原理

测量光路基于 PPA 光路结构^[7,9],如图 1 所示。光源发出的光束经过起偏器后变成振幅为 A 的线偏振光,该光垂直入射等腰直角三棱镜的一个直角面,在三棱镜斜面的内界面发生反射后,光矢的 p 分量和 s 分量偏振光产生了反射相位延迟(记为 δ),形成椭圆偏振光,并从三棱镜的另一个直角面射出,经过检偏器后,发生了偏振光的干涉现象,其输出光强记为 I 。为方便讨论,建立如图 1 所示的坐标系, y 轴垂直于入射面, x 轴平行于入射面并与光束垂直。

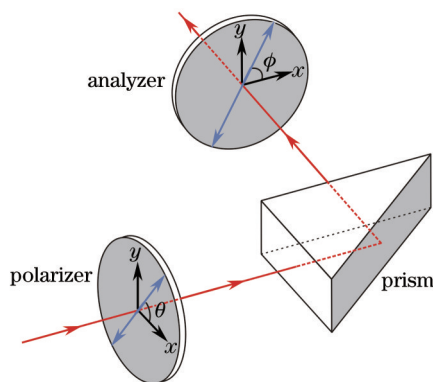


图 1 光路原理图

Fig.1 Schematic diagram of optical path

设起偏器的偏振化方向与 x 轴的夹角为 θ (起偏角),设检偏器的偏振化方向与 x 轴存在一个初始夹角 Φ (初始检偏角),逆时针旋转检偏器一圈(以 φ 作为旋转角度变量),并采集检偏器出射光的光强 I ,则有序数对 (I, φ) 构成一条闭合的光强分布曲线,根据文献[7,9]可得出该曲线的极坐标方程:

$$I = \frac{A^2}{2} [1 + \cos 2\theta \cdot \cos 2(\varphi + \Phi) + \sin 2\theta \cdot \cos \delta \cdot \sin 2(\varphi + \Phi)], \quad \varphi \in [0, 2\pi]. \quad (1)$$

由(1)式可知曲线大小由 A 决定,形状由 θ 、 δ 共同决定。在 A 、 θ 、 δ 一定时,不同的初始检偏角条件下采集到的光强分布曲线大小、形状相同,并且具有如下旋转特性:

- 1) 在初始检偏角未知条件下采集到一条光强分布曲线,该曲线以极点为中心旋转一定角度后等效于将当前检偏器反方向旋转了同样角度后再采集到的光强分布曲线;
- 2) 初始检偏角为 Φ 条件下采集到的光强分布曲线经过逆时针旋转 Φ 角度后,可以等效得到初始检偏角为 0 条件下采集到的光强分布曲线。

2.2 测量系统组成

测量系统由 ZPS-I 实验仪、He-Ne 激光器、PPA 光路、硅光电池探测器以及计算机(软件系统)组成,如图 2 所示。

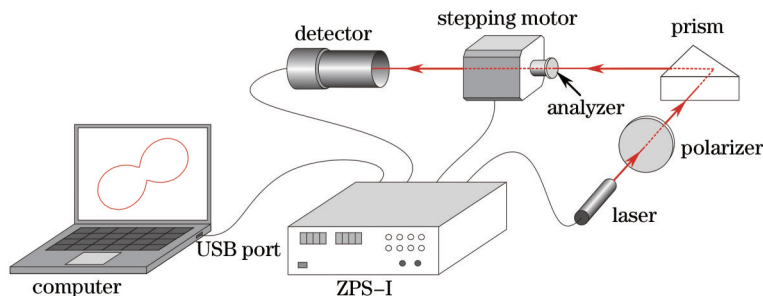


图 2 测量系统组成示意图

Fig.2 Composition diagram of the measurement system

ZPS-I 是本文团队自主研发的一款多用途的智能式偏振光实验仪。该实验仪以 C8051F340 单片机为核心,集测量控制、数据采集、数据通讯为一体。在图 2 中,ZPS-I 所起的作用为:1) 为 He-Ne 激光器提供电源;2) 产生步进电机所需要的驱动脉冲和控制脉冲,对步进电机进行运转控制(正转、反转、快速、慢速等);3) 采集来自于光电探测器的光电信号,并经 A/D 转换模块变换成数字量;4) 将采集到的光电信号数字量通过 USB 接口传送给计算机进行分析处理。

PPA 光路中:作为起偏器的偏振片置于格值为 2° 的度盘中。棱镜即为待测反射相位延迟器件样品,为了便于比较和评估反射相位延迟的测量结果,本文同样选择文献[7,9]所采用的 ZF-7 光学玻璃等腰直角三棱镜,并且调节光路使激光在棱镜斜面上的入射角为 45° 。检偏器安装在二相混合式步进电机的空心转轴上,检偏器初始检偏角可以是任意的,不需要预先标定。

反射相位延迟的测量主要通过编制的软件系统来实现,主要包括:1) ZPS-I 实验仪操作界面和驱动程序。用户可以通过该界面设置实验参数,经由 ZPS-I 实验仪控制步进电机,采集、存储并实时的显示光强分布点;2) 光强分布点处理程序。将对两组光强分布点进行多次拟合以及逼近求交的一系列数值计算编制成一个完整的处理程序,返回反射相位延迟的测量结果。

整个测量系统结构简单,造价低廉,易于布置调试;测量过程人为干预少,自动化程度较高,便于快速测量反射相位延迟。

3 测量方法及测量应用

3.1 基于最小二乘法拟合光强分布点

(1)式是一个一元非线性方程,将其写成如下形式:

$$I = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2}(\cos 2\Phi \cdot \cos 2\theta + \sin 2\Phi \cdot \sin 2\theta \cdot \cos \delta)\cos 2\varphi + \frac{A^2}{2}(-\sin 2\Phi \cdot \cos 2\theta + \cos 2\Phi \cdot \sin 2\theta \cdot \cos \delta)\sin 2\varphi, \quad (2)$$

令

$$\begin{cases} \cos 2\Phi \cdot \cos 2\theta + \sin 2\Phi \cdot \sin 2\theta \cdot \cos \delta = \cos 2\theta' \\ -\sin 2\Phi \cdot \cos 2\theta + \cos 2\Phi \cdot \sin 2\theta \cdot \cos \delta = \sin 2\theta' \cdot \cos \delta' \end{cases} \quad (3)$$

则(2)式变为

$$I = \frac{A^2}{2} + \frac{A^2}{2}\cos 2\theta' \cdot \cos 2\varphi + \frac{A^2}{2}\sin 2\theta' \cdot \cos \delta' \cdot \sin 2\varphi, \quad (4)$$

令

$$\frac{A^2}{2} = a_0, \quad \frac{A^2}{2} \cos 2\theta' = a_1, \quad \frac{A^2}{2} \sin 2\theta' \cdot \cos \delta' = a_2, \quad (5)$$

$$\cos 2\varphi = x_1, \quad \sin 2\varphi = x_2, \quad (6)$$

则(4)式变为

$$I = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2. \quad (7)$$

至此,(1)式转化为一个二元线性方程。

在图2所示的测量系统中,假设初始检偏角 Φ 未知,起偏角 θ 大致设置为某个值,启动步进电机逆时针旋转(顺着光的传播方向看),在旋转过程中,计算机每隔 1.8° 采集一次光强数字量,当步进电机旋转一整圈(360°)时,得到一组光强分布点 (I_i, φ_i) ($i = 1, 2, \dots, 200$; $\varphi_1 = 0, \varphi_2 = 1.8^\circ, \varphi_3 = 3.6^\circ, \dots, \varphi_{200} = 358.2^\circ$)。将 (I_i, φ_i) 按(6)式进行转换得到 (I_i, x_{1i}, x_{2i}) ($i = 1, 2, \dots, 200$)。根据最小二乘法拟合二元线性方程的原理去拟合回归方程(7)式,可以得到系数 a_0 、 a_1 、 a_2 的估计值^[7],代入(5)式可得

$$\begin{cases} \theta' = \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{a_1}{a_0}\right) \\ |\delta'| = \arccos\left(\frac{a_2}{\sqrt{a_0^2 - a_1^2}}\right) \end{cases}. \quad (8)$$

(2)~(8)式表明:在初始检偏角 Φ 未知的情况下,用最小二乘法对一组采集到的(在下文中也可以是经过旋转变换后的)光强分布点按(7)式进行一次拟合,可以得到系数 a_0 、 a_1 、 a_2 的估计值,进而得到一个起偏角 θ' 和一个反射相位延迟 δ' (简称“单组单次”方法)。有关反射相位延迟正负判断问题详见文献[9],本文着重讨论反射相位延迟绝对值的测量,下文出现的反射相位延迟都约定为已取绝对值。

3.2 多次拟合逼近求交方法

为了分析用“单组单次”方法拟合得到的 θ' 和 δ' 与预设的检偏角 θ 和实际的反射相位延迟 δ 的关系,解(3)式可得

$$\begin{cases} \theta' = \frac{1}{2} \arccos(\cos 2\Phi \cdot \cos 2\theta + \sin 2\Phi \cdot \sin 2\theta \cdot \cos \delta) \\ \delta' = \arccos\left(\frac{-\sin 2\Phi \cdot \cos 2\theta + \cos 2\Phi \cdot \sin 2\theta \cdot \cos \delta}{\sin 2\theta'}\right) \end{cases}, \quad (9)$$

(9)式可看作关于 Φ 的周期为 π 的函数, $0 < \theta < 90^\circ, 0 \leq \Phi < 180^\circ$, 可得出以下结论:

1) 当且仅当 $\Phi = 0$ 时,

$$\begin{cases} \theta' = \theta \\ \delta' = \delta \end{cases}. \quad (10)$$

2) 当且仅当 $\Phi = 90^\circ$ 时,

$$\begin{cases} \theta' = \frac{\pi}{2} - \theta \\ \delta' = \pi - \delta \end{cases}. \quad (11)$$

(9)~(11)式说明:对任意初始检偏角 Φ 条件下采集到的光强分布点用“单组单次”方法进行拟合都可以得到一个 θ' 和一个 δ' , 但只有当检偏器的偏振化方向和 x 轴平行时(即 $\Phi = 0$), 拟合得到的 θ' 是预设的检偏角 θ , 拟合得到的 δ' 是实际的反射相位延迟 δ 。因此,理论上可以在初始检偏角 Φ 为 0 时采集一组光强分布点,并用“单组单次”方法对其进行拟合就可以得到 δ , 但这就需要对接偏器进行标定,使检偏器的偏振化方向与 x 轴平行。在实际测量中,由于检偏器安装在步进电机转轴上,其方位角位置是不固定的,每次对反射相位延迟器件样品测量时,都要对接偏器进行标定,这会使反射相位延迟的测量过程变得复杂,无法在短时间内完成测量,而且检偏器的标定误差也会对反射相位延迟的测量结果产生影响。

根据光强分布曲线的旋转特性,可以考虑将初始检偏角为 Φ 条件下采集到的光强分布点逆时针旋转 Φ 角度,等效得到初始检偏角为 0 条件下采集的光强分布点,再用“单组单次”方法对旋转后的光强分布点进行拟合得到反射相位延迟 δ 。另外,由(10)、(11)式还得到一个推论:若 $\theta_1 < \theta_2$, 当 $\Phi = 0$ 时, $\theta'_1 < \theta'_2$; 当 $\Phi = 90^\circ$ 时, $\theta'_1 > \theta'_2$ 。

根据上述分析,提出以“单组单次”方法为基本原理和方法,对两组光强分布点进行多次拟合逼近求得反射相位延迟量的方法(简称“双组多次”方法):以不同的起偏角 θ_1 和 θ_2 ,在相同的初始检偏角 Φ (大小未知)条件下,采集两组光强分布点,以一定的步长同步逆时针旋转两组光强分布点(等效于顺时针旋转检偏器),并且对旋转后的两组光强分布点进行“单组单次”拟合,经过多次同步旋转和拟合后,生成两条 δ' 曲线和两条 θ' 曲线,以逼近的手段得到 δ' 曲线的两个交点,通过比较两个交点在两条 θ' 曲线中相应位置处的 θ'_1 和 θ'_2 的大小,来判断哪一个交点是反射相位延迟的测量值 δ 。

3.3 测量应用

利用测量系统进行反射相位延迟的测量流程如图3所示。

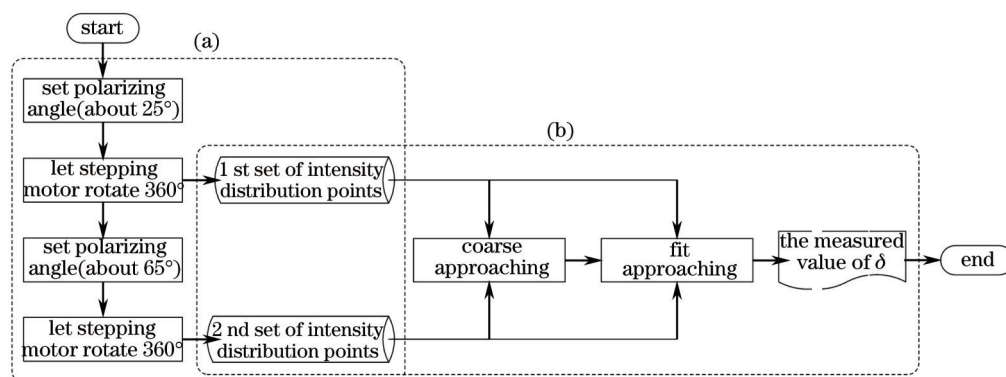


图3 反射相位延迟测量流程框图

Fig.3 Flow chart of measuring reflection phase retardation

首先采集两组光强分布点,如图3(a)所示。虽然本文方法不需要对起偏角进行精确设置,但为了能使测量结果与光强极值法进行对比,在此还是调节起偏器度盘使其为 25° (表示为 θ_1),然后启动步进电机逆时针(顺着光的传播方向看)旋转检偏器一整圈,采集到200个光强分布点,表示为 $(I_{1i}, \varphi_i)(i=1,2,\dots,200)$,作为第一组光强分布点;紧接着调节起偏器度盘使其为 65° (表示为 θ_2),然后启动步进电机从刚才第一圈结束的位置再旋转一整圈,得到第二组光强分布点,表示为 $(I_{2i}, \varphi_i)(i=1,2,\dots,200)$ 。

实验中,设置单片机输出的驱动脉冲频率为 50 s^{-1} ,步进电机每旋转一步 (1.8°) ,单片机采集一次光电信号,旋转一整圈 (360°) 需要200个脉冲,所以步进电机旋转一整圈耗时约4 s,另外手动调节一次起偏器耗时约2 s,所以采集两组光强分布点(旋转步进电机两圈、手动调节起偏器两次),再加上软件界面操作时间,整个采集过程可以控制在14 s内。

然后对采集到的两组光强分布点进行多次拟合逼近求交,如图3(b)所示。

先进行粗逼近求交。对 (I_{1i}, φ_i) 用“单组单次”方法进行拟合,得到第一对 $(\delta'_{10}, \theta'_{10})$,然后将 (I_{1i}, φ_i) 逆时针整体旋转 1° (即 I_{1i} 不变, $\varphi_i = \varphi_i + 1^\circ$),生成新的 (I_{1i}, φ_i) ,继续用“单组单次”方法对 (I_{1i}, φ_i) 进行拟合,得到第二对 $(\delta'_{11}, \theta'_{11})$, ..., 如此重复旋转和拟合180次后,共得到181对结果,表示为 $(\delta'_{1j}, \theta'_{1j})(j=0,1,\dots,180)$ 。对 (I_{2i}, φ_i) 也采用上述方法,得到 $(\delta'_{2j}, \theta'_{2j})(j=0,1,\dots,180)$ 。由 $(\delta'_{1j}, \theta'_{1j})$ 和 $(\delta'_{2j}, \theta'_{2j})$ 可以得到随光强分布点旋转角度变化的两条 δ' 曲线和两条 θ' 曲线,如图4所示。在图4(a)中,可以大致得到两个粗交点,分别在 72° 和 162° 处。由图4(b)可知, 162° 处的 $\theta'_1 < \theta'_2$,满足 $\theta_1 < \theta_2$ 的预设条件,该粗交点保留下来,进一步进行细逼近;而 72° 处的 $\theta'_1 > \theta'_2$,不满足 $\theta_1 < \theta_2$ 的预设条件,该粗交点被排除掉。

在 162° 处的粗交点附近进一步进行细逼近,其过程和粗逼近类似,区别在于细逼近是在粗交点左右 1° 的范围内 $161^\circ \sim 163^\circ$,以 0.01° 为步长对光强分布点进行细微旋转和拟合。如图5所示,通过细逼近,在 162.15° 处所对应的 δ'_1 和 δ'_2 的值分别为1.10966 rad和1.10958 rad,两者最为接近,可认为交点已找到,取其平均值为1.1096 rad。即将实验采集的原始两组光强分布点都逆时针旋转 162.15° ,再分别进行拟合得到的 δ'_1 和 δ'_2 非常接近1.1096 rad(可看作相等),而只有当检偏器偏振化方向和x轴平行时才能使 $\delta'_1 = \delta'_2 = \delta$ 且满足 $\theta'_1 < \theta'_2$,所以1.1096 rad即为 δ 的测量值(记为 δ_m)。另外由于旋转光强分布点等效于反方向旋转检偏器同样的角度,可以推断,检偏器实际的初始检偏角 Φ 为 162.15° ,如果将检偏器顺时针旋转 162.15° ,其偏振化方向与x轴平行。

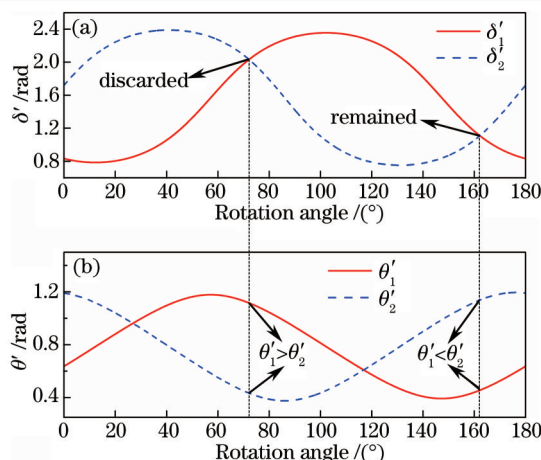


图4 以1°为步长经过多次拟合生成的两条 δ' 曲线和两条 θ' 曲线。(a) 在 δ' 曲线中通过粗逼近得到两个交点；
(b) 借助 θ' 曲线排除掉其中一个交点

Fig.4 Two δ' curves and two θ' curves generated by repeated fitting with the step of 1°. (a) Two intersections are found in δ' curves by coarse approaching; (b) one of the intersections is discarded with the help of θ' curves

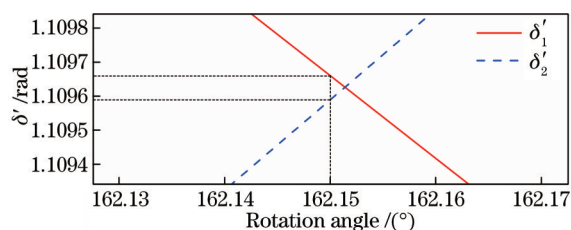


图5 δ' 曲线中细逼近得到反射相位延迟的测量值

Fig.5 Measured value of reflection phase retardation is found in δ' curves by fine approaching

以上对两组光强分布点进行粗逼近求交和细逼近求交的过程可以编制成一个完整的数值计算处理程序,在一台普通配置的计算机中运行该程序,可在瞬间(1 s内)得到反射相位延迟的测量结果。

4 测量结果分析

由(3)式和(5)式可得

$$\delta = \arccos \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 - a_1^2 \cos^2 2\Phi + 2a_1 a_2 \cos 2\Phi \sin 2\Phi - a_2^2 \sin^2 2\Phi}{a_0^2 - a_1^2 \cos^2 2\Phi + 2a_1 a_2 \cos 2\Phi \sin 2\Phi - a_2^2 \sin^2 2\Phi}}, \quad (12)$$

由(12)式可知,只要知晓初始检偏角 Φ 以及相应的用“单组单次”方法得到的 a_0 、 a_1 、 a_2 , 就可以求出反射相位延迟 δ 。所以本文测得反射相位延迟方法的本质是:在不知晓 Φ 的情况下,通过“双组多次”方法,得到 Φ 为0时用“单组单次”方法拟合生成的 a_0 、 a_1 、 a_2 , 这样就可以和 $\Phi=0$ 一起代入(12)式得到 δ 。

由(12)式,得到反射相位延迟测量结果的总误差为

$$\Delta_\delta = \sqrt{\left(\frac{\partial \delta}{\partial \Phi}\right)^2 \Delta_\Phi^2 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial a_0}\right)^2 \Delta_{a_0}^2 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial a_1}\right)^2 \Delta_{a_1}^2 + \left(\frac{\partial \delta}{\partial a_2}\right)^2 \Delta_{a_2}^2}, \quad (13)$$

式中 Δ_Φ 是初始检偏角的误差,其大小与步进电机的步距角精度有关。“双组多次”方法所需的两组光强分布点是由安装在步进电机转轴上的检偏器先后旋转一整圈得到的。若两次旋转检偏器都能从同一个位置开始,则 Δ_Φ 为0。在本文的测量系统中,采用的是二相混合式步进电机^[18]并以整步方式工作,基本步距角为每步 1.8°,步距角精度为 5%。步进电机的内部构造和驱动原理决定了其不存在步距角累积误差,即在旋转过程中不会将当前一步的误差积累到下一步,因此在不失步的前提下步进电机具有较好的位置精度和运动的重复性。为了测试步进电机是否存在失步现象,连续两次旋转步进电机一整圈,得到两组光强分布点,如图6所示。从局部放大图可以看出两组光强分布点(分别用圆圈和方块表示)重合性很好,没有出现因失步产生的整体偏移。所以,步进电机第一次旋转的起点和第二次旋转的起点的角度差,理论上应在 1.8°的 $\pm 5\%$

内。由于摩擦力和制造精度等原因,实际控制精度略低,因此本文取了一个保守值为 $\pm 10\%$,所以 Δ_ϕ 为 $\pm 0.18^\circ$ 。 Δ_{a_0} 、 Δ_{a_1} 、 Δ_{a_2} 分别为 a_0 、 a_1 、 a_2 的估计值的误差,主要与光电量化过程中的随机误差有关,可根据二元线性回归系数的标准差公式^[17,19]来得到。

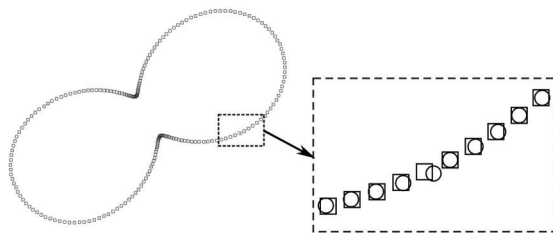


图6 两组光强分布点位置对比

Fig.6 Contrast of two sets of intensity distribution points' positions

将 $\Phi = 0$ 、拟合得到的 a_0 、 a_1 、 a_2 以及 Δ_ϕ 、 Δ_{a_0} 、 Δ_{a_1} 、 Δ_{a_2} 代入(13)式计算得到的 Δ_δ 为0.005 rad,所以反射相位延迟的测量结果最终表示为

$$\delta = \delta_m + \Delta_\delta = (1.110 \pm 0.005) \text{ rad}. \quad (14)$$

由菲涅耳公式算出的 δ 的理论参考值为 63.47° (1.108 rad)^[9],所以本文 δ 的测量结果是符合理论预期的。

为了对比本文方法和光强极值法,在同样条件下,轮流设置 θ 为 25° 和 65° ,连续采集了10组光强分布点,分别用光强极值法^[7,9]和本文方法对这10组数据进行处理,对比结果如表1所示,表中“光强极值法”中的 δ 由下式^[7,9]计算得出:

$$\delta = \arcsin \frac{1 - V^2}{\sin^2 2\theta}, \quad (15)$$

式中 $V = (I_{\max} - I_{\min}) / (I_{\max} + I_{\min})$, I_{\max} 和 I_{\min} 为一组光强分布点中的最大值和最小值。

表1 光强极值法和本文方法的对比

Table 1 Contrast between extreme points of intensity distribution method and the method proposed in this paper

Data No.	Extreme points of intensity distribution method				Method proposed	
	$\theta / (^\circ)$	I_{\max}	I_{\min}	δ / rad	$\theta / (^\circ)$	δ / rad
1	25	881	147	1.153	26.08	1.1096
2	65	897	137	1.087	65.16	
3	25	891	138	1.097	25.11	1.1059
4	65	891	139	1.102	64.91	
5	25	887	137	1.095	24.95	1.1094
6	65	895	137	1.088	65.19	
7	25	887	136	1.090	25.07	1.1068
8	65	890	138	1.098	64.94	
9	25	891	138	1.097	25.04	1.1080
10	65	894	140	1.105	65.17	

用贝塞尔(Bessel)标准差公式分别计算两种方法得到的 δ 测量结果的重复性^[20],光强极值法 δ 测量结果的重复性为0.019 rad,本文 δ 测量结果的重复性为0.0016 rad,说明本文方法的 δ 单次测得值对算术平均值的分散度小,测量的可靠性高。以表中第1组对比结果为例,对于同样的光强分布点,用光强极值法得到 δ 的值为1.153,残差较大,这是因为实验者意图将起偏角 θ 设置为 25° ,但在手动调节起偏器度盘时发生了较大的误差,用(15)式来计算 δ 时,代入的 θ 依然是 25° ;而用本文方法拟合得到的 θ 为 26.08° ,也佐证了实际设置的 θ 值离 25° 偏差较大。因此,光强极值法的测量精度,在很大程度上受制于起偏角设置的精确程度,而本文方法的测量精度与起偏角的设置误差无关。

5 结 论

将最小二乘法拟合引入反射相位延迟的测量,充分利用了光强分布点的整体信息,从而弱化了单个分布点的光电量化随机误差对测量结果的影响,避免了光强极值法用随机误差较大的个别光强极值点来决定测量结果的弊端。基于最小二乘法的“单组单次”方法对光强分布点进行二元线性拟合的相关系数^[17]达到0.9999,说明测量系统所采集的光强分布点与理论上的光强分布规律高度相关。在“单组单次”方法基础上的“双组多次”方法,则主要解决了在初始检偏角不知晓的情况下也能得到初始检偏角为0时的“单组单次”拟合的结果,即反射相位延迟的测量值。

本文提出的测量系统结构简单,操作方便,在测量过程中无需精确设置起偏角,无需标定检偏器,整个测量过程从采集两组光强分布点到运行数值计算处理程序得到测量结果,可以控制在15 s内完成,从而可以对反射相位延迟器件样品进行快速测量。相比光强极值法,本文测量方法的误差源少,并且测量方法的可靠性和重复性更好,如果给步进电机配上细分驱动器,提高步距角精度,则测量精度还有进一步提升的空间。此外,由于波片的相位延迟和反射相位延迟在原理上存在相通之处,因此,本文的测量系统以及“对两组光强分布点进行多次拟合逼近求得反射相位延迟”方法也为波片相位延迟的高精度快速测量提供了一个新的思路。

参 考 文 献

- 1 Spiller E. Totally reflecting thin-film phase retarders[J]. *Appl Opt*, 1984, 3(20): 3444-3549.
- 2 Abeles F, Baumeister P. Multilayer reflectors with minimal dispersion of differential phase shift upon reflection[J]. *Opt Commun*, 1992, 93(1-2): 1-3.
- 3 Wang Zhengping, Ruan Shunling, Sun Weimin, *et al.*. Reflecting prism-retarders with a single medium layer[J]. *Acta Photonica Sinica*, 1997, 26(6): 555-560.
王政平, 阮顺龄, 孙伟民, 等. 单层介质膜反射棱镜式光学相位延迟器件研究[J]. *光子学报*, 1997, 26(6): 555-560.
- 4 Zhang Peng, Tan Yidong, Liu Weixin, *et al.*. Methods for optical phase retardation measurement: a review[J]. *Science China Technological Sciences*, 2013, 56(5): 1155-1164.
- 5 Wang Xiaoxiao, Wang Ye, Li Chuansheng, *et al.*. Measurement method and experimental research of the temperature dependence of the phase delay of quarter-wave plates[J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(12): 1205004.
王夏霄, 王 野, 李传生, 等. 光纤 1/4 波片相位延迟温度特性测量方法及实验研究[J]. *中国激光*, 2013, 40(12): 1205004.
- 6 Xu Canhua, Xu Qifeng, Xie Nan. Using crystal wedge to measure temperature dependence of quartz wave plates' phase retardation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(2): 0212004.
许灿华, 徐启峰, 谢 楠. 用晶体斜劈方法测量石英波片相位延迟的温度特性[J]. *光学学报*, 2014, 34(2): 0212004.
- 7 Li Qingbo, Wang Zhengping, Sun Weimin, *et al.*. Novel method for measuring reflection-induced retardance employing polarizers and its theoretical analysis[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2002, 23(3): 59-62.
李庆波, 王政平, 孙伟民, 等. 用偏振片测量反射相移的方法及其理论分析[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2002, 23(3): 59-62.
- 8 Wang Zhengping, Li Qingbo, Tan Qiao, *et al.*. Method of measuring practical retardance value and judging the fast or slow axis of quarter-wave plate[J]. *Chinese J Lasers*, 2005, 32(4): 523-528.
王政平, 李庆波, 谭 巧, 等. 测量 $\lambda/4$ 波片实际相移量并判定快慢轴的方法[J]. *中国激光*, 2005, 32(4): 523-528.
- 9 Cao Guorong, Zhang Jiuru, Pan Bo, *et al.*. A novel means to measure the reflecting phase shifting[J]. *Laser Journal*, 2008, 29(6): 38-39.
曹国荣, 张九如, 潘 波, 等. 光波反射相移测量的新方法[J]. *激光杂志*, 2008, 29(6): 38-39.
- 10 Cao Guorong, Pan Bo, Wang Zhengling. Measuring of phase retardation and calibration of fast axis of wave plates[J]. *Laser Journal*, 2012, 33(4): 20-21.
曹国荣, 潘 波, 王正岭. 波片相位延迟量的测量与快轴的标定[J]. *激光杂志*, 2012, 33(4): 20-21.
- 11 Yan Ming, Gao Zhishan. Phase shifting method for measuring the phase retardation of wave plates[J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2005, 15(2): 183-187.
严 明, 高志山. 移相法测量波片的相位延迟量[J]. *光电子·激光*, 2005, 15(2): 183-187.
- 12 Liu Weixin, Liu Ming, Zhang Shulian. Method for the measurement of phase retardation of any wave plate with high precision[J]. *Appl Opt*, 2008, 47(30): 5562-5569.
- 13 Li Fanyue, Han Jie, Zeng Aijun, *et al.*. Method for measuring retardation by swinging quarter-wave plate with phase modulator[J].

- Chinese J Lasers, 2011, 38(2): 0208003.
李凡月, 韩 杰, 曾爱军, 等. 基于相位调制和样品摆动的 1/4 波片相位延迟量测量方法[J]. 中国激光, 2011, 38(2): 0208003.
- 14 Chen Wenxue, Li Haohao, Zhang Shulian, *et al.*. Measurement of phase retardation of waveplate online based on laser feedback[J]. Rev Sci Instrum, 2012, 83(1): 013101.
- 15 Wang Wei, Chen Jianzhong. Simple method for simultaneous determination of the phase retardation and fast axis of a wave plate[J]. Optik, 2013, 124(20): 4359–4363.
- 16 Gu Yaohui, Zhang Yan, Jiao Xiang, *et al.*. Measurement for retardation of wave using the relative angle method[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(9): 0908002.
谷耀辉, 张 燕, 焦 翔, 等. 相对角度法测量波片相位延迟量[J]. 中国激光, 2013, 40(9): 0908002.
- 17 Zhang Xiong, Wang Lizhi, Ma Li, *et al.*. Physics Experiment Design and Research[M]. Beijing: Science Press, 2001: 73–89.
张 雄, 王黎智, 马 力, 等. 物理实验设计与研究[M]. 北京: 科学出版社, 2001: 73–89.
- 18 JB/T 7803–2007. Instrument Employed Step Motor[S]. Beijing: China Standard Press, 2007.
JB/T 7803–2007. 仪用步进电动机[S]. 北京: 中国标准出版社, 2007.
- 19 Feng Xiaojuan. Method for estimating uncertainties about two-variable linear regression[J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology, 2000, 32(3): 304–306.
冯小娟. 二元线性回归的不确定度评定方法[J]. 西安建筑科技大学学报, 2000, 32(3): 304–306.
- 20 JJF 1094–2002. Evaluation of Characteristics of Measuring Instruments[S]. Beijing: China Standard Press, 2002.
JJF 1094–2002. 测量仪器特性评定[S]. 北京: 中国标准出版社, 2002.

栏目编辑: 何卓铭