

采用软性材料支撑时光学谐振腔加速度敏感度的有限元分析

吕莎莎^{1,3} 王 春^{1,3} 沈 辉^{1,3} 李刘锋^{1,2} 陈李生^{1,2,3*}

¹中国科学院武汉物理与数学研究所, 湖北 武汉 430071

²中国科学院原子频标重点实验室, 湖北 武汉 430071

³中国科学院大学, 北京 100049

摘要 在 Pound-Drever-Hall 激光稳频方法中,有限元分析被广泛地用于优化光腔的加速度敏感度。在对腔体支撑进行建模时通常采用两种方式,即直接在腔体表面上取几块小区域进行约束或者使用刚性材料作为支撑。这里将有限元分析应用于更接近实际情况的采用软性材料支撑的腔体。采用软性材料支撑时,腔体受力后会出现较大的整体转动,干扰了腔长变化的计算。为此引入一种旋转坐标系的方法,该方法能够扣除掉腔体的整体转动效应。分析了一种软性材料支撑的长方体腔的加速度敏感度,并将之与直接在腔体表面上取几块小区域进行约束时的结果进行了比较,发现两者存在一定的差异。讨论了采用软性材料支撑时摩擦系数的设定和相应的支撑结构的建模方式。

关键词 光学设计; 激光稳频; 光学谐振腔; 光频率标准; 有限元分析

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201542.0102001

Finite Element Analysis of Acceleration Sensitivity of Optical Cavities Supported by Soft Materials

Lü Shasha^{1,3} Wang Chun^{1,3} Shen Hui^{1,3} Li Liufeng^{1,2} Chen Lisheng^{1,2,3}

¹Wuhan Institute of Physics and Mathematics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China

²Laboratory of Atomic frequency Standards, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China

³University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract Finite element analysis (FEA) is widely used to optimize the acceleration sensitivity of the optical cavities in Pound-Drever-Hall frequency locking method. In this process, mounting structure of the cavity is usually modeled by directly fixing small areas on the cavity or by using some rigid supports. The analysis is extended to more practical situations where the cavity is rest on some soft supporting materials. When subjected to forces, the cavity supported by soft materials exhibits a relatively large global rotation, interfering with the calculation of the length change. A method of coordinate transformation is introduced to deduct the effect caused by the global rotation. With this procedure added, the acceleration sensitivity of a rectangular-bar cavity supported by soft materials is analyzed and the results are in some differences with the results obtained by directly fixing the cavity at the same locations. The choice of the the friction coefficient and the modeling of the supporting structure in the case of using a soft material to support the cavity is also discussed.

Key words optical design; laser frequency stabilization; optical resonator; optical frequency standard; finite element analysis

OCIS codes 140.3425; 140.4780; 140.3410

收稿日期: 2014-05-26; 收到修改稿日期: 2014-07-12

基金项目: 国家自然科学基金(11327407,11235004)、国家973计划(2012CB821303)

作者简介: 吕莎莎(1987—),女,硕士研究生,主要从事激光光学方面的研究。E-mail: L11554110840@163.com

导师简介: 陈李生(1972—),男,研究员,博士生导师,主要从事激光稳频、精密光谱测量等方面的研究。

* 通信联系人。E-mail: lchen@wipm.ac.cn

1 引 言

超稳激光因其良好的相干特性,在科学与工程领域具有重要的应用,如光学频率标准^[1-2]、引力波探测^[3-4]、基础物理定律的检验^[5-9]等。目前获得超稳激光器最有效的方法之一是 Pound-Drever-Hall (PDH) 稳频方法^[10-15],该方法以光学谐振腔的谐振频率作为参考,而其谐振频率是由谐振腔的有效腔长决定的,因此稳频效果受到光学谐振腔的长度稳定性限制。

在激光稳频中,为了保持腔长的稳定,一方面需要为腔提供真空、恒温和低振动的稳定环境^[11,16],另一方面也需要从腔材料^[12,17]、腔的支撑方式^[18]等方面减小其对环境变化的敏感度。就降低振动影响这方面而言,通常需要利用有限元分析软件对腔和物理场进行建模仿真,考察并优化腔长对加速度的敏感程度^[19-26],这是光学谐振腔的设计中不可缺少的步骤。在之前的工作中^[27],建立了腔长变化与腔体形变间的定量关系,并且在相对简单的硬支撑方式下对加速度导致的腔体形变进行了数值计算。

模型的建立是仿真的关键步骤之一。目前用于腔体形变分析常见模型中,所采用的支撑方式主要是在腔体上进行约束,即在腔体被支撑面上选取几点或者几块小区域进行固定,或采用刚性支撑并将其直接与腔体“结合”为一体。而实验中为了更加有效地降低振动的影响,一般是以软性材料垫在腔体下面作为支撑,这种情况下在腔体上约束或采用刚性和融合式支撑的建模方式就有可能在计算腔体的形变时产生不同程度的误差,进而影响到光腔加速度敏感度的分析与优化。

为了进一步验证光学谐振腔加速度敏感度分析的可靠性,在有限元分析的建模环节中以软性材料作为腔体的支撑,并将腔体与软性材料之间的接触方式设置为更接近实际的“无穿透”方式。在此基础上,分析了这种支撑方式下腔长在3个正交方向的加速度敏感度,并将之与直接在腔体上约束的方式的分析结果进行了比较,以帮助判断是否有必要采用软性材料支撑的建模方式。而在模型中采用软性材料作为腔体的支撑时,腔体会发生相对较大的整体转动,这对分析腔长变化带来不便。为此,采用一种旋转坐标系的方法,将腔体的整体转动导致的那部分腔镜的倾斜和相对位移从有限元分析结果中先扣除掉,然后再分析腔长的变化。为了选择最优支撑结构的建模方式,对两种支撑结构下腔的加速度敏感度进行了比较。此外还考察了腔体与软性支撑之间摩擦系数的大小对有限元分析结果的影响。

2 光腔加速度敏感度的分析方法

有限元计算中对腔体进行建模仿真时,通常采用在腔体上约束或刚性支撑的方式,在这种情况下对光腔加速度敏感度的分析,已有详细讨论^[27],下面只进行简单的回顾。

对于光腔加速度敏感度的分析,首先是确立腔长变化与腔体形变间的定量关系。对于两者的关系,在忽略高阶项时,腔长变化可表示为^[27]

$$\frac{\Delta L}{L} = -\frac{\Delta_z}{L} + \frac{1}{1-g_1g_2} \sum_{\beta=X,Y} \left[-(1-g_2) \frac{\Delta_\beta \theta_{\beta 1}}{L} + (1-g_1) \frac{\Delta_\beta \theta_{\beta 2}}{L} - \frac{(1-g_1)(1-g_2)}{2} \left(\frac{\Delta_\beta}{L} \right)^2 + \theta_{\beta 1} \theta_{\beta 2} + \frac{g_2}{2} \theta_{\beta 1}^2 + \frac{g_1}{2} \theta_{\beta 2}^2 \right], \quad (1)$$

式中 $g_i = 1 - L/R_i$ 为光腔的几何因子, R_i 为腔镜 i ($i=1,2$) 的曲率半径, L 为形变前的腔长。 $\Delta_\alpha = \Delta_{\alpha 1} - \Delta_{\alpha 2}$ ($\alpha = X, Y, Z$) 为两腔镜在 X, Y, Z 方向的相对平移量, $\theta_{\beta i}$ ($\beta = X, Y$) 为腔镜 i 在 $\beta - Z$ 平面内的倾斜角。

加工腔体时,加工偏差总是存在的,例如腔体端面与光轴无法严格垂直。腔镜的安装过程也会存在安装偏差,例如腔镜中心在腔体端面上的错位。考虑加工偏差和安装偏差后,(1)式中的所有项可以分为两类,一类是随时间变化的动态项,另一类是不随时间变化的静态项。而加速度敏感度只与动态项有关,所以需要剔除静态项,只考虑动态项的贡献。

先以二维情况为例来研究由振动和偏差共同作用引起的腔体的形变。图1是 $Y-Z$ 平面上腔镜中心的位移的示意图。图中 M_i 代表腔镜 i , O_i 为腔镜 i 中心的初始位置, O'_i 为存在偏差时腔镜 i 中心的位置。腔镜的倾斜量比较容易获得,包含振动引起的倾角 θ'_{vi} 和加工偏差带来的倾角 φ_{vi} , 即

$$\theta_{vi} = \theta'_{vi} + \varphi_{vi}. \quad (2)$$

但是两腔镜的相对平移量的获得相对较复杂。腔镜中心在腔体端面上有一个平移(安装偏差 h_{vi}), 由于

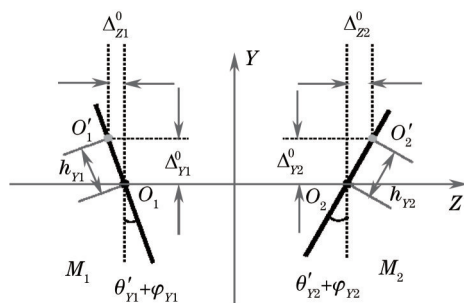


图1 腔镜中心的位移

Fig.1 Translations of the centers of the cavity mirrors

端面是倾斜的(偏差和振动引起的),需要将此平移在 Z, Y 方向的投影(分别为 $\Delta_{z_i}^0$ 和 $\Delta_{y_i}^0$)和振动引入的位移 (Δ'_z 和 Δ'_y)合在一起,最后得到两腔镜总的相对平移量为

$$\begin{cases} \Delta_z = \Delta'_z + \Delta_{z1}^0 - \Delta_{z2}^0 = \Delta'_z - (h_{y1} \sin \theta_{y1} + h_{y2} \sin \theta_{y2}) \\ \Delta_y = \Delta'_y + \Delta_{y1}^0 - \Delta_{y2}^0 = \Delta'_y + h_{y1} \cos \theta_{y1} - h_{y2} \cos \theta_{y2} \end{cases} \quad (3)$$

同理,在三维情况下,两腔镜总的相对平移量和倾斜量可以表示为

$$\begin{cases} \Delta_z = \Delta'_z - \sum_{\beta=x,y} [h_{\beta 1} \sin \theta_{\beta 1} + h_{\beta 2} \sin \theta_{\beta 2}] \\ \Delta_\beta = \Delta'_\beta + h_{\beta 1} \cos \theta_{\beta 1} - h_{\beta 2} \cos \theta_{\beta 2} \\ \theta_{\beta i} = \theta'_{\beta i} + \varphi_{\beta i} \end{cases} \quad (4)$$

将(4)式带入(1)式,一阶项可写为

$$-\Delta_z/L = - \left[\Delta'_z - \sum_{\beta=x,y} (h_{\beta 1} \theta'_{\beta 1} + h_{\beta 1} \varphi_{\beta 1} + h_{\beta 2} \theta'_{\beta 2} + h_{\beta 2} \varphi_{\beta 2}) \right] / L, \quad (5)$$

式中 $h_{\beta i} \varphi_{\beta i} / L$ 为静态项,其他都为动态项。在研究加速度敏感度时不考虑静态项的贡献,应将其舍去。对于二阶项也按照同样的方法进行取舍。那么由(1)式可以得到腔长变化的动态项为

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta L}{L} \right)_{\text{dyn}} = & - \frac{\Delta'_z}{L} + \sum_{\beta=x,y} \left\{ \frac{h_{\beta 1} \theta'_{\beta 1} + h_{\beta 2} \theta'_{\beta 2}}{L} + \frac{1}{1-g_1 g_2} \left[-(1-g_2) \frac{\Delta'_\beta \varphi_{\beta 1} + \Delta h_\beta \theta'_{\beta 1} + \Delta'_\beta \theta'_{\beta 1}}{L} + \right. \right. \\ & (1-g_1) \frac{\Delta'_\beta \varphi_{\beta 2} + \Delta h_\beta \theta'_{\beta 2} + \Delta'_\beta \theta'_{\beta 2}}{L} - \frac{(1-g_1)(1-g_2)}{2} \frac{2\Delta h_\beta \Delta'_\beta + (\Delta'_\beta)^2}{L^2} + \\ & \left. \left. \varphi_{\beta 2} \theta'_{\beta 1} + \theta'_{\beta 1} \varphi_{\beta 2} + \varphi_{\beta 1} \theta'_{\beta 2} + \frac{g_2}{2} (\theta'_{\beta 1})^2 + \frac{g_1}{2} (\theta'_{\beta 2})^2 + \varphi_{\beta 1} g_2 \theta'_{\beta 1} + \varphi_{\beta 2} g_1 \theta'_{\beta 2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

式中只含动态项,可以用来分析考虑加工偏差和安装偏差时光腔的加速度敏感度。具体的方法如下:建立理想的(不考虑加工偏差和安装偏差)光腔模型后,采用有限元分析获得由振动引起的腔体的形变量 Δ'_α 和 $\theta'_{\beta i}$ 。然后将加工偏差($\varphi_{\beta i}$)、安装偏差($h_{\beta i}$)和有限元分析获得的腔体的形变量一起带入(6)式,就可以获得存在加工偏差和安装偏差时光腔的加速度敏感度。这种方法的优点是:当加工偏差和安装偏差改变时,不需要重新对光腔进行建模和有限元分析。

3 软性支撑条件下腔体整体转动的扣除

对于在腔体上约束或刚性支撑情况下光腔的加速度敏感度,可以用第2节^[27]的理论进行分析。而对于采用软性材料支撑时光腔加速度敏感度的分析方法,将结合一个具体的例子来做进一步研究。

采用 SolidWorks Simulation 2011 进行有限元分析。建立的腔体模型及其支撑结构如图2所示。腔体的几何尺寸为 $100 \text{ mm} \times 60 \text{ mm} \times 40 \text{ mm}$,材料为超低膨胀玻璃(ULE),腔的底部两侧各切除掉一部分,如图2(a)所示,切掉部分的高度为 13.8 mm ,宽度为 5 mm 。腔镜的材料也为 ULE,直径为 25.4 mm ,厚度为 7 mm 。其中一个为平面镜,另一个是凹面镜,曲率半径为 500 mm 。模型中采用了三点支撑的方式如图2(c)所示。3个支撑

点中有两点位于腔体一侧,见图 2(b),这两点间距为 D ;另外一点位于腔体另一侧的中间位置。这里需要说明的是,之所以在模型中采用了三点支撑的方式而不是水平腔通常采用的四点支撑,不是因为三点支撑会获得更低的加速度敏感度,而主要是为了便于下一步进行实验验证。多于三点支撑时各受力点不平衡性相对较大,不利于有限元分析结果和实测值之间的比较。

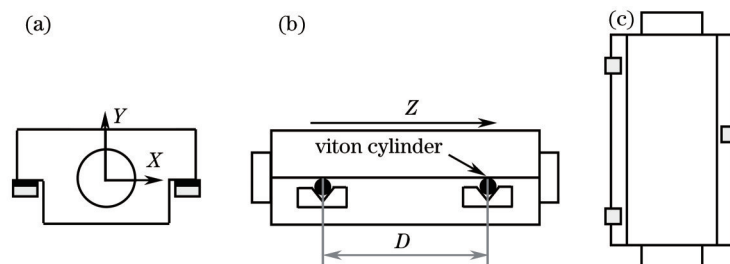


图 2 采用 3 个氟橡胶条支撑的光学谐振腔。(a) 前视图; (b) 左视图; (c) 仰视图

Fig.2 Optical cavity supported by three viton cylinders. (a) Front view; (b) left view; (c) upward view

在每个支撑点的具体设置上,采用了圆柱状氟橡胶条作为支撑材料,其横截面的直径为 2 mm,长度为 5 mm。为防止氟橡胶条的滚动,采用 V 形槽对其进行限位。V 形槽所用材料为 1060 铝合金,底部尺寸为 5 mm×5 mm,高度为 2.5 mm。氟橡胶与腔体和 V 形槽之间的接触类型设置为“无穿透”,摩擦系数为 0.3,其他部分之间的接触类型为“结合”。3 个 V 形槽的底面都被固定。模型的整体网格尺寸设为 2.8 mm,同时对网格划分做了进一步细化,氟橡胶及其与腔体和 V 形槽接触面的网格尺寸都设为 0.2 mm(两者的网格尺寸不一样时会带来较大的误差),V 形槽的网格尺寸设为 0.5 mm。

模型确定之后,主要采用静态分析。求 $-Y$ 方向的腔长变化时,只需要在 $-Y$ 方向施加 $1g(g=9.8\text{ m/s}^2)$ 的重力。而求 $X(Z)$ 方向的腔长变化时,如果直接沿 $X(Z)$ 方向加载,则腔体无法处于受力平衡状态。为解决这一问题,采取的方法是先在 $-Y$ 方向施加 $1g$ 的重力,然后同时在 $-Y$ 方向和 $X(Z)$ 方向分别施加 $1g$ 和 $0.1g$ 的重力,将这两次形变各自产生的腔长变化相减,最后再归一化为 $1g$ 重力产生的腔长变化。由于支撑与腔体和 V 形槽之间的接触方式为“无穿透”,且考虑摩擦,因而计算相对比较耗时。有限元分析后发现两个腔镜倾斜较大,且都朝同一方向,大小几乎一致。例如当 $D=48\text{ mm}$ 时,在 $-Y$ 方向施加力,两腔镜在 3 个方向的相对平移 Δ_i 和腔镜 i 在 $\beta-Z$ 平面内倾角 $\theta_{\beta i}$ 见表 1。两腔镜在 $Y-Z$ 平面内的倾斜方向一致,且大小与腔体在这个面内的转动角度 $|\Delta_z/L|$ 相当,都是 10^{-6} 的量级^[27];在 $X-Z$ 平面内有类似的现象。这些数值分析的结果表明腔体发生了较大的整体转动。这种情况下(1)式和(6)式中二阶项与一阶项的数量级相当,此时采用这些公式的近似条件已不再成立。

表 1 扣除腔体整体转动效应前后腔镜的倾斜量和相对位移量^a

Table 1 Tilting angles and relative displacements of the cavity mirrors before and after deducting the effect caused by the global rotation of the cavity

Δ_z / Δ_z (mm/g)	Δ_y / Δ_y (mm/g)	Δ_x / Δ_x (mm/g)	$\theta_{y1} / \theta_{y1}$ (rad/g)	$\theta_{z2} / \theta_{z2}$ (rad/g)	$\theta_{x1} / \theta_{x1}$ (rad/g)	$\theta_{x2} / \theta_{x2}$ (rad/g)
4.17×10^{-8}	-5.55×10^{-4}	-3.02×10^{-4}	5.59×10^{-6}	-5.51×10^{-6}	3.02×10^{-6}	-3.02×10^{-6}
$/3.97 \times 10^{-8}$	$/-2.23 \times 10^{-13}$	$/-1.25 \times 10^{-13}$	$/4.00 \times 10^{-8}$	$/4.75 \times 10^{-8}$	$/-3.57 \times 10^{-9}$	$/5.02 \times 10^{-9}$

^a在腔体上施加一沿 $-Y$ 方向的重力

由于腔的整体转动对腔长变化没有任何影响,可对有限元计算结果进行预处理,恢复近似条件的有效性。为此采用了一种旋转坐标系的方法来扣除腔的整体转动所带来的腔镜的倾斜和相对位移。这里需要引入一个转动矩阵 O ,

$$O = \begin{bmatrix} \cos \theta_x & 0 & -\sin \theta_x \\ \sin \theta_y \sin \theta_x & \cos \theta_y & \sin \theta_y \cos \theta_x \\ \cos \theta_y \sin \theta_x & -\sin \theta_y & \cos \theta_y \cos \theta_x \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中 θ_x 是坐标系在 $X-Z$ 平面内转动的角度, θ_y 是坐标系在 $Y-Z$ 平面内转动的角度。原坐标系中任意一

点的位置坐标 (X, Y, Z) 在旋转矩阵 \mathbf{O} 作用后, 得到其在新坐标系下的坐标 $(\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z})$ 为

$$\begin{bmatrix} \tilde{X} \\ \tilde{Y} \\ \tilde{Z} \end{bmatrix} = \mathbf{O} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}, \quad (8)$$

由于 $\mathbf{O}^T \mathbf{O} = \mathbf{I}$, 易证:

$$(\tilde{X}_2 - \tilde{X}_1)^2 + (\tilde{Y}_2 - \tilde{Y}_1)^2 + (\tilde{Z}_2 - \tilde{Z}_1)^2 = (X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2, \quad (9)$$

即旋转坐标系前后任意两点之间的距离不变, 当然腔长也不会改变。

首先要确定转动矩阵的参数, 如果令坐标系在 $\beta-Z$ 平面内转动的角度等于在此平面内腔整体转动的角度, 即 $\theta_x = -\Delta_x/L$, $\theta_y = \Delta_y/L$, 则在坐标系变换后, 就能得到纯粹的腔体形变信息。

然后由(8)式, 可得到新的坐标系下两腔镜在3个方向的相对平移为

$$\begin{cases} \Delta_{\tilde{x}} = \Delta_x \cos \theta_x + (L - \Delta_z) \sin \theta_x \\ \Delta_{\tilde{y}} = \Delta_x \sin \theta_y \sin \theta_x + \Delta_y \cos \theta_y - (L - \Delta_z) \sin \theta_y \cos \theta_x \\ \Delta_{\tilde{z}} = \Delta_x \cos \theta_y \sin \theta_x - \Delta_y \sin \theta_y - (L - \Delta_z) \cos \theta_y \cos \theta_x + L \end{cases}, \quad (10)$$

腔镜 i 在 $\tilde{\beta}-\tilde{Z}$ 平面内倾斜角度 $\theta_{\tilde{\beta}i}$ 为

$$\begin{cases} \theta_{\tilde{y}i} = \arcsin\{(-1)^{i-1} \sin \theta_y \cos \theta_{y_i} \cos[\theta_{x_i} + (-1)^i \theta_x] + \cos \theta_y \sin \theta_{y_i}\} \\ \theta_{\tilde{x}i} = \arcsin\{\cos \theta_{y_i} \sin[\theta_{x_i} + (-1)^i \theta_x] / \cos \theta_{y_i}\} \end{cases}. \quad (11)$$

扣除腔体整体转动效应后得到腔镜的倾斜和相对位移就可直接代入(1)式, 得到腔长的变化。当 $D=48$ mm, 加速度沿 $-Y$ 方向时, 由 Δ_x 和 Δ_y 的值确定旋转矩阵 \mathbf{O} 的参数为 $\theta_x = 3.02 \times 10^{-6}$ rad, $\theta_y = -5.55 \times 10^{-6}$ rad。然后将 θ_x , θ_y , Δ_x 和 $\theta_{\tilde{\beta}i}$ 带入(10)和(11)式求得新坐标系下两腔镜的倾斜 $\theta_{\tilde{\beta}i}$ 和相对平移 $\Delta_{\tilde{\alpha}}$, 具体值同样列在表1中。用(1)式计算腔长相对变化, 通过数量级的比较, 发现此时 $\Delta L/L \approx -\Delta_z/L = -3.97 \times 10^{-10}/g$ 。

如果考虑偏差, 可以将加工偏差 ($\varphi_{\beta i}$)、安装偏差 ($h_{\beta i}$) 和扣除腔体整体转动效应后得到的腔体的形变量一起带入(6)式, 就可以获得存在加工偏差和安装偏差时光腔的加速度敏感度。需要说明的是下面第4节和第5节中讨论的加速度敏感度是没有考虑加工偏差和安装偏差的结果。

4 在腔体上约束与采用软支撑的加速度敏感度的比较

在图2所示的模型中, 改变参数 D , 每一种 D 值条件下, 对腔体分别施加相应的重力。由有限元分析获得腔体的形变后, 利用旋转坐标系的方法将腔体的整体转动造成的腔镜的倾斜和相对位移扣除掉, 进而得到相应方向上的加速度敏感度, 如图3中实心点所示。计算在腔体上约束这种支撑方式下腔的加速度敏感度时, 需将图2模型中的氟橡胶条和V形槽去掉, 在腔体上原与氟橡胶条接触的3个位置各取一块 $4 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ 区域进行固定。在设置约束条件时, 需要根据实际情况对这些区域在某些方向的位移进行约束。这些区域在互相垂直的3个方向上的位移都被限制为零。这种支撑方式下, 也考察了不同 D 值时腔在3个正交方向的加速度敏感度, 如图3中空心圆圈所示。

图3(a)是两种支撑方式下 X 方向的加速度敏感度, 除个别点外相差不大。图3(b)是两种支撑方式下 $-Y$ 方向的加速度敏感度, 虽然量级一致, 但是还是有一定的差距。在腔体上约束时, 加速度敏感度主要在 $1 \times 10^{-10}/g$ 左右; 而采用软性支撑时, 加速度敏感度在 $-4 \times 10^{-10}/g$ 左右, 这两种支撑方式下 $-Y$ 方向的加速度敏感度对 D 的变化都不是很敏感。图3(c)是两种支撑方式下 Z 方向的加速度敏感度, 相差很大。采用软性材料支撑时, 加速度敏感度在 $10^{-8} \sim 10^{-7}/g$ 量级; 在腔体上约束时, 加速度敏感度在 $10^{-11}/g$ 量级。 Z 方向的加速度敏感度的差异是3个方向中最大的。由这个具体的例子可以看出在腔体上约束的支撑方式与采用软性材料作为支撑的方式, 两者得到的加速度敏感度确实可能存在较大的差异。如果实际中腔体的支撑是软性材料, 那么为了提高有限元分析结果的可靠性, 在建模中就有必要采用软性材料作为支撑。

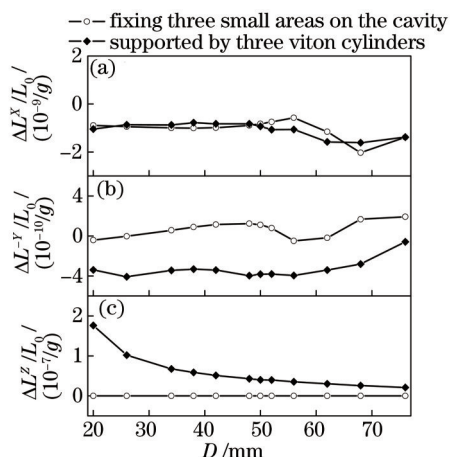


图3 采用软性材料支撑和直接在腔体上约束两种方式的加速度敏感度。重力沿(a) X; (b) -Y; (c) Z方向
 Fig.3 Acceleration sensitivities of the cavity under two status of soft material supporting and local areas bounded.
 The force of gravity is along (a) X, (b) -Y, (c) Z directions

5 接触面摩擦系数及支撑结构对分析结果的影响

图4(a1)、(b1)、(c1)是图2模型中两种摩擦系数(0.5和0.3)下在3个方向的加速度敏感度的有限元分析结果。两种摩擦系数对应的加速度敏感度在-Y方向和X方向基本一致,Z方向有很小的差距,而且每个方向上曲线的变化规律都基本一致。也就是说摩擦系数设定为0.3和0.5的区别不大。

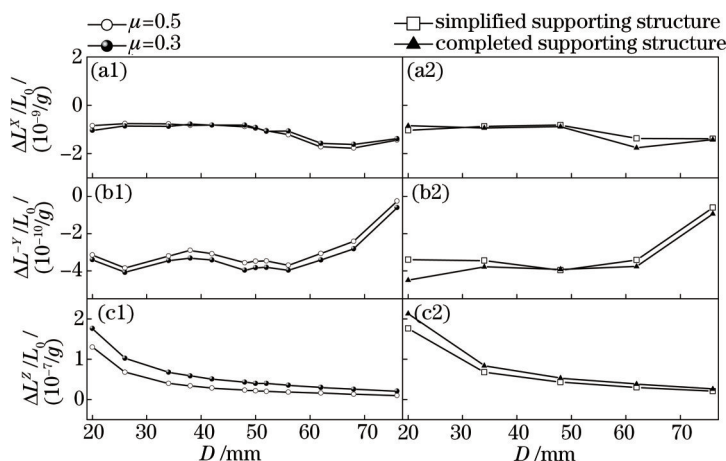


图4 不同摩擦系数及对腔支撑结构不同建模方式下的加速度敏感度。重力沿(a1)和(a2) X; (b1)和(b2) -Y; (c1)和(c2) Z方向
 Fig.4 Acceleration sensitivities of different friction coefficients and different models about the mounting configurations of the cavity.

The force of gravity is along (a1) and (a2) X, (b1) and (b2) -Y, and (c1) and (c2) Z directions

图4(a2)、(b2)和(c2)是对支撑结构的不同建模方式下得到的有限元分析结果。空心正方形对应的是图2中的模型,使用的是3个V形槽固定氟橡胶条;实心三角形对应的是图5中的模型,就是将图2中的3个V形槽去掉换上一个304不锈钢U形支架(长度为132 mm,宽度为65 mm,高度为19.8 mm,底板厚度为6 mm)。3个V形槽是对U形支架的一种简化。比较支撑结构的这两种建模方式,除D=20 mm对应的点外,其他的加速度敏感度相差都不大。两种模型不同的只是固定软性支撑(氟橡胶条)的部件,说明对腔体的形变起决定作用的是与腔体直接接触的软性支撑。虽然实验中将要采用的是U形支架,但是它结构相对较复杂(在某些应用中支撑的整体结构更加复杂)。在同等的计算机软、硬件条件下使用U形支架仿真所需的时间比使用3个较小的V形槽长很多,因此建模时在保证支撑结构的关键部分(比如这里的氟橡胶条)不变的情况下,应尽可能简化其余部分,这样可以大大节省计算时间。

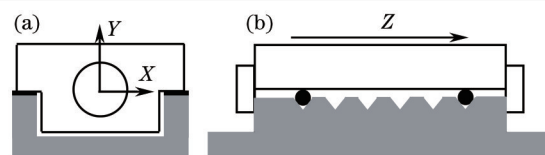


图5 采用完整支撑结构的光腔模型。(a)前视图;(b)左视图

Fig.5 Optical cavity model adopting the complete mounting configuration. (a) Front view; (b) left view

6 结 论

以一种三点支撑的光学谐振腔模型为例说明了采用软性材料支撑时,腔体会出现较大的整体转动,影响了对腔长变化的分析。提出了一种旋转坐标系的方法,将由腔体整体转动导致的腔镜的倾斜和相对位移扣除掉,避免了整体转动对定量分析的干扰。模型所采用的三点软性支撑和在腔体上同样位置直接约束的加速度敏感度是有差异的。当建模中采用软性材料支撑时,对模拟结果起关键作用的是与腔体直接接触的部分,支撑结构应尽量保留这部分,其他部分可适当简化以缩短计算时间。另外由于摩擦系数的改变对结果的影响不大,只要选择的摩擦系数能使腔体受力时处于平衡状态即可。

这里对腔整体转动的处理是对光腔加速度敏感度定量分析方法^[27]的一个补充。这样就可以对不同固定方式的光学谐振腔的加速度敏感度进行定量分析,如搭放在软性材料上的腔体或采用弹性材料夹持固定的腔体^[28]。当采用刚性支撑时,腔体的整体转动较小,可直接采用含有加工安装偏差的近似公式分析。而当腔体发生相对较大的整体转动时,可按文中介绍的方法先扣除腔体的整体转动带来的腔镜的倾斜和相对位移,然后再按含有加工安装偏差的近似公式得到腔长的变化。在此基础上还可考虑加工及腔镜的安装偏差对腔加速度敏感度的影响,以及优化腔体几何形状和支撑方式来降低其加速度敏感度。

参 考 文 献

- 1 N Hinkley, J A Sherman, N B Phillips, *et al.*. An atomic clock with 10^{-18} instability[J]. *Science*, 2013, 341(6151): 1215-1218.
- 2 B J Bloom, T L Nicholson, J R Williams, *et al.*. An optical lattice clock with accuracy and stability at the 10^{-18} level[J]. *Nature*, 2014, 506(7486): 71-75.
- 3 J Abadie, B P Abbott, R Abbott, *et al.*. A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit: Squeezed light in application[J]. *Nature Phys*, 2011, 7(12): 962-965.
- 4 K Somiya. Detector configuration of KAGRA—the Japanese cryogenic gravitational-wave detector[J]. *Class Quantum Grav*, 2012, 29(12): 124007.
- 5 A Brillet, J L Hall. Improved laser test of the isotropy of space[J]. *Phys Rev Lett*, 1979, 42(9): 549-552.
- 6 T Rosenband, D B Hume, P O Schmidt, *et al.*. Frequency ratio of Al^+ and Hg^+ single-ion optical clocks; metrology at the 17th decimal place[J]. *Science*, 2008, 319(5871): 1808-1812.
- 7 C Eisele, A Y Nevsky, S Schiller. Laboratory test of the isotropy of light propagation at the 10^{-17} level[J]. *Phys Rev Lett*, 2009, 103(9): 090401.
- 8 S Herrmann, A Senger, K Möhle, *et al.*. Rotating optical cavity experiment testing Lorentz invariance at the 10^{-17} level[J]. *Phys Rev D*, 2009, 80(10): 105011.
- 9 S Reynaud, C Salomon, P Wolf. Testing general relativity with atomic clocks[J]. *Space Sci Rev*, 2009, 148(1-4): 233-247.
- 10 R W P Drever, J L Hall, F V Kowalski, *et al.*. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator[J]. *Appl Phys B*, 1983, 31(2): 97-105.
- 11 B C Young, F C Cruz, W M Itano, *et al.*. Visible lasers with subhertz linewidths[J]. *Phys Rev Lett*, 1999, 82(19): 3799-3802.
- 12 T Kessler, C Hagemann, C Grebing, *et al.*. A sub-40-mHz-linewidth laser based on a silicon single-crystal optical cavity[J]. *Nat Photon*, 2012, 6(10): 687-692.
- 13 Y Y Jiang, A D Ludlow, N D Lemke, *et al.*. Making optical atomic clocks more stable with 10^{-16} -level laser stabilization[J]. *Nat Photon*, 2011, 5(3): 158-161.
- 14 Chen Yuhua, Jiang Yani, Bi Zhiyi, *et al.*. Suppression of residual amplitude modulation in electro-optical phase modulators using Fabry-Perot cavity[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(10): 1877-1882.

- 陈玉华, 蒋燕义, 毕志毅, 等. 利用法布里-珀罗腔抑制电光相位调制中的剩余幅度调制[J]. 光学学报, 2007, 27(10): 1877-1882.
- 15 Liu fang, Wang chun, Li Liufeng, *et al.*. Frequency noise suppression of a dye laser based on intracavity electro-optic modulator[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(5): 0517001.
刘 芳, 王 春, 李刘锋, 等. 基于腔内电光调制的染料激光频率噪声压制[J]. 中国激光, 2013, 40(5): 0517001.
- 16 H Q Chen, Y Y Jiang, S Fang, *et al.*. Frequency stabilization of Nd:YAG lasers with a most probable linewidth of 0.6 Hz[J]. J Opt Soc Am B, 2013, 30(6): 1546-1550.
- 17 J Alnis, A Matveev, N Kolachevsky, *et al.*. Subhertz linewidth diode lasers by stabilization to vibrationally and thermally compensated ultralow-expansion glass Fabry-Pérot cavities[J]. Phys Rev A, 2008, 77(5): 053809.
- 18 M Notcutt, L S Ma, J Ye, *et al.*. Simple and compact 1-Hz laser system via an improved mounting configuration of a reference cavity [J]. Opt Lett, 2005, 30(14): 1815-1817.
- 19 L S Chen, J L Hall, J Ye, *et al.*. Vibration-induced elastic deformation of Fabry-Perot cavities[J]. Phys Rev A, 2006, 74(5): 053801.
- 20 T Nazarova, F Riehle, U Sterr. Vibration-insensitive reference cavity for an ultra-narrow-linewidth laser[J]. Appl Phys B, 2006, 83 (4): 531-536.
- 21 S A Webster, M Oxborrow, P Gill. Vibration insensitive optical cavity[J]. Phys Rev A, 2007, 75(1): 011801.
- 22 J Millo, D V Magalhães, C Mandache, *et al.*. Ultrastable lasers based on vibration insensitive cavities[J]. Phys Rev A, 2009, 79(5): 053829.
- 23 Y N Zhao, J Zhang, A Stejskal, *et al.*. A vibration-insensitive optical cavity and absolute determination of its ultrahigh stability[J]. Opt Express, 2009, 17(11): 8970-8982.
- 24 Yang Tao, Li Wenbo, Zang Erjun, *et al.*. Decreased vibrational susceptibility of Fabry-Perot cavities via designs of geometry and structural support[J]. Chin Phys, 2007, 16(5): 1374-1384.
- 25 S Amairi, T Legero, T Kessler, *et al.*. Reducing the effect of thermal noise in optical cavities[J]. Appl Phys B, 2013, 113(2): 233-242.
- 26 J Zhang, Y X Luo, B Ouyang, *et al.*. Design of an optical reference cavity with low thermal noise limit and flexible thermal expansion properties[J]. Eur Phys J D, 2013, 67(2): 1-9.
- 27 Guo Haifeng, Lü Shasha, Liu fang, *et al.*. Analysis of the vibration sensitivity of Fabry-Perot cavities[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39 (12): 1202004.
郭海凤, 吕莎莎, 刘 芳, 等. 法布里-珀罗腔振动敏感度的分析[J]. 中国激光, 2012, 39(12): 1202004.
- 28 D R Leibrandt, M J Thorpe, M Notcutt, *et al.*. Spherical reference cavities for frequency stabilization of lasers in non-laboratory environments[J]. Opt Express, 2011, 19(4): 3471-3482.

栏目编辑: 张 雁