

# 基于最小类平均绝对偏差算法的遥感图像分割

杨绪业 李傲雪 徐帅婧 张立保

(北京师范大学信息科学与技术学院, 北京 100875)

**摘要** 针对二维 Otsu 及其改进算法分割直方图非高斯分布的遥感图像效果较差等问题, 提出了一种基于最小类平均绝对偏差的遥感图像分割算法(MCMAD)。利用对角线投影法把遥感图像的二维直方图转化为一维直方图, 从而降低计算复杂度; 在不同阈值下计算一维直方图相应类中像素出现的概率和类中像素灰度的期望值; 遍历一维直方图的所有阈值, 得到不同阈值对应的类平均绝对偏差, 将最小类平均绝对偏差对应的阈值作为最佳阈值分割点。实验结果表明, 与二维 Otsu 及其改进算法相比, MCMAD 算法不仅能够很好的分割直方图为高斯分布的遥感图像, 而且改善了直方图为拉普拉斯分布的遥感图像分割效果。此外, 新算法的时间消耗也很低。

**关键词** 图像处理; 遥感图像分割; 二维直方图; Otsu 法; 拉普拉斯分布; 最小类平均绝对偏差

**中图分类号** TN919.8 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.s109011

## Remote Sensing Image Segmentation Based on Minimum Class Mean Absolute Deviation

Yang Xuyue Li Aoxue Xu Shuaijing Zhang Libao

(College of Information Science and Technology, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

**Abstract** Otsu method and its improved methods are widely suitable for the images whose histograms belong to Gauss distribution. However, they perform poor when the histograms of images belong to a mixture of other distributions. An algorithm based on the minimum class mean absolute deviation (MCMAD) is proposed. The new algorithm transforms two-dimension histogram into one-dimension histogram to decrease the computation complexity by diagonal projection method. The new proposed algorithm calculates the class mean and the class probability of every threshold in one-dimension histogram. The new proposed algorithm gets the minimum class mean absolute deviation of different thresholds by traversing all the thresholds in the one-dimension histogram. Among these thresholds, the threshold corresponding to the minimum class mean absolute deviation is the best segmentation threshold. Experimental results show that the new proposed algorithm not only can segment well on remote sensing images with histograms belonging to normal distribution, but also improve the performance of the remote sensing images with histograms belonging to Laplace distribution comparing with traditional Otsu method and its improved methods. Furthermore, the time consuming of the new proposed algorithm is low.

**Key words** image processing; remote sensing image segmentation; two-dimension histogram; Otsu algorithm; laplace distribution; minimum class mean absolute deviation

**OCIS codes** 100.2000; 100.2650; 280.4750

## 1 引言

快速有效的影像分割一直是遥感图像分析与处理中的难点与热点研究课题。在诸多方法中, 阈值化处理技术作为一类快速有效的分割方法<sup>[1-2]</sup>, 近年来得到广泛研究与应用。日本学者 Otsu<sup>[3]</sup>提出了一种建立在一维直方图上的最大类间方差法(1D Otsu),

由于其有模式识别基础和良好的分割性能而成为研究最多的阈值化方法之一。近几年中, 由一维(1D) Otsu 算法拓展得到的最小类方差算法(MCVT)<sup>[4]</sup>作为另一种新颖的基于阈值的分割算法, 由于容易实现且分割效果优于 1D Otsu 而得到人们关注, 其基本思想是采用穷尽搜索图像灰度直方图的方法使

**收稿日期**: 2013-10-08; **收到修改稿日期**: 2013-11-14

**基金项目**: 国家自然科学基金(61071103)、中央高校基本科研业务费专项资金(2012LYB50)

**作者简介**: 杨绪业(1959—), 男, 工程师, 主要从事遥感图像分割方面的研究。E-mail: yangxuyue@sohu.com

**导师简介**: 张立保(1977—), 男, 博士, 副教授, 主要从事遥感图像分割方面的研究。E-mail: libaozhang@163.com(通信联系人)。

目标与背景的内方差和最小,动态地确定图像的最佳分割阈值,从而得到相应的二值化分割结果。但是 Otsu 算法是以最常见的高斯分布直方图为原型提出的,所以其改进得到的 MCVT 也仅仅适用于具有高斯分布直方图的遥感图像,对于其他直方图分布的遥感图像适用性较差。

在实际应用中,由于噪声等干扰因素的存在,灰度直方图不一定存在明显的波峰和波谷,此时仅利用一维直方图确定阈值往往会造成错误分割。Zheng 等<sup>[5]</sup>提出基于二维直方图的 Otsu 法,该方法不仅有效利用了单一像素的信息,而且考虑了像素点与其邻域的空间相关冗余信息,因此具有较好的抗噪性,适合低信噪比图像的分割。不过二维直方图所带来的计算量也是惊人的,尤其应用于遥感图像分割时,由于遥感图像分辨率高、信息量大、结构和纹理复杂等问题,大大增加了二维(2D)Otsu 的计算复杂度,因此该算法在遥感图像处理中的应用受到了限制<sup>[6-9]</sup>。针对上述问题,本文提出了一种基于最小类平均绝对偏差的遥感图像分割算法(MCMAD),利用对角线投影法把遥感图像的二维直方图转化为一维直方图,有效降低了计算复杂度;在不同阈值下计算一维直方图相应类中像素出现的概率和类中像素灰度的期望值,将最小类平均绝对偏差对应的阈值作为最佳阈值分割点,从而获得了更好的遥感图像分割效果。

## 2 最基于最小类平均绝对偏差算法的遥感图像分割

虽然传统算法能很好地应用于高斯分布的直方图的阈值分割,但对于一些其他分布的直方图,其与高斯分布相差较大,可能会导致分割效果不佳。因此提出了一种基于最小类平均绝对偏差的算法,更适合直方图属于拉普拉斯分布的图像。

### 2.1 二维直方图转化得到一维直方图

设图像的灰度分级为  $L$ ,那么像素的邻域平均灰度值也分  $L$  级,在每个灰度值为  $f(x, y)$  的像素点  $(x, y)$  处以  $w \times w$  的矩形邻域窗计算相应的邻域平均灰度值

$$g(x, y) = \frac{1}{w \times w} \sum_{i=-w/2}^{w/2} \sum_{j=-w/2}^{w/2} f(x+i, y+j), \quad (1)$$

式中  $w < \min(M, N)$ ,通常情况下,  $w$  是奇数。

由此,得到一个二元组,像素点的灰度值和它的邻域平均灰度值,统计图像中灰度值为  $i$  且邻域平

均灰度值为  $j$  的像素点个数,记为  $n_{ij}$ ,则以灰度值和邻域平均灰度值为坐标轴的横轴和纵轴,构建一个二维直方图,其中对应各点  $(i, j)$  的像素在图像中出现的概率为

$$p_{ij} = n_{ij} / (M \times N), \quad 0 \leq i \leq L-1, 0 \leq j \leq L-1. \quad (2)$$

图 1(a)为二维直方图,对于二维直方图中的一点  $(s, t)$ ,以二维直方图对角线  $OC$  为投影轴,把  $h(s, t) = s+t$  作为一个新的变量  $r$ ,实现二维直方图投影为一维直方图,如图 1(b)所示。因此,新生成的一维直方图的横坐标上的每个点都对应着原二维直方图上以该点为垂足,垂直于对角线的一条线,这样,新生成的一维直方图中某一点  $r$  对应的像素在的在图像中出现的概率为

$$p_r = \sum_{i+j=r} p_{ij}, \quad r = 0, 1, \dots, 2(L-1), \quad (3)$$

由此,二维直方图就转化为一维直方图了。

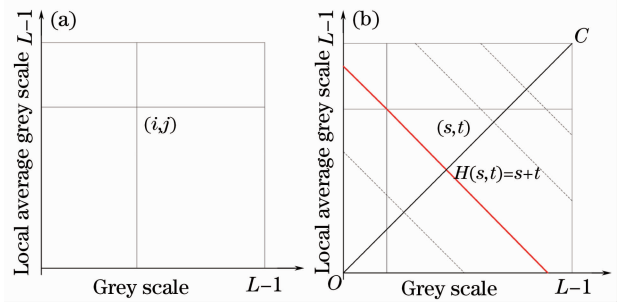


图 1 二维直方图转化为一维直方图。(a)二维直方图; (b)二维直方图投影一维直方图

Fig. 1 Transformation of the 2D histogram to 1D. (a) 2D histogram; (b) 1D projection of 2D histogram

### 2.2 MCMAD 算法

对于一幅  $M \text{ pixel} \times N \text{ pixel}$  的数字图像,用  $f(x, y)$  ( $1 \leq x \leq M, 1 \leq y \leq N$ ) 表示  $(x, y)$  处像素点的灰度值,用  $G = \{0, 1, \dots, L-1\}$  表示图像中所有的灰度级别,用  $n_i$  表示图像中灰度值为  $i$  的像素点个数,则灰度值  $i$  在图像中出现的概率为  $p_i = n_i / (M \times N)$ 。为了实现图像的二值化,把图像中的像素分为两类,包含灰度值为  $[0, 1, \dots, t]$  的像素点的  $C_0$  和包含灰度值为  $[t+1, \dots, L-1]$  的像素点的  $C_1$ 。

对于每个类,类中像素出现的概率为

$$\omega_0 = \sum_{i=0}^t p_i, \quad (4)$$

$$\omega_1 = \sum_{i=t+1}^{L-1} p_i, \quad (5)$$

类中像素灰度的期望值为

$$\mu_0 = \sum_{i=0}^t i p_i, \quad (6)$$

$$\mu_1 = \sum_{i=t+1}^{L-1} i p_i, \quad (7)$$

类中像素灰度的平均绝对偏差为

$$C = \sum_{i=0}^t |i - \mu_0| p_i / w_0 + \sum_{i=t+1}^{L-1} |i - \mu_1| p_i / w_1, \quad (8)$$

该方法就是要寻找(8)式最小时所对应的阈值  $t^*$ 。

### 3 理论分析

对于拉普拉斯分布,其概率密度函数为

$$f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(-\frac{|x-\mu|}{\sigma\sqrt{2}}\right), \quad (9)$$

式中  $\mu$  为均值,  $\sigma$  为方差。

对于最佳的阈值分割点  $t$ , 应满足

$$w_0(t) f(t|\mu_0, \sigma_0) = w_1(t) f(t|\mu_1, \sigma_1), \quad (10)$$

由(10)式可知, 阈值  $t$  应为

$$t = \frac{\frac{\sigma_0 \sigma_1}{\sqrt{2}} \lg\left(\frac{w_0 \sigma_1}{w_1 \sigma_0}\right) + \mu_1 \sigma_0 + \mu_0 \sigma_1}{\sigma_0 + \sigma_1}. \quad (11)$$

对于遥感图像, 相近的目标在遥感图像中呈现的色彩十分相近。当把它们的二维直方图转换为一维直方图时, 由于目标为在遥感图像均呈浅色, 所以导致在较高灰度值处会出现一个类方差很小的峰值, 进而导致遥感图像的二维直方图转化的一维直方图的两峰的类方差差别很大, 一般是  $\sigma_0 \gg \sigma_1$ , 大概差  $10^2$  个数量级, 同时由于目标像素点占图像像素点总数比例很小, 所以  $w_0 \gg w_1$ , 大概差  $10^2$  个数量级, 如图 2 所示。因此  $\frac{w_0 \sigma_1}{w_1 \sigma_0}$  趋近于 1, 进而导致

$\lg\left(\frac{w_0 \sigma_1}{w_1 \sigma_0}\right)$  趋近于 0。

由于  $\sigma_0 \gg \sigma_1$ , 所以

$$t \rightarrow \mu_1. \quad (12)$$

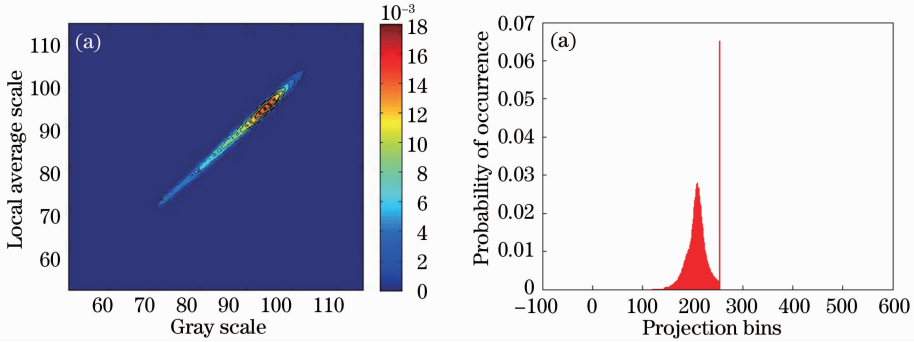


图 2 遥感图像的二维直方图转化为一维直方图。(a)二维直方图; (b)二维直方图转化为一维直方图

Fig. 2 Transformation of the 2D histogram to 1D histogram for remote sensing image. (a) 2D histogram; (b) 1D projection of 2D histogram

对于一个由  $f(x|\mu_0, \sigma_0)$  和  $f(x|\mu_1, \sigma_1)$  共同组成的一维直方图来说, 其中  $\sigma_0 \gg \sigma_1, w_0 \gg w_1$ , 可以忽略  $f(x|\mu_1, \sigma_1)$  中除了  $x = \mu_1$  的点的绝对平均偏差, 仅以  $|\mu_1 - \mu_1(t)|$  来代替  $f(x|\mu_1, \sigma_1)$  的平均绝对偏差, 而  $f(x|\mu_0, \sigma_0)$  的绝对平均偏差为

$$\sum_{i=0}^t f(i|\mu_0, \sigma_0) |i - \mu_0(t)| + \sum_{i=t+1}^{\mu_1} f(i|\mu_0, \sigma_0) |i - \mu_1(t)|. \quad (13)$$

如果计算出的阈值  $t^*$  偏离  $\mu_1$  (假设  $t^* < \mu_1$ ), 由(6)、(7)式可知,  $\mu_0(t^*)$  和  $\mu_1(t^*)$  变小,  $|\mu_1 - \mu_1(t)|$  增大, 由定理 1 可知, (13) 式也增大, 所以, 仅有不偏离时才能使(8)式达到最小, 得到最合适的阈值。

定理 1: 对于拉普拉斯分布  $f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(-\frac{|x-\mu|}{\sigma\sqrt{2}}\right)$ ,  $a = \mu$  时,  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x|\mu, \sigma) |x-a| dx$  的值最小。

证明: 若  $\mu > a$ ,

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} f(x|\mu, \sigma) |x-a| dx &= \int_{-\infty}^a \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(\frac{\mu-x}{\sigma\sqrt{2}}\right) (a-x) dx + \int_a^{\mu} \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(\frac{\mu-x}{\sigma\sqrt{2}}\right) (x-a) dx + \\ &\quad \int_{\mu}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(\frac{x-\mu}{\sigma\sqrt{2}}\right) (x-a) dx; \end{aligned} \quad (14)$$

若  $\mu = a$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x|\mu, \sigma) |x - a| dx = \int_{-\infty}^{\mu} \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(\frac{\mu - x}{\sigma/\sqrt{2}}\right) (\mu - x) dx + \int_{\mu}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(\frac{x - \mu}{\sigma/\sqrt{2}}\right) (x - \mu) dx; \quad (15)$$

若  $\mu < a$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x|\mu, \sigma) |x - a| dx = \int_{-\infty}^{\mu} \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(\frac{\mu - x}{\sigma/\sqrt{2}}\right) (a - x) dx + \int_{\mu}^a \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(\frac{x - \mu}{\sigma/\sqrt{2}}\right) (a - x) dx + \int_a^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(\frac{x - \mu}{\sigma/\sqrt{2}}\right) (x - a) dx. \quad (16)$$

(16)式与(15)式之差为

$$\int_{-\infty}^{\mu} \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(\frac{\mu - x}{\sigma/\sqrt{2}}\right) (a - \mu) dx + \int_{\mu}^a \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(\frac{x - \mu}{\sigma/\sqrt{2}}\right) (a + \mu - 2x) dx + \int_a^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(\frac{x - \mu}{\sigma/\sqrt{2}}\right) (\mu - a) dx = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \left[ \exp\left(\frac{a - \mu}{\sigma/\sqrt{2}}\right) - 1 - \frac{(a - \mu)}{\sigma/\sqrt{2}} \right]. \quad (17)$$

把  $\frac{a - \mu}{\sigma/\sqrt{2}}$  看成  $x$  则(17)式变成  $\frac{\sigma}{\sqrt{2}}(e^x - 1 - x)$ , 函数  $H(x) = \frac{\sigma}{\sqrt{2}}(e^x - 1 - x)$  是单调递增函数, 且在  $x = 0$  时为 0, 因此(17)式恒大于 0。

同理可证:

(14)式与(15)式之差为  $\frac{\sigma}{\sqrt{2}} \left[ \exp\left(\frac{\mu - a}{\sigma/\sqrt{2}}\right) - 1 - \frac{\mu - a}{\sigma/\sqrt{2}} \right]$ , 其结果恒大于 0。因此, 对于拉普拉斯分布

$f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(-\frac{|x - \mu|}{\sigma/\sqrt{2}}\right)$ ,  $a = \mu$  时,  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x|\mu, \sigma) |x - a| dx$  的值最小。

当  $f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(-\frac{|x - \mu|}{\sigma/\sqrt{2}}\right)$  取值离散化时, 上述结论即对于拉普拉斯分布  $f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma} \exp\left(-\frac{|x - \mu|}{\sigma/\sqrt{2}}\right)$ ,  $a = \mu$  时,  $\sum_{x=-\infty}^{\infty} f(x|\mu, \sigma) |x - a|$  的值最小也成立。

## 4 实验结果及分析

理论上, 每个图像都有最适合自己的分割阈值, 即标准的分割结果。一个合适的分割方式得到的二值化图像应该有更高的查准率和查全率<sup>[10]</sup>。为了更好地利用查准率和查全率, 引入了一个基于查准率和查全率的衡量方式  $F$  值, 即

$$F = \frac{(1 + \alpha) \times P \times R}{\alpha \times P + R}. \quad (18)$$

为了均衡强调查全率和查准率, 选择  $\alpha = 1$ 。

除此之外, 算法的时间消耗也是衡量算法的效果的一个重要标准。选择  $F$  值和时间消耗作为衡量分割算法效果的标准。

给出了标准的分割结果, 将其与一些算法得到的分割结果进行比较, 计算一系列遥感图片对应的  $F$  值的均值, 结果如图 3 所示。

计算了不同算法得到二值化的分割结果平均所

需时间, 结果如表 1 所示。

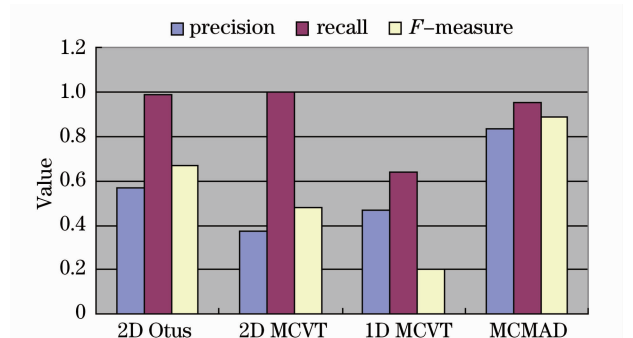


图 3 不同方法在遥感图像上的平均  $F$  值、平均查全率、平均查准率

Fig. 3 Average  $F$ -Measure, Recall, Precision of different methods for the remote sensing images

由上述分析可得, 相比文献[6]提出的 2D Otsu 算法, MCMAD 算法时间消耗更小, 得到的  $F$  值也更高; 相比 1D MCVT<sup>[4]</sup>, MCMAD 算法虽然时间消

耗更大,但是得到的  $F$  值远大于 1D MCVT; 相比 2D MCVT<sup>[8]</sup>, MCMAD 算法消耗的时间与之相近,但是得到了更大的  $F$  值,所以说明 MCMAD 对于遥感图像具有更好的分割效果。具体图像分割结果如图 4、图 5 所示。

表 1 不同方法在遥感图像上的平均所需时间  
Table1 Average consuming time of different methods for the remote sensing images

Method	2D Otsu	2D MCVT	1D MCVT	MCMAD
Time /s	1.9961	1.7096	0.5488	1.6488

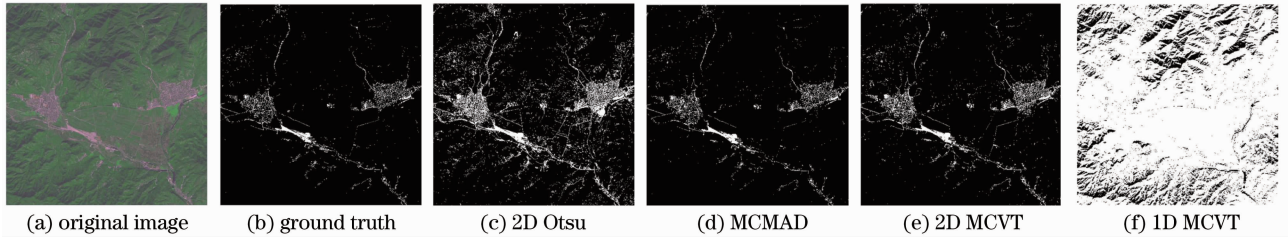


图 4 不同分割方法在遥感图像 BJ-1 上的分割结果比较

Fig. 4 Comparison of segmentation results of different methods for remote sensing image BJ-1

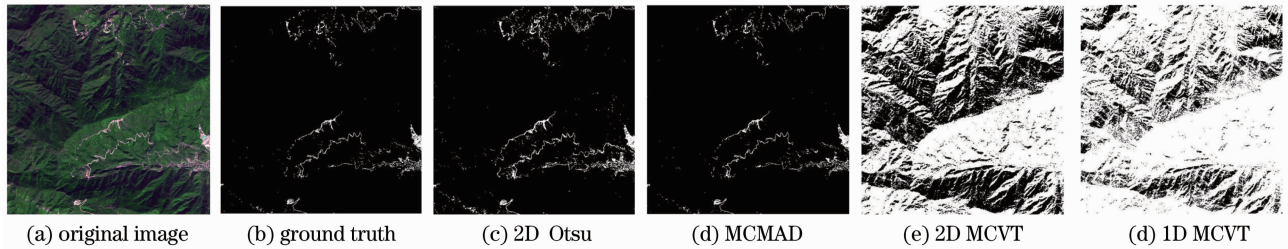


图 5 不同分割方法在遥感图像 BJ-2 上的分割结果比较

Fig. 5 Comparison of segmentation results of different methods for remote sensing image BJ-2

## 5 结 论

在处理直方图符合拉普拉斯分布的遥感图像时,提出的基于最小类平均绝对偏差算法的分割算法,相比 2D Otsu 和 MCVT 算法,具有更少的时间消耗和更好的分割效果。由于其较好的稳定性,也可应用于一些直方图属于双峰型混合分布的图像分割,该算法的提出不仅扩展了阈值分割思想在直方图属于拉普拉斯分布图像中的应用,还提供了一种新的视角,推进对不同类型直方图遥感图像分割的探索。

## 参 考 文 献

- 1 M Sezgin, B Sankur. Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation [J]. J Electronic Imaging, 2004, 13(1): 146-165.
- 2 Sahoo P K, Soltani S, Wong A K C, et al.. A survey of thresholding techniques [J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1988, 41(2): 233-260.
- 3 Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms

- [J]. IEEE Trans Systems Man Cybernet, 1979, 9(1): 62-66.
- 4 Hou Z, Hu Q, Nowinski W L. On minimum variance thresholding[J]. Pattern Recognition Letters, 2006, 27(14): 1732-1743.
- 5 J Zhang, J Hu. Image segmentation based on 2D Otsu method with histogram analysis [C]. International Conference on Computer Science and Software Engineering, 2008, 6: 105-108.
- 6 Q Chen, L Zhao, J Lu, et al.. Modified two-dimensional Otsu image segmentation algorithm and fast realization[J]. IET Image Process, 2012, 6(4): 426-433.
- 7 D Han, X Huang, A tree image segmentation method based on 2D OTSU in HSI color space [C]. Wireless Communications Networking and Mobile Computing (WiCOM) 2010 6th International Conference on Digital Object Identifier, 2010. 1-4.
- 8 F Nie, Y Wang, M Pan, et al.. Two-dimensional extension of variance-based thresholding for image segmentation [J]. Multidimensional Systems and Signal Processing, 2013, 24(3): 485-501.
- 9 N Zhu, G Wang, G Yang, et al.. A fast 2D Otsu thresholding algorithm based on improved histogram[C]. Pattern Recognition, CCPR 2009 Chinese Conference on Digital Object Identifier, 2009. 1-5.
- 10 Z Jiang, Larry S Davis. Submodular salient region detection[C]. CVPR, 2013. 2043-2050.