

基于隐马尔科夫森林后验概率准确推理的多尺度图像分割

张印辉 何自芬*

(昆明理工大学机电工程学院, 云南 昆明 650500)

摘要 为克服传统小波域隐马尔科夫树(HMT)后验概率推理算法无法确定迭代次数且通常收敛于局部极值的局限,提出隐马尔科夫森林(HMF)后验概率准确推理方法实现多尺度图像分割。先建立精细尺度像素与高尺度小波系数跨尺度依赖性统计关系,构建 HMF 模型。通过各子树自下而上分类似然估计和自上而下后验概率推理得到各结点准确后验概率,后验推理可保证一元与二元分布的一致性。最后设定后验概率的固定阈值以确定多尺度二值分割。通过工业制造过程中典型动态背景下目标-背景分割实验并与权重聚合分割(SWA)算法对比,验证了该方法的有效性。

关键词 图像处理; 隐马尔科夫森林; 准确推理; 多尺度; 图像分割

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.s109008

Multi-Scale Image Segmentation Based on Exact Inference of Hidden Markov Forest

Zhang Yinhui He Zifen

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming, Yunnan 650500, China)

Abstract An exact inference approach of posterior probability is proposed for multiscale image segmentation to overcome limitation of local optimum as well as unbounded convergence rate of traditional wavelet-domain hidden Markov tree (HMT) segmentation methods. Hidden Markov forest (HMF) model is constructed by characterizing inter-scale statistical dependence between fine scale pixel and high scale wavelet coefficients. Bottom-up likelihood estimation and up-bottom posterior inference on each sub-tree of the HMF model are performed, in which consistency of unary and pairwise distribution is guaranteed. Binary segmentation at multiscales are achieved by threshold the posterior probability. Experimental results of typical dynamic background segmentation as well as comparison with segmentation by weighted aggregation (SWA) algorithm demonstrate the effectiveness of our method.

Key words image processing; hidden markov forest; exact inference; multiscale; image segmentation

OCIS codes 100.2000; 100.2960; 110.2960

1 引言

图像分割是把包含不同类型区域的图像分解为特定的性质相似部分进行分析和描述,是进行图像分析的前提和基础。通过多尺度重构,能在较高尺度可靠表征分类似然信息,这就涉及如何融合多尺

度上下文信息来实现可靠分割这一技术难题。

小波域隐马尔科夫树(HMT)模型为多尺度分类似然信息的尺度内聚类性建模和跨尺度持续性建模提供了可行的计算框架,最早由 Crouse^[1]于 1998 年提出。现有 HMT 多尺度图像分割大多通过树状最大期望(EM)算法^[2-4]实现。为避免单独纹理模

收稿日期: 2013-09-30; 收到修改稿日期: 2013-11-14

基金项目: 国家自然科学基金(61302173, 60962007)

作者简介: 张印辉(1977—),男,博士,副教授,主要从事图像处理、机器智能和机器学习等方面的研究。

E-mail: zhangyinhui@kmust.edu.cn

* 通信联系人。E-mail: zyhhzf1998@163.com

型参数训练,可采用无监督分割^[5]或用有限高斯实现模型参数无监督初始化^[6]。Chang 将 HMT 模型训练与纹理分类同步完成^[7],但没有得到像素尺度分割。除多尺度图像分割,HMT 模型还在水下目标识别^[8]、变长信号序列建模^[9]、分层图像概率模型^[10]、非平稳角度散射建模^[11]、相关噪声去除^[12]、纹理检索^[13]等领域得到一定程度上的成功应用。

针对上下文信息搜索范围有限的局限,Fan 等提出 HMT-3S 模型对子带相关性建模,采用联合多上下文、多尺度算法将贝叶斯(Bayes)分割转化为多目标优化^[14]。针对 HMT 参数估计仅为点估计的局限,Dasgupta 等采用变分贝叶斯计算全后验估计^[15],适于训练数据有限情况下的纹理分类,但仍需人工训练 HMT 模型参数。Lefkimmiatis 等从含噪泊松观察中直接进行最大似然估计^[16],得到混合权重更新解析解。但用规格项近似非线性模型参数,仅适于较小数值的参数训练。

传统基于 HMT 的图像分割算法通常采用树状最大期望算法进行多尺度后验概率估计。树状最大期望算法估计 HMT 后验概率的优点是每步迭代都能保证使 log 似然增大,故算法保证收敛。另外,每步迭代计算的复杂度为线性复杂度,计算相对简便。但存在迭代次数无法确定^[17]以及收敛后算法不动点为局部极值的局限。实验过程中发现,不同初始

化条件得到不同的后验概率结果,而且达到设定收敛精度所需迭代次数也不同。

本文针对传统 HMT 分割方法在不同初始条件得到不同后验概率,且达到设定收敛精度所需迭代次数无法确定的局限,在 HMT 无约束凸优化^[18]后验概率推理算法的前期研究基础上,提出了具有确定迭代次数和后验概率推理准确的基于 HMT 模型的多尺度图像分割方法。

2 基于隐马尔科夫森林(HMF)后验概率准确推理的分割算法框架

与传统 HMT 模型多尺度图像分割方法的不同之处在于,本方法能通过具有确定步数的迭代计算求解建立在 HMT 上的多尺度凸能量函数。另外,在后验概率推理过程中满足一元与二元边缘分布一致性约束,可保证后验概率准确性。本文方法通过自下而上分类似然估计和自上而下后验概率推理,融合图像的多尺度上下文信息;通过具有确定迭代次数的凸能量后验概率准确推理算法得到动态背景的多尺度稳健分割。本文提出的基于隐马尔科夫森林(HMF)后验概率准确推理的多尺度图像分割算法框架如图 1 所示。

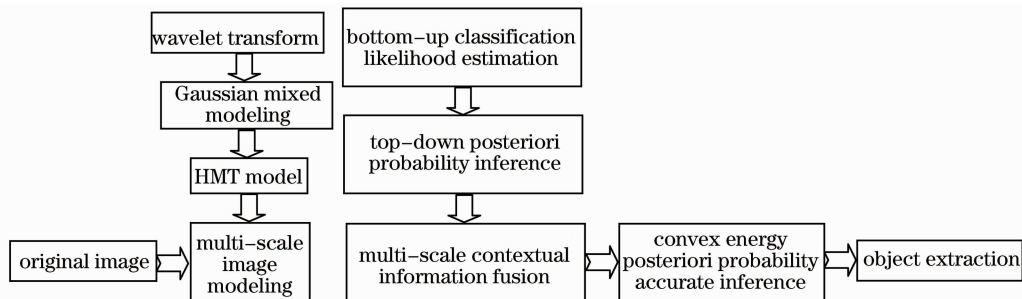


图 1 图像分割算法框架图

Fig. 1 Algorithm framework of image segmentation

3 小波域建模

3.1 二维离散小波变换

采用典型工业制造过程中目标(烟叶)-背景(皮带)分割实验来检验算法的性能。每帧图像分辨率为 2048 pixel × 2048 pixel,像素采样后每帧尺寸为 256 × 256,图像序列中四帧图像如图 2 所示。采用 Haar 小波实现二维离散小波变换,变换尺度数目 L 设定为 3 层。变换后的尺度系数和三个方向的小波系数如图 3 所示。从图中可以看出,烟叶目标的水平、竖直和对角特征“干净”地在三个尺度上表征出

来。图中还可以观察到小波域图像数据的稀疏性,大部分小波系数趋近于 0。

3.2 小波域图像统计建模

采用 Bayes 统计方法对图像进行分割和建模。通过小波变换进行原图像重构,在其多尺度空间中,小波系数呈现一定的分布规律,即不同尺度中单独系数的尺度内聚类性和跨尺度持续性,可以分别采用高斯混合模型和 HMT 模型进行建模。在各个尺度上将图像的采样 x 看作是随机场 X 的实现,采样 x 在图像的不同区域内具有连续的或者是不同的统计特

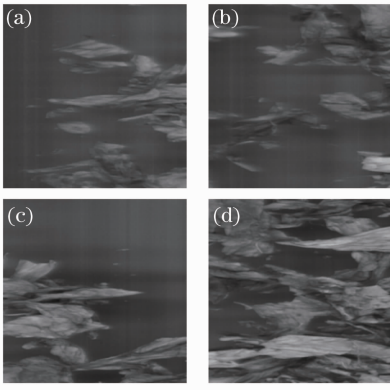


图2 原始图像
Fig.2 Original image

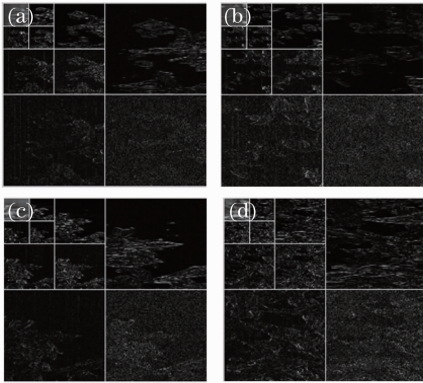


图3 小波变换后图像
Fig.3 Wavelet transformed image

征。因此,多尺度马尔科夫(Markov)随机场图像的分割可以描述为:在给定的小波域图像 I 的多尺度表征中,根据尺度内和跨尺度统计建模规律估计精细尺度内各个像素的类标签 x_i ,其中结点 $i \in V$ 。

3.3 高斯混合模型的建立

在多尺度建模领域,小波系数先验概率分布 $p(x)$ 是未知的,可利用密度函数线性组合方式对未知概率建立混合模型。假设有 K 个分布对于先验概率分布 $p(x)$ 的形成有贡献,可证明如给定足够数目混合成分 K ,则混合模型可以以任意精度逼近任意连续概率密度函数。

小波域中小波系数分布在不同尺度和子带上,假设小波系数集合用 W 表示且小波系数去相关,通过小波系数的概率分布可得到小波系数集合 W 的联合概率密度函数:

$$p(W) = \prod_{i \in V} p(w_i), \quad (1)$$

式中 w_i 是不同尺度和子带上的单独小波系数,有 $w_i \in W$ 且 $i \in V$ 。将有较大幅值小波系数认为是具有较大方差高斯概率密度函数的实现,具有较小幅值小波系数认为是具有较小方差高斯概率密度函数

的实现。各小波系数概率密度函数 $p(w_i)$ 可利用 $K = 2$ 的二密度高斯混合模型近似描述:

$$p(w_i) = \sum_{X_i} p(x_i) p(w_i | x_i), \quad (2)$$

式中 $p(x_i)$ 表示为小波系数 w_i 所对应的隐状态变量 x_i 取值为 $X_i \in \{0, 1\}$ 时的概率质量函数(pmf), $p(w_i | x_i)$ 是给定隐状态变量 x_i 取值为 $X_i \in \{0, 1\}$ 时的小波系数 w_i 的条件概率密度函数,假设这一条件概率密度函数是服从零均值高斯分布的,即

$$p(w_i | x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_i^2}} \exp\left(-\frac{w_i^2}{2\sigma_i^2}\right), \quad (3)$$

式中 σ_i 表示零均值高斯分布方差,方差大小间接反映小波系数幅值大小。

在多尺度小波域图像模型中,可为各个尺度和子带小波系数 w_i 依据概率质量函数 $p(x_i)$ 关联一个隐状态变量 x_i ,此隐状态变量具有两个状态值 0 和 1,来反映小波系数的幅值高低,可实现小波系数在尺度内的依赖性统计建模。

3.4 HMF 模型

利用 HMT 模型^[1-2]对小波域小波系数分布进行跨尺度持续性统计建模。小波域内不同子带小波系数四叉树概率图结构模型如图 4 所示,黑色结点表示小波系数,白色结点表示与每一个小波系数相关联的隐状态变量。图 4 中用观察结点代表单独小波系数 w_i ,作为 Bayes 统计模型的观察数据,可观察到具有不同幅值大小的小波系数。每个观察结点分配的隐状态结点表示每个小波系数所关联的隐状态变量 x_i ;一个隐状态变量对应的是下一个较低尺度的四个隐状态变量;直线表示小波系数父与子的依赖关系,即跨尺度的持续性,表示给定一个特定小波系数,此小波系数本身与其父亲很可能具有相同隐状态标签。

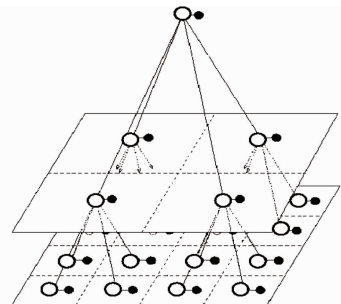


图4 四叉树概率图

Fig.4 Quad-tree probability

由于小波系数之间具有跨尺度持续性统计特征,因此小波系数间的重要相关就是父与子交互关

系。利用有向 Markov 概率图连接小波系数对应隐状态变量,进行跨尺度的持续性建模。小波域四叉树模型结构隐状态转移概率 $\delta_i^{P(i)}$ 表示小波系数 w_i 在上一尺度父亲(i)的隐状态 $x_{(s)}$ 是大或小时, w_i 隐状态 x_i 是大或小的概率,建立小波系数隐状态跨尺度依赖关系的模型。当父-子之间隐状态相同时,即 $x_{(i)} = x_i$,则期望状态转移概率 $\delta_i^{P(i)}$ 较大,来建立跨尺度的持续性模型。在此基础上,再建立小波域单一子带的 HMT 模型:

$$\theta_b = \{p_b(x_i), \delta_i^{P(i)}, \sigma_i^2 \mid b \in \{HL, LH, HH\}\}, \quad (4)$$

b 表示单一小波子带, $b \in \{HL, LH, HH\}$, $\delta_i^{P(i)}$ 表示父亲结点隐状态是 $x_{(i)}$ 时孩子结点 i 隐状态概率。

小波域 HMT 模型有三个子带,每个子带都对应一个小波域四叉树概率图模型。据小波子带独立假设^[2],三个子带之间的小波系数统计独立,建立小波域 HMF 模型

$$p(W \mid \Theta) = \prod_{b \in \{HL, LH, HH\}} p(w_b \mid \theta_b), \quad (5)$$

式中 Θ 是小波域 HMT 模型参数向量,为三个子带的模型参数向量并集,即

$$\Theta = \bigcup_{b \in \{HL, LH, HH\}} \theta_b. \quad (6)$$

4 HMF 模型准确推理

构建起小波域 HMF 模型后,便可根据当前图像和小波信息估计多尺度分类似然,进而推理得到各个节点的最大后验概率,这样得到各个尺度中每个节点的分类标签。本节先通过沿树自下而上扫描估计分类似然信息,然后通过自上而下推理各个节点的最大后验概率。

根据 HMF 模型结构,建立概率森林联合分布子树分解形式。借助树状图能量重构方法^[18],构建 HMF 上的凸能量函数。将 HMF 上的能量函数重构为:

$$\widehat{E}(\boldsymbol{\mu} \mid \Theta) = \sum_{i \in V} H(\mu_i) + \sum_{j \in N(i)} H(\mu_i \mid \mu_j), \quad (7)$$

式中 $H(\mu_i)$ 和 $H(\mu_i \mid \mu_j)$ 分别表示结点一元分布 μ_i 与连线二元分布 $\mu_{i|j}$ 的负熵函数。 $N(i)$ 表示结点 i 的邻居。

4.1 自下而上似然估计

给定结点 i 的隐状态,借助 HMF 模型的结构将子树 $T(i)$ 的似然分解为

$$\alpha(\boldsymbol{o}_i \mid x_i) = \alpha(o_i \mid x_i) \prod_{j \in C(i)} \alpha(\boldsymbol{o}_j \mid x_j), \quad (8)$$

式中 $C(i)$ 表示结点 i 的孩子。根据条件无关假设,当

隐状态已知时,则结点 i 的隐状态 x_i 与结点 j 的观察 \boldsymbol{o}_j 条件无关,这样将(8)式中 \boldsymbol{o}_j 的条件似然分解为

$$\alpha(\boldsymbol{o}_j \mid x_i) = \sum_{x_j} \alpha(\boldsymbol{o}_j \mid x_j) \alpha(x_j \mid x_i). \quad (9)$$

(9)式代入(8)式,可以根据低尺度似然信息表征各个子树中的高尺度似然信息。子树 $T(i)$ 的分类似然可以看作是结点 i 的一元势函数 $\alpha(o_i \mid x_i)$ 与它的孩子子树似然 $\alpha(\boldsymbol{o}_j \mid x_j)$ 相乘得到,其中各孩子子树似然权重配置为父子状态转移概率。据此,分类似然信息沿着孩子-父亲连线依次自下而上传播,在根结点处停止传播。

4.2 自上而下后验推理

通过自下而上似然传播得到 HMF 多尺度分类似然后,根据 Bayes 原理自上而下推理 HMT 后验概率。给定子树 $T(i)$ 根结点的观察的补 \boldsymbol{o}_i^c ,结点 i 的后验概率为

$$\beta(x_i \mid \boldsymbol{o}_i^c) \propto \beta(\boldsymbol{o}_i^c \mid x_i) \beta(x_i). \quad (10)$$

根据条件无关假设,当结点 i 的父结点的隐状态 $x_{(i)}$ 已知时,其隐状态 x_i 与 \boldsymbol{o}_i^c 条件无关。这样,(10)式中的条件似然项可以分解为

$$\beta(\boldsymbol{o}_i^c \mid x_i) = \sum_{x_{(i)}} \beta(\boldsymbol{o}_i^c \mid x_{(i)}) \beta(x_{(i)} \mid x_i), \quad (11)$$

将(11)式代入(10)式并再次应用 Bayes 定理,得到

$$\beta(x_i \mid \boldsymbol{o}_i^c) \propto$$

$$\sum_{x_{(i)}} \beta(\boldsymbol{o}_i^c \mid x_{(i)}) \beta(x_i \mid x_{(i)}) \beta(x_{(i)}), \quad (12)$$

利用 \boldsymbol{o}_i^c 的 HMT 结构化分解

$$\beta(\boldsymbol{o}_i^c \mid x_{(i)}) =$$

$$\beta(o_{(i)} \mid x_{(i)}) \beta(\boldsymbol{o}_{(i)}^c \mid x_{(i)}) \prod_{j \in B(i)} \beta(o_j \mid x_{(i)}), \quad (13)$$

式中 $B(i)$ 表示结点 i 的三个兄弟,即 $B(i) = C[P(i)] \setminus i$ 。将(13)式代入(12)式并再次应用 Bayes 原理,得到

$$\beta(x_i \mid \boldsymbol{o}_i^c) = \frac{1}{Z} \sum_{x_{(i)}} \{ \beta[o_{(i)} \mid x_{(i)}] \beta[x_{(i)} \mid \boldsymbol{o}_{(i)}^c] \prod_{j \in B(i)} \beta[o_j \mid x_{(i)}] \beta[x_i \mid x_{(i)}] \}, \quad (14)$$

式中 Z 是归一化常数。按照这种方式,给定观察,迭代推理得到结点 i 的后验概率,具体而言,是其父亲的后验概率乘上其三个兄弟和父亲的一元势函数并配置父子状态转移概率权重。据此,父亲-孩子后验概率信息自上而下迭代推理,当到达叶子结点时迭代停止。

令边缘多面体 $M(T)$ 表示 HMF 上分布 μ 可联合实现的分布集合。令局部一致性 $L(T)$ 表示满足一元归一化约束与二元边缘一致化约束的集合。对

任意概率图模型 G , 有 $M(G) \subseteq L(G)$; 对树状概率图模型, 可用归纳式方法证明 $M(T) = L(T)$ 。据此, 保证通过 HMF 自下而上似然估计和自上而下推理得到的后验概率 $\beta(x_i | o_i)$ 为准确后验。

另外, 本文采用的 HMF 推理算法具有确定的迭代计算次数, 只需要沿树自下而上、自上而下进行一个扫描循环即可完成多尺度分类似然信息融合, 计算复杂度为 $O(2|E|)$, 其中 $|E|$ 表示 T 中连线的数目。相反, 传统的基于最大期望的 HMT 模型的后验概率推理过程无法从理论上保证算法的迭代次数。更为重要的是, 对于 HMF 中的各个树状概率图模型, 边缘概率联合分布集合与一元二元局部一致性约束集合相同, 从理论上保证了 HMF 后验概率推理的准确性。

5 实验结果与分析

本次实验构建 4 个尺度的 HMF, 每个树中有

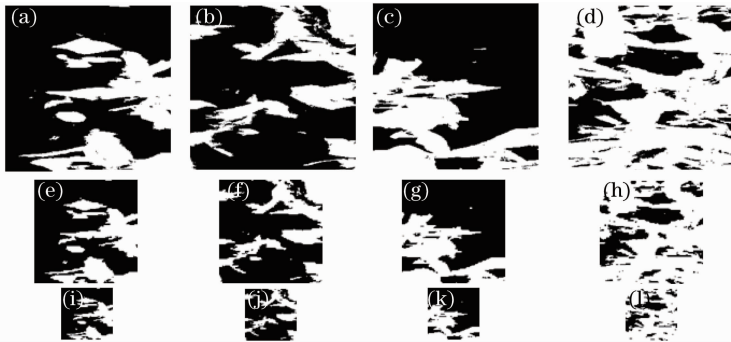


图 5 四帧图像隐马尔科夫树分割结果

Fig. 5 Hidden Markov tree four images segmentation

用本文 HMF 方法得到四帧图像在 0、1、2 三个尺度的分割结果如图 5 所示, 图中白色像素表示目标, 黑色像素表示背景。其中 (a)~(c)、(d)~(f)、

84 条连线, 85 个结点, 0 尺度结点观察对应像素的分辨率信息, 高尺度对应三个尺度的小波系数。由于每帧图像包含 RGB 三个色彩通道, 每个色彩通道含有水平、竖直、对角三个子带特征, 故树中每个节点 i 的观察 o_i 是维度为 9 的特征向量。为降低计算复杂度, 将原 RGB 三个通道色度值取平均得到灰度图像, 再利用小波系数的正交性, 根据子带独立假设将三个子带的信息压缩到一个子带。这样, 得到的每个节点 i 的观察 o_i 是一个标量。另外, 由于尺度 3 共有 32×32 个结点, 所以建立的 HMF 中共有 1024 个 HMT。

每个 HMT 通过自下而上扫描估计多尺度分类似然 $\alpha(o_i | x_i)$, 通过自上而下扫描推理得到各个结点的后验概率 $\beta(x_i | o_i)$ 。实验中设定固定阈值为 0.5 来判断目标与背景, 即后验概率等于或超过 0.5 的结点判定为目标(烟叶), 后验概率低于 0.5 的结点判定为背景(皮带)。

(g)~(i)、(j)~(l) 分别表示 1~4 帧图像在尺度 0~2 的 HMF 分割结果。从图中可以看出, 四帧图像在三个尺度均得到较好的分割结果。

SWA^[19] 算法是当前多尺度分割算法中最为先进的方法之一。在 SWA 算法实验中, 设定相邻结点的连线耦合系数为 10.0, 平均系数设定为 5.0, 可根据相邻聚合点平均灰度差动态调节它们之间的耦合强度, 方差系数设定为 1.0, 并启用纹理分割。SWA 算法分割结果如图 6 所示, 其中 (a)~(c)、(d)~(f)、(g)~(i)、(j)~(l) 分别表示 1~4 帧图像在尺度 6、8、10 的 SWA 分割结果。从图中可以看出, 前三帧图像在尺度 6 得到较好的分割结果, 但最后一帧图像在尺度 6 的分割效果欠佳, 使前景目标分割过于碎片化。另外, 随着尺度的增加, 越来越多的前景与背景聚合在一起, 这从图 (c)、(f)、(i)、(l) 在尺度 10 的分割结果可以发现。

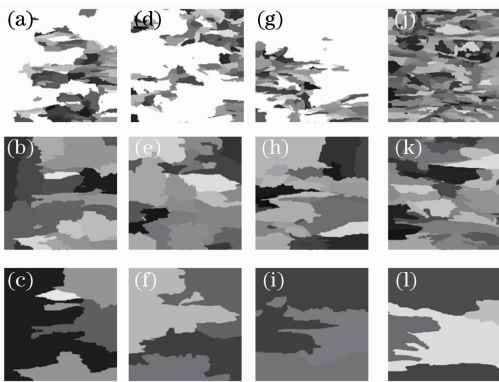


图 6 权重聚合(SWA)算法分割结果

Fig. 6 Results of segmentation weighted aggregation (SWA)

下面进一步通过客观指标评价两种算法的分割性能。先通过人工分割方法得到四帧图像的前景-背景二值数据,分别选取 HMF、SWA 方法在尺度 0

和尺度 8 的分割数据进行比较。将人工分割结果作为真实值,计算并绘制 HMF 和 SWA 两种方法的接收者操作特征(ROC)曲线,如图 7 所示。

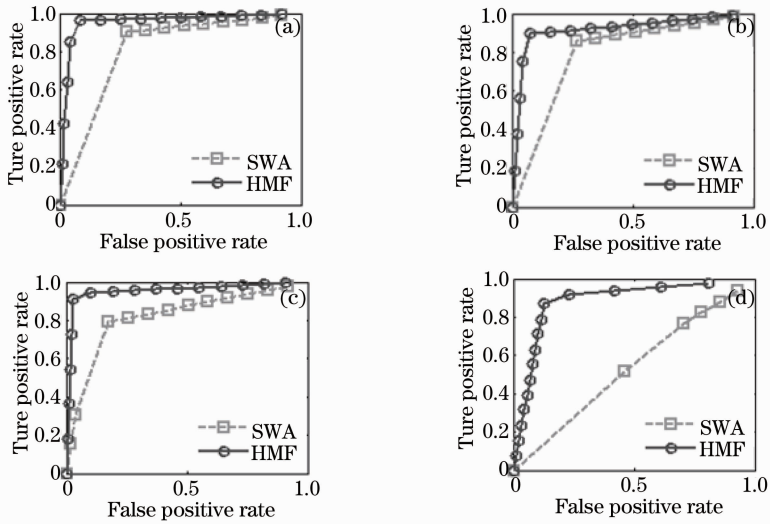


图 7 四帧图像 ROC 曲线

Fig. 7 ROC curve for four images

ROC 曲线是反映此敏感性和特异性连续变量的综合指标。曲线真阳性率为纵坐标,假阳性率为横坐标,在坐标上由无数个临界值求出的无数对真阳性率和假阳性率作图构成。将人工标注的四帧图像中目标(烟叶)区域作为阳性标签 P,背景区域贴上阴性标签 N;将通过 HMF 和 SWA 算法估计得到的与阳性区域一致的前景像素贴上真阳性标签 TP,与阳性区域不一致的前景像素贴上假阳性标签 FP;与阴性区域一致的背景像素贴上真阴性标签 TN,与阴性区域不一致的背景区域贴上 FN 标签。进而计算 ROC 曲线横坐标假阳性率 $FPR = FP / (FP + TN)$ 和纵坐标真阳性率 $TPR = TP / (TP + FN)$ 。

从图 7 中可以看出,四帧图像中本文提出的 HMF 方法分割精度均明显高于 SWA 算法,其中第四帧图像的分割结果最为明显。具体而言,四帧图像 SWA 算法分割精度分别为 0.8242, 0.8173, 0.8357 和 0.5369, HMF 算法的分割精度分别为 0.9568, 0.9180, 0.9559 和 0.8876,其中第四帧图像本文 HMF 算法比 SWA 算法分割精度提高 39.51%,说明本文方法在动态背景下多尺度分割过程中更具稳健性。分割精度的提高与预期相一致,由于分割结果反映了 HMF 算法后验概率推理结果,分割精度的提高表明本文方法相对于传统多尺度图像分割方法在后验概率准确推理理论上的优越性。

上计算的复杂度为 $O(2|E|)$,分割过程中四帧图像的平均计算时间为 8.673 s,SWA 的平均时间为 3.097 s。与 SWA 算法相比,对四帧测试图像而言,本文方法以一定的时间代价将多尺度分割精度提高了 1.23 倍。

6 结 论

提出一种 HMF 后验概率准确推理方法来实现多尺度图像分割。该方法能通过具有确定步数的迭代计算求解建立在 HMT 上的多尺度凸能量函数。在后验概率推理过程中满足一元与二元边缘分布一致性约束,从理论上保证了后验概率准确性。实验结果表明,该方法在处理典型工业制造过程中动态背景图像时,能够有效地从动态背景中将多尺度前景目标准确分割出来,为动态背景下多尺度目标分割提供一种有效方法。

参 考 文 献

- 1 Crouse M S, Nowak R D, Baraniuk R G. Wavelet-based statistical signal processing using hidden markov models [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(4): 886-902.
- 2 Choi H, Baraniuk R G. Multiscale image segmentation using wavelet-domain hidden markov models[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2001, 10(9): 1309-1321.
- 3 Signolle N, Revenu M, Plancoulaine B, et al.. Wavelet-based multiscale texture segmentation: application to stromal compartment characterization on virtual slides [J]. Signal Processing, 2010, 90(8): 2412-2422.
- 4 Sun Qiang, Jiao Licheng, Hou Biao. Remotely sensed image

在计算代价方面,每个子树自上而下和自下而

- segmentation based on the wavelet-domain HMTseg algorithm with adaptive fusion mechanism [J]. Journal of Xidian University, 2007, 34(6): 853–858.
- 孙强, 焦李成, 侯彪. 基于子波域自适应融合 HMTseg 算法的遥感图像分割[J]. 西安电子科技大学学报, 2007, 34(6): 853–858.
- 5 Ye Z, Lu C C. Wavelet-based Unsupervised SAR Image Segmentation Using Hidden Markov Tree Models[C]. Proc of 16th International Conference on Pattern Recognition Quebec City, Canada, 2002. 729–732.
- 6 Hou Biao, Liu Feng, Jiao Licheng, *et al.*. Image segmentation based on wavelet-domain hidden markov tree model[J]. Journal of Infrared and Millimeter Waves, 2009, 28(2): 156–160.
- 侯彪, 刘风, 焦李成, 等. 基于小波域隐马尔科夫树模型的图像分割[J]. 红外与毫米波学报, 2009, 28(2): 156–160.
- 7 Chang S R, Carin L. A modified SPIHT algorithm for image coding with a joint MSE and classification distortion measure[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2006, 15(3): 713–725.
- 8 Zhou Y, Niu Z B, Wang C H. A Novel Approach to Detect Ship-radiated Signal Based on HMT[C]. Proc of 20th International Conference on Pattern Recognition. Istanbul, Turkey, 2010: 4601–4604.
- 9 Milone D H, Persia L E D, Torres M E. Denoising and recognition using hidden markov models with observation distributions modeled by hidden markov trees [J]. Pattern Recognition, 2010, 43(4): 1577–1589.
- 10 Spence C, Parra L C, Sajda P. Varying complexity in tree-structured image distribution models[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2006, 15(2): 319–330.
- 11 Dasgupta N, Runkle P, Couchman L, *et al.*. Dual hidden markov model for characterizing wavelet coefficients from multi-aspect scattering data[J]. Signal Processing, 2001, 81(6): 1303–1316.
- 12 Goossens B, Pizurica A, Philips W. Removal of correlated noise by modeling the signal of interest in the wavelet domain[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2009, 18(6): 1153–1165.
- 13 Rallabandi V R, Rallabandi V P S. Rotation-invariant texture retrieval using wavelet-based hidden markov trees [J]. Signal Processing, 2008, 88(10): 2593–2598.
- 14 Fan G L, Xia X G. A joint multicontext and multiscale approach to bayesian image segmentation[J]. IEEE Trans on Geoscience and Remote Sensing, 2001, 39(12): 2680–2688.
- 15 Dasgupta N, Carin L. Texture analysis with variational hidden markov trees[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2006, 54(6): 2352–2356.
- 16 Lefkimiatis S, Maragos P, Papandreou G. Bayesian inference on multiscale models for poisson intensity estimation: application to photon-limited image denoising [J]. IEEE Trans on Image Processing, 2009, 18(8): 1724–1741.
- 17 Romberg J K, Choi H, Baraniuk R G. Bayesian tree-structured image modeling using wavelet-domain hidden markov models[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2001, 10(7): 1056–1068.
- 18 Zhang Yinhui, He Zifen, Zhang Yunsheng, *et al.*. Global optimization of wavelet-domain hidden markov tree for image segmentation[J]. Pattern Recognition, 2011, 44(12): 2811–2818.
- 19 Sharon E, Galun M, Sharon D, *et al.*. Hierarchy and adaptivity in segmenting visual scenes[J]. Nature, 2006, 442(17): 810–813.