

非均匀混合调制光栅衍射效率计算方法及特性分析

何天博^{1,2} 巴音贺希格^{1*} 张善文¹ 李文昊¹ 唐玉国¹
(¹ 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)
² 中国科学院大学, 北京 100049

摘要 通过引入介电常数与吸收常数随膜层厚度非均匀变化函数来计算非理想调制轮廓体全息光栅的衍射效率, 分析其衍射特性。根据 Kamiya 严格的分层计算方法, 推导出了非均匀混合调制轮廓等非理想情况下的二阶耦合微分方程, 据此考察了吸收常数及其调制度变化时光栅各级次衍射光的衍射特性, 分析了衰减系数及相位-振幅光栅异相等因素对光栅角度选择性的影响, 给出光栅衍射效率对几何分层的响应程度。通过与 Kogelnik 和 Sabol 的计算方法对比, 进一步论证了严格算法的准确性。结果表明, 光栅衍射效率峰值随吸收常数、衰减系数及相位-振幅光栅之间相位差的变化而变化; 吸收调制度会小幅度增加效率峰值, 但因吸收常数的存在, 整体效率不高; 分层数对光栅角度选择性和角谱宽度影响较小, 分层数与衍射效率的收敛性表明取 20 层较好。该工作对非理想调制轮廓的体全息光栅衍射效率计算及其特性分析具有一定的参考价值。

关键词 光栅; 体全息光栅; 衍射特性; 混合调制; 衰减光栅

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.0809001

Calculation Method of Diffraction Efficiency and Characteristics of Non-Uniform Mixed Modulation Gratings

He Tianbo^{1,2} Bayanheshig¹ Zhang Shanwen¹ Li Wenhao¹ Tang Yuguo¹
(¹ Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China)
² University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract A method for calculating diffraction efficiencies of non-ideal volume phase holographic gratings is presented by introducing a function between modulation profiles and depths of gratings. By applying Kamiya rigorous delamination-calculation method, rigorous coupled-wave equation for the non-ideal conditions, such as mixed modulation and attenuated modulation profiles, is expressed. The diffraction characteristics of the phase gratings, mixed gratings, out-of-phase gratings and attenuated gratings are investigated. The response degree of diffraction efficiency to the numbers of sub-regions that have been divided is discussed. Comparing with Kogelnik theory and Sabol model, the accuracy of the algorithm is further demonstrated. The results show that, the peaks of diffraction efficiency change over average absorption constants, attenuated constants and the spatial dephasing between the absorption and phase gratings; absorption modulation causes a modest increase of the peak, but average absorption constants drag the efficiencies of the whole transmission orders. The effect of the numbers of sub-regions that have been divided on the angle selectivity and angular spectrum widths of the grating is small, but it decides the accuracy of the algorithm. The work have a certain reference value for calculating the efficiencies and analyzing the diffraction characteristics of the non-ideal modulation of volume holographic gratings.

收稿日期: 2013-12-19; **收到修改稿日期**: 2014-03-07

基金项目: 国家自然科学基金(61108032)、国家重大科学仪器设备开发专项(2011YQ120023)、吉林省科技发展计划项目(20126012)、长春市科技计划项目(Y3B43HU140)

作者简介: 何天博(1985—), 女, 博士研究生, 主要从事体位相全息光栅理论设计与制作工艺等方面的研究。

E-mail: hetianbo163@163.com

导师简介: 唐玉国(1967—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事光谱仪器及医用光谱技术等方面的研究。

E-mail: tangyg@yiliaoyiqi.com

* **通信联系人**。E-mail: bayin888@sina.com

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 www.opticsjournal.net

Key words gratings; volume phase holographic gratings; diffraction characteristics; mixed modulation; attenuated gratings

OCIS codes 050.2770; 050.1950; 050.7330

1 引言

体全息光栅(VPHG)因其具有衍射效率高、波长与角度选择性好和低噪声等特点,而被广泛应用于成像光谱仪器、波分解复用、脉冲展宽与压缩^[1-4]等领域。它是利用感光材料记录干涉条纹,经化学处理制作而成的。在其曝光过程中,感光物质发生光化学反应,不同空间位置的胶层吸收不同的光能量后,折射率和吸收系数会产生不同程度的周期性变化,当记录材料对记录光的吸收较大时,厚胶层内部常会出现调制度沿调制深度逐渐衰减现象^[5-6],即产生既有相位调制又有振幅调制的衰减轮廓光栅,这种未显影的潜像光栅也常被应用到二次曝光全息、特征识别和光学相位共轭^[7]中。如果这种衰减调制轮廓经显影后还会出现条纹面的弯曲与旋转^[8]等问题,将严重影响光栅的衍射特性。

对于这种衰减调制轮廓的非理想体全息光栅衍射特性的建模与分析,已有很多研究与报道,对分析衰减调制轮廓光栅的衍射特性具有重要的参考价值。Kamiya^[9]于1998年提出了一种严格的分层算法,可以用于解决因胶层膨胀或收缩导致的各胶层厚度和折射率变化的相位型光栅衍射效率计算问题。Neipp等^[10-11]利用光敏聚合物记录干涉条纹,发现在记录过程中沿记录材料厚度方向记录光存在衰减现象,故将介电常数表示成指数衰减形式,利用Moharam^[12]耦合波法分析衰减系数对光栅衍射特性的影响。Blaya等^[13]利用两波耦合方法分析了折射率衰减并弯曲轮廓光栅的衍射特性。Sabol等^[14]基于两波耦合微分方程,建立了衰减模型,用于分析由吸收引起的折射率调制度指数衰减分布光栅的衍射特性。对于既有相位又有振幅调制的混合调制光栅衍射效率计算方法^[15-19],目前都是采用Kogelnik耦合波法,如Guibelalde^[15]阐述了当吸收常数和折射率之间产生相位差时,衍射效率值取决于吸收调制度的大小,可见吸收调制度在衍射效率计算中的重要意义;Neipp等^[17-18]用具体实验证实了Guibelalde模型的正确性,同时也说明振幅光栅的存在;Fally等^[19]给出衍射±1级及0级光的角度选择性与折射率调制度、吸收调制度和两者相位差的关系,并首次利用干涉测量法对混合调制光栅进行了评价。虽然利用Kogelnik两波耦合方法可以直接计算混合调制光栅的衍射效率,但当折射率和吸

收常数调制轮廓在光束传播方向逐层衰减时,各层的膜厚需满足薄厚全息图的Q值条件^[20],且无法涵盖除±1级次外的高级次布拉格衍射情况。目前,关于利用严格耦合波法解决非均匀混合调制光栅衍射效率计算问题,以及利用同一程序实现对非均匀混合调制光栅衍射特性的分析,并没有相应报道。

鉴于此,为分析非均匀混合调制^[21-24]厚膜光栅衍射特性,本文以Kamiya分层计算方法为基础,提出一种既兼顾相位-振幅调制又引入衰减分布的异相光栅衍射效率计算方法——改进的严格耦合波法(M-RCWM)。重构衍射光振幅的二阶微分耦合波方程,利用分层解法给出混合调制衰减轮廓体全息光栅的衍射效率表达式,详细分析在混合调制轮廓出现衰减分布情况下,光栅衍射特性变化情况,讨论平均吸收常数、吸收调制度、衰减系数、相移量等参数对光栅衍射特性的影响。与Kogelnik法只针对混合调制光栅和Sabol法仅考虑衰减分布光栅相比,M-RCWM能够同时计算非均匀调制和混合调制光栅衍射效率分布,弥补了上述两种方法在同时解决两方面问题上的不足。并且,在分析高衍射级次光效率分布、不满足厚膜光栅条件以及偏离布拉格条件入射情况等方面,该方法也具有一定的优势,拓宽了严格算法的应用范围。

2 理论基础与计算方法

厚膜光栅在曝光过程中,光栅调制度较易出现沿条纹面方向分布不均的情况。衰减调制轮廓光栅内部结构如图1所示,产生倾斜条纹面的衰减调制光栅光栅矢量为 \mathbf{K} ,图中阴影部分表示干涉条纹处记录材料感光,材料硬度发生变化,其与干涉条纹分布相同。因曝光时胶层对入射光有吸收,故材料内部调制轮廓呈现逐层衰减分布。因胶层内部各空间位置的介电常数和吸收常数值都不相同,那么可将调制区域均分成G层,将第g层的介电常数与吸收常数分别表示为 $\epsilon_{2,g}$ 和 $\alpha_{2,g}$,设各层膜层厚度相同为 $d_{2,g}$,条纹面倾角为 $\varphi_{2,g}$,电磁波在光栅内传播可以用如下亥姆霍兹方程来描述:

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0, \quad (1)$$

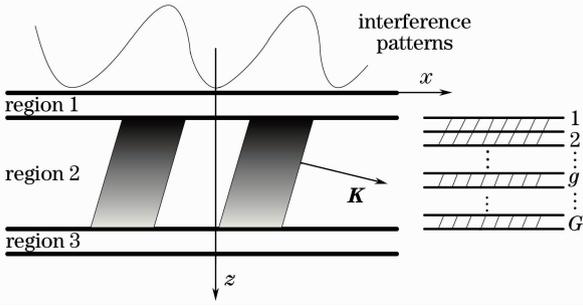


图1 衰减调制轮廓光栅内部结构示意图

Fig. 1 Schematic of the inner structure of grating with attenuated modulation profiles

式中 E 为各区域场振幅, k 为传播常数, 与相对介电

常数和介质电导率的空间调制有关。将电导率表示成吸收常数形式, 可得^[23]

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon - j\omega\mu\sigma = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \epsilon - j\frac{4\pi\bar{n}}{\lambda}\alpha, \quad (2)$$

式中 ω 为角频率, c 为真空中光速, μ 为自由空间磁导率, σ 为介质电导率, \bar{n} 为记录材料的平均折射率, ϵ 为相对介电常数, α 为吸收常数。

2.1 介电常数与吸收常数的空间分布

利用严格的分层计算方法^[9]解决非均匀混合调制轮廓体光栅衍射效率计算问题。首先给出体全息光栅的介电常数和吸收常数的空间调制, 在区域 2 内, 将第 g 层介电常数进行傅里叶展开, 得

$$\left\{ \begin{aligned} \epsilon_{2,g}(\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r}) &= \bar{\epsilon}_{2,g} + \sum_{h=1}^{\infty} [\Delta\epsilon_{c,2,g,h} \cos(h\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r}) + \Delta\epsilon_{s,2,g,h} \sin(h\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r})] = \\ &\bar{\epsilon}_{2,g} + \frac{1}{2} \sum_{h=1}^{\infty} [(\Delta\epsilon_{c,2,g,h} + j\Delta\epsilon_{s,2,g,h}) \exp(-jh\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r}) + \\ &(\Delta\epsilon_{c,2,g,h} - j\Delta\epsilon_{s,2,g,h}) \exp(jh\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r})] \\ \bar{\epsilon}_{2,g} &= \frac{1}{\Lambda_{2,g}} \int_0^{\Lambda_{2,g}} \epsilon_{2,g}(\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r} \\ \Delta\epsilon_{c,2,g,h} &= \frac{2}{\Lambda_{2,g}} \int_0^{\Lambda_{2,g}} \epsilon_{2,g}(\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r}) \cos(h\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r} \\ \Delta\epsilon_{s,2,g,h} &= \frac{2}{\Lambda_{2,g}} \int_0^{\Lambda_{2,g}} \epsilon_{2,g}(\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r}) \sin(h\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r}) d\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r}, h = 1, 2, \dots \end{aligned} \right. \quad (3)$$

式中 $\Lambda_{2,g}$ 为第 g 层的光栅周期, $\bar{\epsilon}_{2,g}$ 为平均介电常数, $\Delta\epsilon$ 为介电常数调制振幅的傅里叶系数, $\mathbf{K}_{2,g}$ 为第 g 层的光栅矢量, \mathbf{r} 为位置矢量, h 为谐波阶数。如果同时考虑相位调制和振幅调制, 那么在相位型与振幅型光栅之间产生相位差是不可避免的, 如铁电材料^[15]和卤化银乳胶^[18]。故将吸收常数分布表示为

$$\left\{ \begin{aligned} \alpha_{2,g}(\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r}) &= \bar{\alpha}_{2,g} + \sum_{h=1}^{\infty} \{ \Delta\alpha_{c,2,g,h} \cos[h(\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r} + \phi)] + \Delta\alpha_{s,2,g,h} \sin[h(\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r} + \phi)] \} = \\ &\bar{\alpha}_{2,g} + \frac{1}{2} \sum_{h=1}^{\infty} [(\Delta\alpha_{c,2,g,h} + j\Delta\alpha_{s,2,g,h}) \exp(-jh\phi) \exp(-jh\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r}) + \\ &(\Delta\alpha_{c,2,g,h} - j\Delta\alpha_{s,2,g,h}) \exp(jh\phi) \exp(jh\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r})], \end{aligned} \right. \quad (4)$$

式中 ϕ 为振幅光栅相对于相位光栅产生的相位漂移, $\bar{\alpha}_{2,g}$ 为平均吸收常数, $\Delta\alpha$ 吸收常数调制振幅的傅里叶系数。为了描述介电常数与吸收常数调制度的衰减程度, 不妨引入衰减系数 τ_{atte} , 此处设调制度沿膜厚方向 (z 轴) 以 e 指数形式衰减, 如

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta\epsilon_{2,g,h} &= \Delta\epsilon_{2,0,h} \exp(-\tau_{\text{atte}} \cdot z) = \Delta\epsilon_{2,0,h} \exp(-\tau_{\text{atte}} \sum_{g'=1}^g d_{2,g'}) \\ \Delta\alpha_{2,g,h} &= \Delta\alpha_{2,0,h} \exp(-\tau_{\text{atte}} \cdot z) = \Delta\alpha_{2,0,h} \exp(-\tau_{\text{atte}} \sum_{g'=1}^g d_{2,g'}) \end{aligned} \right. \quad (5)$$

式中 $\Delta\epsilon_{2,0,h}$ 与 $\Delta\alpha_{2,0,h}$ 为胶层表面介电常数与吸收常数调制度。未调制区域的介电常数和吸收常数为 $\epsilon_1, \epsilon_3, \alpha_1, \alpha_3$, 假设三个区域的磁导率都为自由空间的磁导率。

2.2 引入吸收常数调制度的二阶微分耦合波方程

对于解决平面光栅问题一般方法是找出波动方程的解, 然后匹配两个界面 ($z=0$ 和 $z=D$, 即区域 1, 2 的界面和区域 2, 3 的界面) 的切向电场和磁场来确定解微分方程时留下的未知常数。调制区域的场振幅表示为

$$E_{2,g} = \sum_{i=-\infty}^{\infty} S_{2,g,i}(z) \exp\{-j[\hat{\xi}_{2,g,i}(z - \sum_{g'=1}^{g-1} d_{2,g'}) + \beta_i x + \sum_{g'=1}^{g-1} \hat{\xi}_{2,g',i} d_{2,g'}]\}, \quad (6)$$

式中参数 $S_{2,g,i}$ 为衍射波振幅, 系数 $\beta_i, \hat{\xi}_{2,g,i}$ 的取值可参照文献[9]。

将 $E_{2,g}, \epsilon_{2,g}(\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r})$ 和 $\alpha_{2,g}(\mathbf{K}_{2,g} \cdot \mathbf{r})$ 代入(1)式, 可得到如下关于 $S_{2,g,i}(z)$ 的二阶微分方程:

$$\frac{d^2}{dz^2} S_{2,g,i}(z) - 2j\hat{\xi}_{2,g,i} \frac{d}{dz} S_{2,g,i}(z) + k_{2,g}^2 B_{2,g,i} S_{2,g,i}(z) + \frac{k_{2,g}^2}{2\bar{\epsilon}} \sum_{h=1}^{\infty} [(\Delta\epsilon_{c,2,g,h} + j\Delta\epsilon_{s,2,g,h}) S_{2,g,i-h}(z) + (\Delta\epsilon_{c,2,g,h} - j\Delta\epsilon_{s,2,g,h}) S_{2,g,i+h}(z)] -$$

$$jk_{2,g} \sum_{h=1}^{\infty} [(\Delta\alpha_{c,2,g,h} + j\Delta\alpha_{s,2,g,h}) \exp(-jh\phi) S_{2,g,i-h}(z) + (\Delta\alpha_{c,2,g,h} - j\Delta\alpha_{s,2,g,h}) \exp(jh\phi) S_{2,g,i+h}(z)] = 0, \quad (7)$$

式中 $B_{2,g,i} = [k_{2,g}^2 - 2jk_{2,g}\bar{\alpha}_{2,g} - (\xi_{2,g,i}^2 + \beta_i^2)]/k_{2,g}^2$ 表示为布拉格条件匹配参数, 这一数值越接近零, 入射光越接近满足布拉格条件入射, $k_{2,g} = \frac{2\pi n_{2,g}}{\lambda}$ 为区域 2 第 g 层的平均传播常数。利用分离变量法解(7)式微分方程, 得

$$\begin{bmatrix} S'_{2,g,i} \\ S''_{2,g,i} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} S_{2,g,i} \\ S'_{2,g,i} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

式中 \mathbf{A} 为系数矩阵。根据 Floquet 理论^[12], 得

$$S_{2,g,u(i),m}(z) = \sum_m \{C_{2,g,m} \omega_{2,g,u(i),m} \exp[q_{2,g,m}(z - \sum_{g'=1}^{g-1} d_{2,g'})]\}, \quad (9)$$

式中 $q_{2,g,m}$ 为矩阵 \mathbf{A} 的第 m 个特征值, $\omega_{2,g,u(i),m}$ 表示由特征向量组成的 ω 矩阵的第 $u(i)$ 列的第 m 元素, 系数 $C_{2,g,m}$ 是由边界条件决定的未知常数。根据 Kamiya 给出的边界条件解出 $C_{2,g,m}$, 代入 $S_{2,g,i}(z)$ 表达式中, 得到反射区域和透射区域的衍射效率为

$$\begin{cases} \eta_{1,i} = \frac{\hat{\xi}_{1,i}}{\hat{\xi}_{1,0}} S_{2,1,i}(0) S_{2,1,i}^*(0) \\ \eta_{3,i} = \frac{\hat{\xi}_{3,i}}{\hat{\xi}_{1,0}} S_{2,G,i}(D) S_{2,G,i}^*(D) \end{cases}, \quad (10)$$

式中 $\xi_{l,i} (l=1,3)$ 为区域 1 和 3 第 i 级次的场振幅表达式中 z 项系数。若吸收常数不为零, 则有 $\sum_i (\eta_{1,i} + \eta_{3,i}) < 1$ 成立。

3 计算结果与方法对比

以图 2(a) 给定的光栅为例, 根据第 2 节的计算方法, 使用 Matlab 编写计算程序, 并与 Kogelnik 耦合波法和 Sabol 模型进行方法对比。图 2(a) 中区域 2 为记录材料, 区域 1 为空气, 3 为玻璃基片。设光

栅条纹沿 y 轴方向, 并且均匀分布, 图中只取 $x-z$ 平面, 光栅布拉格面倾角为 φ , 胶层总厚度为 D , 光栅周期为 Λ 。当振幅光栅与相位光栅产生相位漂移时, 胶层内部结构示意图如图 2(b) 所示。计算时, 取入射波长为 500 nm, 设记录材料平均介电常数 $\bar{\epsilon} = 2.25$, 需要注意的是, 当计算密封光栅衍射效率时, 只需将区域 1 的折射率取为盖板折射率即可, 不影响其在空气中的入射角度, 效率峰值会发生略微变化^[10]。

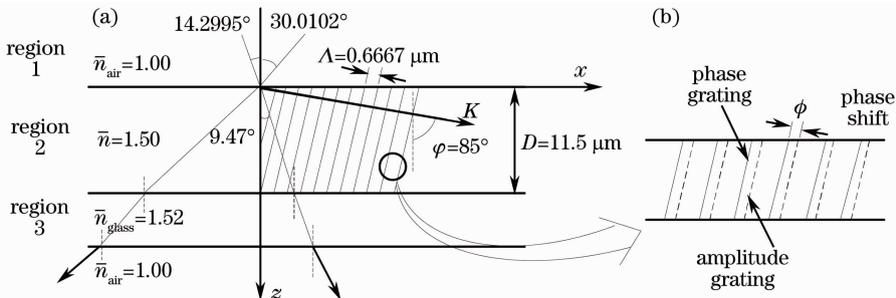


图 2 体全息光栅计算模型

Fig. 2 Model of VPHG used in the calculations

3.1 与 Kogelnik 耦合波法计算正弦混合调制光栅衍射效率的结果对比

为验证 M-RCWM 计算混合调制轮廓光栅衍射效率的准确性,将其与 Kogelnik 耦合波法比较,结果如图 3 所示。因利用 Kogelnik 法只能计算 ± 1 级衍射光的效率分布,故只取 $+1$ 级透射效率。图 3 中实线为 Kogelnik 耦合波法计算得到的光栅衍射效率曲线,所取参数参照图 2(a),取 $\Delta n = \Delta \epsilon / 2\bar{n} = 0.008/3$,其中吸收常数表示为记录介质对入射光的吸收程度,计算时采用 $\bar{\alpha} = \Delta \alpha = 0.008 \mu\text{m}^{-1}$ 。图中虚线为利用 M-RCWM 得到的效率曲线。可见,对于解决理想的 ± 1 级次布拉格衍射混合调制光栅衍射效率问题,上述修正的严格计算方法与 Kogelnik 法计算的效率分布曲线几乎完全重合,只是旁瓣稍有偏差。但在厚膜光栅曝光过程中,因吸收常数的存在,调制度沿调制深度逐渐衰减,胶层内部各空间位置的调制度呈非均匀分布,对于这种情况,Sabol 等^[14]提出了调制度非均匀分布透射光栅的效率计算方法。

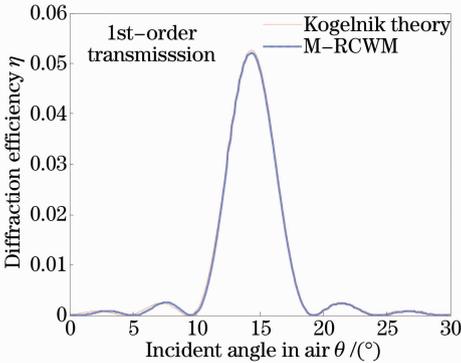


图 3 M-RCWM 与 Kogelnik 耦合波法计算结果对比

Fig. 3 Simulation result comparison of M-RCWM and Kogelnik theory

3.2 与 Sabol 模型计算调制度衰减轮廓光栅衍射效率的结果对比

因 Kogelnik 法无法计算调制度衰减的情况,故 Sabol 将均匀光栅的两波耦合方程中折射率调制度表示成二次多项式形式,进而得到调制度非均匀情况下的耦合波方程,见文献^[14]。本文利用图 2(a)所示的光栅结构,将 M-RCWM 与 Sabol 模型比较,结果如图 4 所示。但在 Sabol 模型中只给出折射率调制轮廓,故在计算时将吸收系数取为 0,衰减系数 τ_{attc} 取为 0.01。由图 4 可知,利用两种方法得到的结果相近,M-RCWM 能够用来计算衰减调制结构光栅的衍射效率分布,曲线旁瓣出现的略微偏差主要源于严格耦合波和双波耦合理论两种方法计算误

差及程序的计算误差。

虽然 Sabol 模型计算相位调制非均匀分布光栅衍射效率的方法相对简单,程序编写相对简便,但同时解决混合且非均匀调制结构的光栅衍射效率计算问题,由两次对比结果可知 M-RCWM 是有效的。并且上述两种方法仅针对 ± 1 级次布拉格衍射情况,M-RCWM 也可用来分析高衍射级次光效率分布情况、偏离布拉格条件入射情况,程序编写可参考文献^[10,12]。

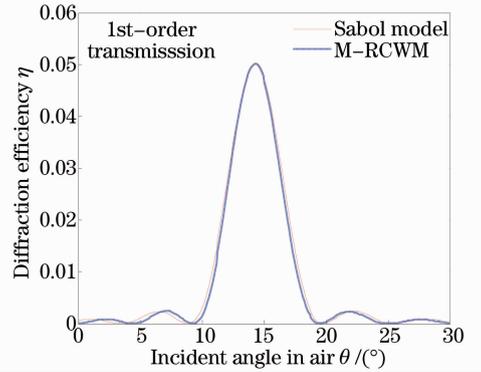


图 4 M-RCWM 与 Sabol 模型计算结果对比

Fig. 4 Simulation result comparison of M-RCWM and Sabol model

4 衍射特性分析

4.1 正弦混合调制体全息光栅

根据 M-RCWM,讨论图 2 所示光栅结构的角速度选择特性。对于正弦介电常数调制轮廓的理想光栅,不考虑吸收常数的情况下,令 $G=1$,平均介电常数 $\bar{\epsilon} = 2.25$,平均吸收常数 $\bar{\alpha} = 0$,取介电常数调制振幅为 $\Delta \epsilon_{c,2,1} = 0.008$,得到各个级次的衍射效率曲线如图 5 中实线所示。在体全息光栅曝光过程中,随着记录材料对记录光吸收的增加,记录材料内部难免出现吸收常数调制^[24],形成吸收常数与介电常数混合调制轮廓光栅^[25-27]。当引入吸收常数调制时,对于相位-振幅光栅衍射效率随入射角度变化情况如图 5 中虚线所示, $\bar{\epsilon} = 2.25$, $\bar{\alpha} = 0.008 \mu\text{m}^{-1}$, $\Delta \epsilon_{c,2,1} = 0.008$, $\Delta \alpha_{c,2,1} = \bar{\alpha}$,应当指出的是,计算时需要考虑一些常用的记录材料相对容易达到的参数取值^[25,27]。由两曲线对比可知,当引入吸收常数时,光束透射率降低,令各级衍射光效率整体下降,但效率曲线形状变化不大。

众所周知,光栅的衍射效率会随着平均吸收常数的增大而减小,那么当平均吸收常数为定值,引入的吸收调制度变化对 $+1$ 级效率曲线的影响如图

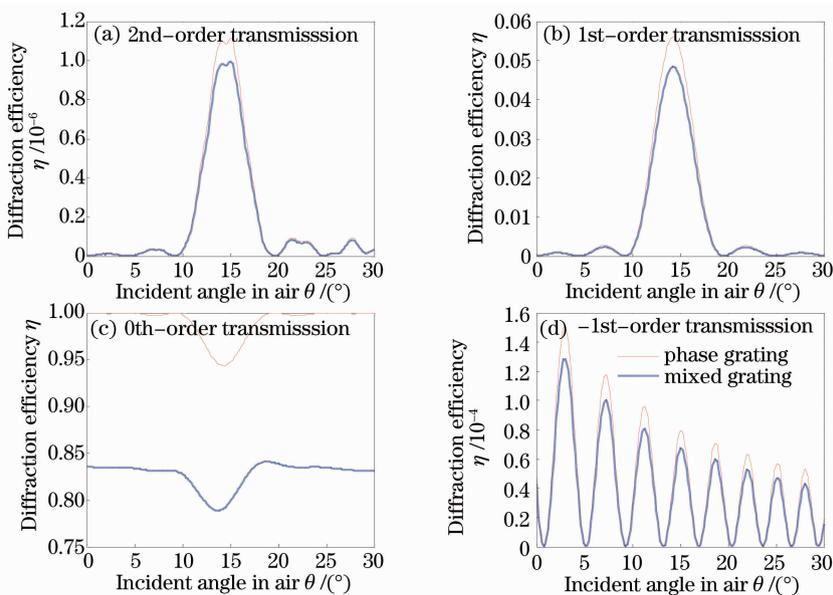


图 5 介电常数调制与混合调制轮廓光栅衍射效率曲线

Fig. 5 Diffraction efficiency curves of the permittivity and the mixed modulation profile gratings

6(a)所示,可以发现,衍射效率随吸收调制度值增大而增大,此时 $\Delta\epsilon_{c,2,1} = 0$,为了便于观察,图 6 中取 $\bar{\alpha} = 0.02 \mu\text{m}^{-1}$, $\Delta\alpha_{c,2,1}$ 是吸收常数一阶调制振幅,必然有 $\Delta\alpha \leq \bar{\alpha}$ 成立。然而吸收调制度并不能无限的增大,这是振幅光栅衍射效率低的主要原因,记录材料内部往往会出现介电常数的变化,所以图 6(b)给出了介电常数调制对效率的影响情况。图 6(b)虚线表示当介电常数调制度为零,吸收调制度为 $\Delta\alpha_{c,2,1} = \bar{\alpha}$,即仅存在吸收调制时的效率曲线。可以

看出,相比于图 6(a),介电常数调制度对衍射效率值的增大贡献较大,且增加速度也较快。那么可将曝光过程理解为启动曝光时,记录材料吸收记录光,吸收调制度增加^[21],但随着曝光进行,曝光区域的记录介质内部结构逐渐发生变化,介电常数调制轮廓逐渐明显,衍射效率随之增大,即由吸收调制逐渐转化为介电常数调制,故产生介电常数与吸收光栅并存的现象。

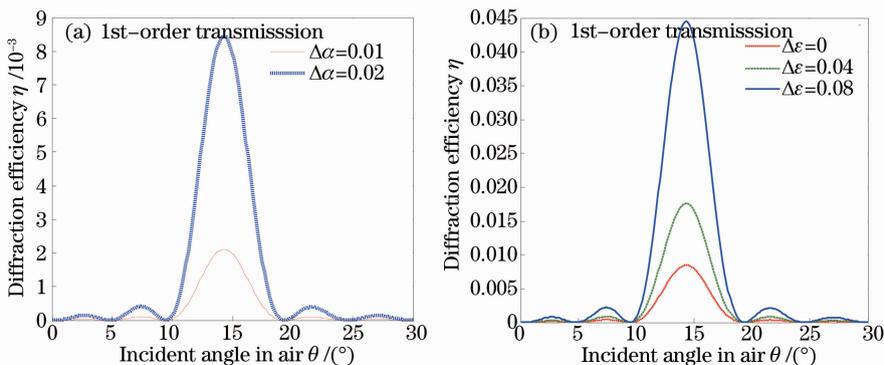


图 6 吸收调制度与介电常数调制度对效率曲线的影响

Fig. 6 Influences of absorption modulation and permittivity modulation on the diffraction efficiency

4.2 非均匀混合调制轮廓体全息光栅

4.1 节是基于混合调制轮廓,但是由于在记录体全息光栅时,针对的是膜层较厚的记录材料,在记录过程中由于平均吸收常数的存在,调制度往往出现衰减分布,即胶层内部调制度分布不均匀,此时可以将膜层分区讨论,如图 1 所示。将(5)式代入计算

程序,那么衰减调制轮廓光栅的衍射效率随入射角度的变化关系如图 7 所示,其中将 G 取为 20 层。值得注意的是,本文只是以(5)式为例讨论衰减调制轮廓光栅的衍射特性,编制的程序普适于计算在膜厚方向任意变化的调制轮廓光栅衍射效率。图 7(a)和(b)中取平均介电常数 $\bar{\epsilon} = 2.25$,平均吸收

常数 $\bar{\alpha} = 0.008 \mu\text{m}^{-1}$ 。对于正弦调制轮廓光栅,取调制度参数 $\Delta\epsilon_{2,0,1} = 0.008, \Delta\alpha_{2,0,1} = \bar{\alpha}$, 图中只取+2、+1级效率曲线,可见随着衰减系数的增大,各级次效率峰值逐渐降低。当所形成光栅的调制轮廓偏离理想的正弦调制,即(3)式中 $h \neq 1$ 时,图 7(c)和(d)给出高阶混合衰减调制光栅透射+2、+1级

的效率曲线,其中 $\Delta\epsilon_{2,0,2} = \Delta\epsilon_{2,0,1}/2, \Delta\alpha_{2,0,2} = \Delta\alpha_{2,0,1}/2$ 。相对于正弦调制光栅,当计入二阶调制项,+1级衍射效率曲线变化很小,但+2级衍射效率曲线差别很大。由图 7可以看出,对于计算满足一级布拉格条件的光栅衍射效率,高阶调制项对效率曲线的影响可以忽略不计。

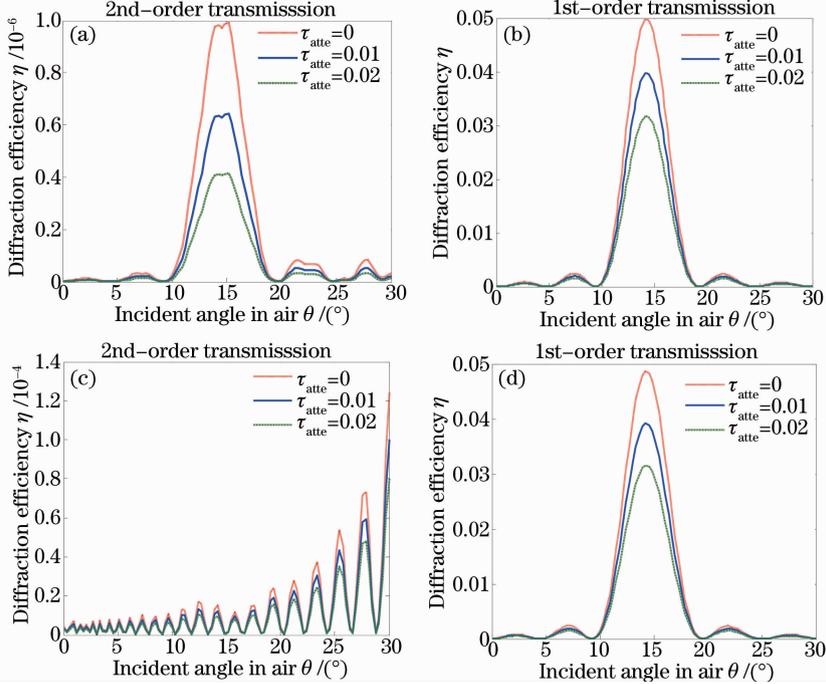


图 7 非均匀调制光栅衍射效率随入射角度变化关系。(a)、(b) 正弦调制；(c)、(d) 高阶调制

Fig. 7 Diffraction efficiency of attenuated modulation gratings versus incident angle. (a), (b) Sinusoidal modulation; (c), (d) higher-order modulation

4.3 相位与振幅光栅异相分析

对于某些记录材料在曝光或化学处理过程中产生的吸收调制光栅因某种原因(如感光剂扩散)相对于相位调制产生相位漂移,即存在的相位与振幅光栅异相,(4)式中 $\phi \neq 0$,此时调制轮廓如图 2(b)所示。这种相位漂移通常表现在满足 ± 1 级布拉格条件入射时,光栅一级衍射光效率不等^[18]或呈非对称分布^[16],利用图 2 的光栅模型模拟,结果如图 8 所示,其中图 8(a)、(b)为当相位与振幅光栅同相位,分别以两记录光再现时一级衍射光效率分布图,图 8(c)、(d)为当相位差取 $\frac{\pi}{2}$ 时,一级衍射光效率分布出现不等的情况。设监测光以布拉格角 14.3° 入射,那么不同 ϕ 值时衍射光各级次的效率曲线如图 9 所示,此时若定义沿 x 轴正向漂移,相位差取正,那么正级次衍射光效率分布为 $\eta_{\phi=-\pi/2} > \eta_{\phi=\pi/2}$,而负级次衍射光效率随相位差分布与其相反。可见相位差 ϕ 对光栅衍射效率影响较大,对于透射零级,两者相等,这与文献^[17]模拟结果是一致的。

4.4 几何分层对衍射效率曲线的影响

衍射效率曲线对光栅几何分层数的响应程度如图 10 所示,其中取平均介电常数 $\epsilon = 2.25$,平均吸收常数 $\bar{\alpha} = 0.008 \mu\text{m}^{-1}$,调制度参数 $\Delta\epsilon_{2,0,1} = 0.008, \Delta\alpha_{2,0,1} = \bar{\alpha}$ 。图 10(a)给出利用 M-RCWM 计算衍射效率的收敛性曲线,在计算上述衰减调制轮廓光栅的衍射效率时,将层数 G 取为 20;图 10(b)中给出 G 取不同值时衍射效率随入射角度的变化曲线,可见 G 的取值对光栅的角度选择性及角谱带宽没有影响,只是衍射效率大小稍有不同。在计算和分析过程中,所分层数越高,程序运行时间越长,但计算精度及收敛性越好^[28-29],通常希望用最少的分层数得到较准确的计算结果,并提高计算速度。通过观察图 10(a)中曲线,可以看出,曲线在 $G = 20$ 时已相对平缓,且 $G = 20$ 能够较好地描述给定光栅的衍射特性[图 10(b)],综合运算时间和计算精度,故在 4.2 节模拟时取 $G = 20$ 。

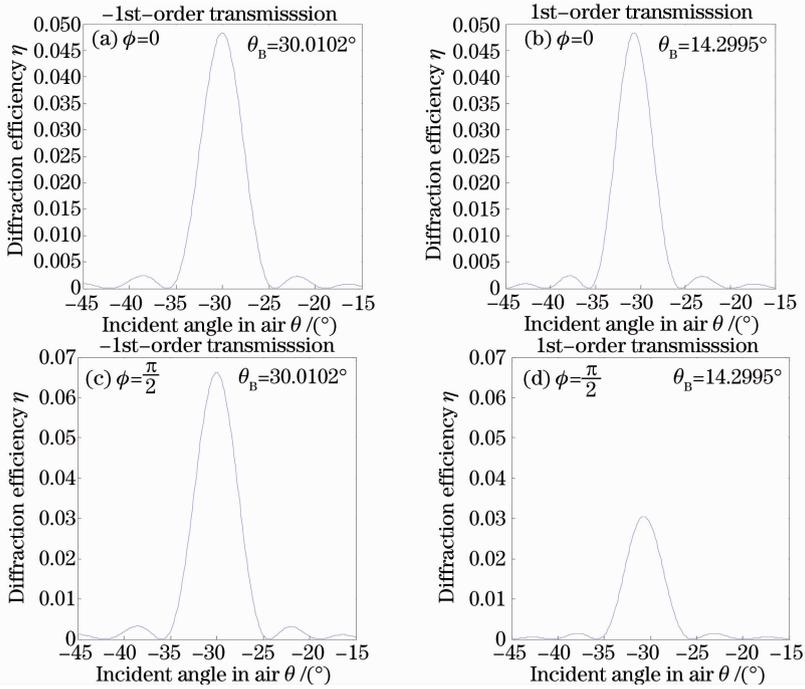


图 8 光栅±1级衍射光以其布拉格角入射时的效率

Fig. 8 Diffraction efficiencies for ± 1 orders of a grating at Bragg condition

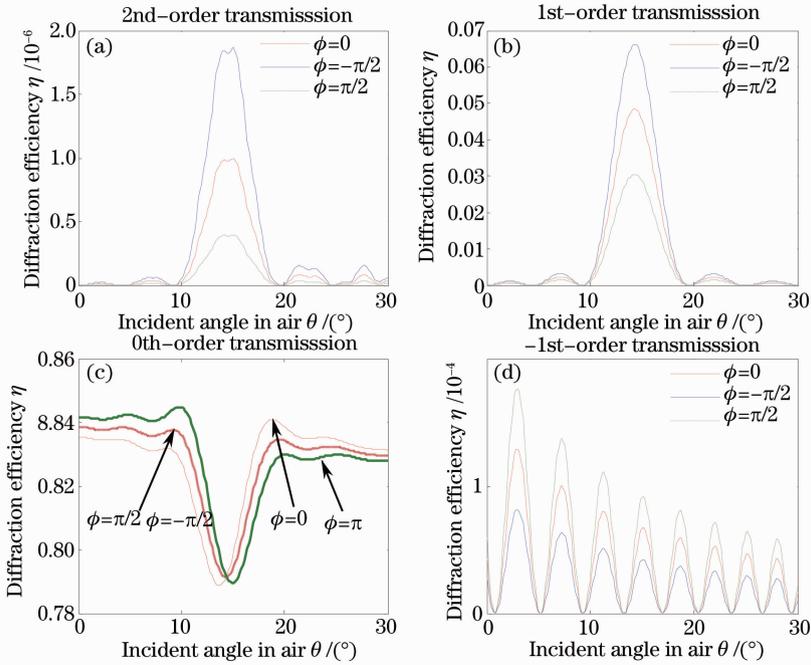


图 9 不同相位漂移量 ϕ 时的光栅衍射效率 ($\bar{\alpha} = \Delta\alpha = 0.008 \mu\text{m}^{-1}$, $\Delta\epsilon = 0.008$)

Fig. 9 Diffraction efficiencies with different phase difference ϕ ($\bar{\alpha} = \Delta\alpha = 0.008 \mu\text{m}^{-1}$, $\Delta\epsilon = 0.008$)

5 结 论

借助 Kamiya 分层理论, 针对记录材料在曝光过程中出现的混合调制衰减轮廓光栅, 推导得到修正的二阶微分耦合波方程, 详细分析了吸收常数及其调制度变化时光栅的衍射特性, 得到如下结论: 1)

光栅的衍射效率峰值随吸收常数和衰减系数的增大而逐渐减小, 高阶调制项的引入对满足一级布拉格条件的光栅衍射效率的计算结果影响较小, 可以忽略不计; 2) 实现利用严格的方法精确计算和分析相位-振幅光栅异相情况, 引入的相位漂移很大程度地决定了效率峰值的位置; 3) 用光栅几何分层数与衰

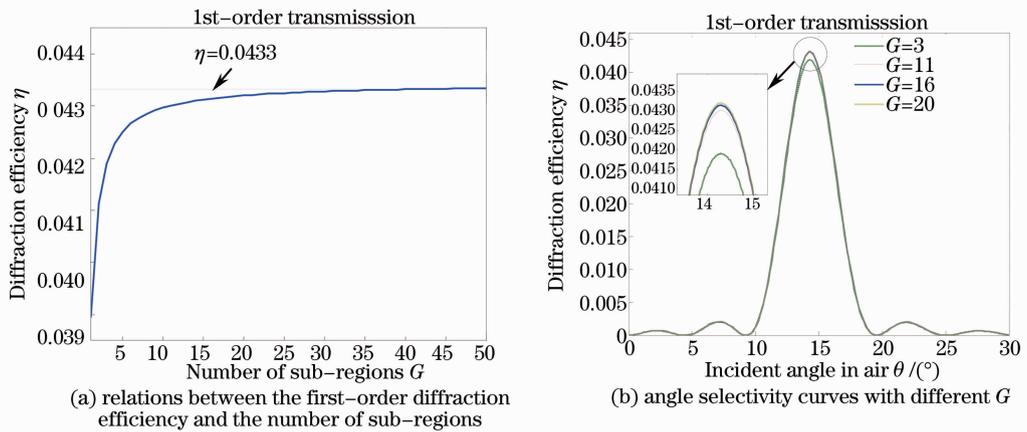


图 10 衍射特性随所取层数变化关系

Fig. 10 Relations between diffraction properties and the sub-regions

减系数共同表征了调制轮廓衰减情况,层数的选取对体全息光栅的角度选择性及角谱带宽影响很小,通过分析层数与衍射效率的收敛性,选取 20 层;4) 推导的 M-RCWM 法分别与 Kogelnik 耦合波法计算混合调制光栅、Sabol 模型计算衰减调制光栅衍射效率得到的结果相比,不仅具有较好的一致性和准确性,而且能够弥补 Kogelnik 与 Sabol 在同时计算两种类型光栅效率方面的不足。提出的修正严格分层算法能够精确计算多种非理想光栅的衍射效率分布,同时解决在曝光及化学处理过程中经常出现的调制轮廓逐层衰减分布、正弦及高阶混合调制轮廓及相位-振幅光栅异相问题,这对于非理想光栅衍射特性的分析具有一定的应用价值。

参 考 文 献

- 1 J A Arnsa, W S Colburna, S C Bardenb. Volume phase gratings for spectroscopy, ultrafast laser compressors, and wavelength division multiplexing[C]. SPIE, 1999, 3779; 313-323.
- 2 Yan Xiaoyuan, Yan Xiaona, Dai Ye, *et al.*. Generation of femtosecond double pulses by two-layer volume holographic grating [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(12): 1205003.
闫晓媛, 阎晓娜, 戴 晔, 等. 利用双层体光栅产生飞秒双脉冲 [J]. 光学学报, 2013, 33(12): 1205003.
- 3 He Tianbo, Bayanheshig, Li Wenhao, *et al.*. Integration design and diffraction characteristics analysis of prism-grating-prism[J]. Spectroscopy and Spectral Analysis, 2014, 34(1): 297-284.
何天博, 巴音贺希格, 李文昊, 等. 棱镜-光栅-棱镜分光模块整体化设计及衍射特性分析[J]. 光谱学与光谱分析, 2014, 34(1): 297-284.
- 4 Lin Lin, Wan Yuhong, Chen Hao, *et al.*. Depth selectivity of aperiodic volume grating in holographic imaging system[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(4): 0409003.
林 琳, 万玉红, 陈 昊, 等. 体全息成像系统中非周期体光栅的深度选择性研究[J]. 光学学报, 2012, 32(4): 0409003.
- 5 N Uchida. Calculation of diffraction efficiency in hologram gratings attenuated along the direction perpendicular to the grating vector[J]. Journal of Optical Society of America, 1973, 63(3): 280-286.
- 6 He Tianbo, Bayanheshig, Qi Xiangdong, *et al.*. Diffraction

- characteristic analysis of reflection volume holographic gratings at non-uniform swelling or shrinking[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(2): 0209018.
- 何天博, 巴音贺希格, 齐向东, 等. 非均匀膨胀与收缩下反射体全息光栅衍射特性分析[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209018.
- 7 S Calixto, R A Lessard. Real-time holography with undeveloped dichromated gelatin films[J]. Appl Opt, 1984, 23(12): 1989-1994.
- 8 A Beléndez, I Pascual, A Fimia. Model for analyzing the effects of processing on recording material in thick holograms [J]. Journal of Optical Society of America A, 1992, 9(7): 1214-1223.
- 9 N Kamiya. Rigorous coupled-wave analysis for practical planar dielectric gratings: 1. thickness-changed holograms and some characteristics of diffraction efficiency[J]. Appl Opt, 1998, 37(25): 5843-5853.
- 10 C Neipp, J T Sheridan, S Gallego, *et al.*. Effect of a depth attenuated refractive index profile in the angular responses of the efficiency of higher orders in volume gratings recorded in a PVA/acrylamide photopolymer [J]. Opt Commun, 2004, 233(4): 311-322.
- 11 S Gallego, M Ortuño, C Neipp, *et al.*. Depth attenuated refractive index profiles in holographic gratings recorded in photopolymer materials[C]. SPIE, 2004, 5456; 449-459.
- 12 M G Moharam, E B Grann, D A Pommet, *et al.*. Formulation for stable and efficient implementation of the rigorous coupled-wave analysis of binary gratings[J]. Journal of Optical Society of America A, 1995, 12(5): 1068-1076.
- 13 S Blaya, P Acebal, L Carretero, *et al.*. An explanation for the non-uniform grating effects during recording of diffraction gratings in photopolymers[J]. Opt Express, 2010, 18(2): 799-808.
- 14 D Sabol, M R Gleesona, J T Sheridan. Extracting parameters from slanted non-uniform gratings recorded in photopolymer. Part I: Theoretical derivations[J]. Optik, 2013, 124(7): 590-606.
- 15 E Guibelalde. Coupled wave analysis for out-of-phase mixed thick hologram gratings[J]. Optical and Quantum Electronics, 1984, 16(2): 173-178.
- 16 L Carretero, R F Madrigal, A Fimia, *et al.*. Study of angular responses of mixed amplitude-phase holographic gratings: shifted Borrmann effect[J]. Opt Lett, 2001, 26(11): 786-788.
- 17 C Neipp, C Pascual, A Beléndez. Experimental evidence of mixed grating in volume holograms[J]. Opt Express, 2002, 10(23): 1374-1383.

- 18 C Neipp, C Pascual, A Beléndez. Mixed phase-amplitude holographic gratings recorded in bleached silver halide materials [J]. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 2002, 35(10): 957—967.
- 19 M Fally, M A Ellabban, I D Olenik. Out-of-phase mixed holographic gratings: a quantitative analysis [J]. *Opt Express*, 2008, 16(9): 6528—6536.
- 20 T K Gaylord, M G Moharam. Thin and thick gratings; terminology clarification [J]. *Appl Opt*, 1981, 20(19): 3271—3273.
- 21 J C Newell, L Solymar, A A Ward. Holograms in dichromated gelatin: real-time effects [J]. *Appl Opt*, 1985, 24(24): 4460—4466.
- 22 Yeung Lak Lee, Chong Hoon Kwak, Jin Hyuk Kwon, *et al.*. Observation of a fast-formed absorption grating and a slowly formed phase grating in undeveloped dichromated gelatin [J]. *Appl Opt*, 2001, 40(22): 3635—3639.
- 23 H Kogelnik. Coupled wave theory for thick hologram gratings [J]. *Bell Syst Tech J* 1969, 48(9): 2909—2947.
- 24 S K Case, R Alferness. Index modulation and spatial harmonic generation in dichromated gelatin films [J]. *Appl Phys*, 1976, 10(11): 41—51.
- 25 Zhou Haixian, Cheng Yunfang. *Holographic Optics—Design, Manufacturing and Application* [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2006. 223—270
- 周海宪, 程云芳. *全息光学——设计、制造和应用* [M]. 北京: 化学工业出版社, 2006. 223—270.
- 26 C Neipp, C Pascual, A Márquez, *et al.*. Comparison of electromagnetic theories to predict the efficiencies of the different orders inside a volume grating [C]. *SPIE*, 2004, 5456: 439—448.
- 27 H M Smith. *Holographic Recording Materials* [M]. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 1977.
- 28 Zhou Chuanhong, Wang Lei, Wang Zhiheng, *et al.*. Approaches to improve the calculating convergence of grating diffraction [J]. *Acta Physica Sinica*, 2001, 50(6): 1046—1051.
- 周传宏, 王磊, 王植恒, 等. 提高光栅衍射计算收敛性的途径 [J]. *物理学报*, 2001, 50(6): 1046—1051.
- 29 Zhang Shanwen, Bayanheshig. The kernel functions simplification and its characteristic analysis in integral theory of diffraction gratings [J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, 57(6): 3486—3493.
- 张善文, 巴音贺希格. 衍射光栅积分理论中核函数的简化及其特性分析 [J]. *物理学报*, 2008, 57(6): 3486—3493.

栏目编辑: 史 敏