

小波函数频域旁瓣对三维重建效果影响研究

许罗鹏^{1,2} 但有全¹ 安 康¹ 杨繁荣¹ 王骁鹏² 陈 渝² 王清远²

(¹ 中国民用航空飞行学院计算机学院, 四川 广汉 618307)
(² 四川大学空天科学与工程学院, 四川 成都 610064)

摘要 利用连续小波变换实现三维重建过程中,其重建效果往往取决于小波函数的选择。小波函数在空域和频域的表现,决定着数据处理的效率和效果。不同的小波函数自身具有不同的表现,其频域部分往往有不同的旁瓣产生。讨论了复 Gauss 系列小波频域旁瓣对三维面形重建的影响,计算得到复 Gauss 小波随微分阶数增加其旁瓣有变小的趋势,理论分析和实验结果均得到其局部分析能力呈趋好的规律。通过引入复 Morlet 小波和 Mexican hat 小波函数,进一步验证了频域旁瓣对重建效果的规律性影响,实验结果与理论分析吻合较好。

关键词 傅里叶光学;连续小波变换;三维重建;小波函数;复 Gauss 系列小波;频域旁瓣

中图分类号 O438 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.0708005

Impact of Wavelet Function Frequency Sidelobe on the Effect of Three-Dimensional Reconstruction

Xu Luopeng^{1,2} Dan Youquan¹ An Kang¹ Yang Fanrong¹ Wang Xiaopeng²
Chen Yu² Wang Qingyuan²

(¹ Computer School, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan, Sichuan 618307, China)
(² School of Aeronautics and Astronautics, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)

Abstract Based on continuous wavelet transform (CWT) in three-dimensional surface reconstruction, the result of reconstruction often depends on the choice of wavelet function. The performance of wavelet function's spatial and frequency domain determines the efficiency and effectiveness of data process. Different wavelet function itself has different performance, which usually exits different sidelobes in frequency domain. This paper discusses the impact of complex Gauss series wavelets' frequency sidelobes in three-dimensional shape reconstruction. The calculation results show that frequency sidelobes have a smaller trend with the increase order of complex Gauss wavelet function differential. Meanwhile, theoretical analysis and experiments give the same results in local analysis abilities. In order to illustrate the frequency sidelobe question, complex Morlet wavelet and Mexican hat wavelet function are used to verify this regularity. The experimental results agree well with the theoretical analysis.

Key words Fourier optics; continuous wavelet transform (CWT); three-dimensional shape reconstruction; wavelet function; complex Gauss series wavelets; frequency sidelobe

OCIS codes 100.5070; 110.6880; 120.2650; 120.5050; 120.6650

1 引 言

在信号分析过程中,当输入信号频率较低时,通常要求滤波窗时窗较宽而频窗较窄,从而获得较高的频域分辨率;当对频率较高的信号进行处理时,通

常要求滤波窗时窗较窄而频窗较宽,由此获得较好的空域分辨率。三维面形测量领域同样存在滤波的问题,传统的测量方法,如傅里叶变换^[1-2]和窗口傅里叶变换^[3-5]在进行数据分析时均不能满足变换窗

收稿日期: 2013-12-24; **收到修改稿日期**: 2014-02-24

基金项目: 国家自然科学基金委员会与中国民用航空局联合资助项目(61079023)、中国民航飞行学院青年基金(XM0853)

作者简介: 许罗鹏(1983—),男,博士研究生,讲师,主要从事光信息处理和三维测量,飞行器结构疲劳、断裂、损伤分析等方面的研究。E-mail: xuluopeng@126.com

导师简介: 王清远(1965—),男,教授,博士生导师,主要从事材料及结构疲劳行为等方面的研究。

E-mail: wangqy @scu.edu.cn

口随信号变化达到实时测量的要求,测量时变信息存在劣势。而小波变换方法^[6-10]可随输入信号的变化而改变小波函数在空域和频域尺寸的大小,进而寻找最佳匹配,具有多分辨率的特点。

利用小波变换实现三维面形重建,小波函数的选择在提升计算效率和计算精度方面至关重要。Munther 等^[11]讨论了 Paul、Shannon、b-spline、Gaussian、Morlet 等小波函数在受到不同程度白噪声影响下的表现。周翔等^[12]实现了实 Molet 小波和实 Mexican-hat 小波的三维测量, Li 等^[13-14]将该小波函数应用至二维实小波变换,均有较好重建效果。文献^[15-16]分别对复小波函数和实 Gauss 小波函数在三维面形测量问题展开讨论,并在文献^[17]中基于小波变换的工作原理探讨小波函数的选择方法。上述文献缺乏小波函数自身性质对重建效果影响作用的讨论。

从与不同小波函数的比较中发现, Gauss 小波函数有较好的自身表现和较为优秀的三维重建表现^[11,15-17]。 Gauss 小波函数是多种小波函数的构造小波^[16],如 Gabor 小波、Morlet 小波和 DOG 小波等均由 Gauss 小波函数构造而成, Mexican-hat 小波是由 Gauss 小波的二阶导数构造。 Gauss 小波作为几种小波函数的初始函数,其性质在某种程度上会影响或者决定构造小波的特性,对其研究有助于深入了解 Gauss 小波和构造小波函数的性质。频域旁瓣在小波函数中普遍存在^[15],研究其对三维重建效果的影响,可以从本质上了解小波函数在三维重建中的作用,为小波函数的研究提供有益参考。本文针对复 Gauss 小波频域旁瓣对三维重建所产生的影响展开讨论。研究表明,复 Gauss 系列小波随微分阶数增加其旁瓣有变小的趋势,引入复 Morlet 小波和 Mexican hat 小波函数进一步验证了频域旁瓣对重建效果的规律性影响。

2 理 论

2.1 小波变换轮廓术

测量光路如图 1 所示, P_1, I_2 分别表示投影系统的出瞳和成像系统的入瞳,两者在同一平面且之间的距离为 d, I_2 到参考平面的垂直距离 $\overline{I_2O} = L_0$, 物面上任一点 H 与参考平面的距离为 $h(x, y)$ 。 投射光栅条纹经被测物体调制后, CCD 获得的变形光场可表示为

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)], \quad (1)$$

式中 $a(x, y)$ 为背景光场, $b(x, y)$ 为反射率, f_0 为投影光栅的基频, $\phi(x, y)$ 为物体高度分布 $h(x, y)$ 引起的调制相位。

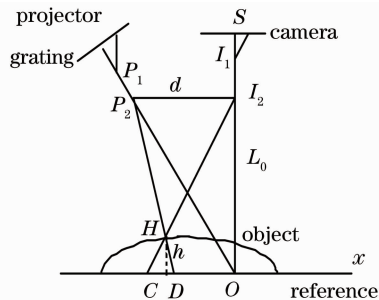


图 1 测量系统光路图

Fig. 1 Schematic diagram of optical path

若 $g(x, y)$ 在正弦条纹结构方向的一维分布为 $g(x)$, 利用复小波函数沿该方向作一维小波变换, 连续小波变换系数 $W_g(a, b)$ 的空域表达式为

$$W_g(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \bar{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt = \frac{1}{\sqrt{a}} \langle g(x), \bar{\psi}_{a,b}(x) \rangle, \quad (2)$$

其频域表达式为

$$W_g(a, b) = \frac{\sqrt{a}}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) \bar{\psi}(a\omega) \exp(j\omega b) d\omega. \quad (3)$$

(2) 式中 $\bar{\Psi}(x)$ 为母小波函数 $\psi(x)$ 的复共轭, 对母小波伸缩平移可得到小波序列 $\psi_{a,b}(x)$, (3) 式中 $g(\omega)$ 和 $\psi(\omega)$ 分别表示 $g(x)$ 和 $\psi(x)$ 的傅里叶变换; a 为伸缩因子, 其作用是将母小波函数 $\psi(x)$ 伸缩, a 愈大 $\psi(x/a)$ 愈宽, 反之亦然; b 为平移因子, 确定小波函数 $\psi(x)$ 的中心。通过对 a 和 b 的控制, 调整小波序列 $\psi_{a,b}(x)$ 在空域和频域的表现使其与被测信号相匹配, 实现对被测信号的多分辨率测量。

沿尺度轴方向, 小波变换系数模值最大值的连线定义为小波“脊”^[18]。“脊”处的虚部包含有测量物体的相位信息, 由此得到变形光栅和参考平面的相位信息 $\phi(x, y)$ 和 $\phi_0(x, y)$, 将两者相减, 即可得到由物体高度调制的相位信息

$$\Delta\phi(x, y) = \phi(x, y) - \phi_0(x, y). \quad (4)$$

在远心光路条件下, 考虑到实际测量中 $L_0 \ll h(x, y)$, 被测物体的相位与高度分布关系为

$$\Delta\phi(x, y) = -2\pi f_0 dh(x, y)/L_0, \quad (5)$$

式中 L_0, d 都为结构参量。

2.2 复 Gauss 系列小波函数特征

复 Gauss 母小波的函数表达式^[19]为

$$C_{\text{gau}}(x) = C_n \cdot \text{diff}[\exp(-ix) \cdot \exp(-x^2), n], \quad (6)$$

式中 C_n 为常数, $\text{diff}(\cdot)$ 表示对变量进行微分, n 表示微分阶数, 不同阶数代表不同的小波函数。在 Matlab 计算机应用程序里, 复 Gauss 系列小波通常用 $\text{Cgau}(N)$ 表示, 例如: 复 Gauss 小波函数的四阶

微分可表示为 $\text{Cgau}(4)$ 。取复 Gauss 母小波函数的 1~6 阶微分, 分别画出它们的实部和虚部, 如图 2 所示。图 3 中用不同形状的线画出不同小波函数的频域表现。

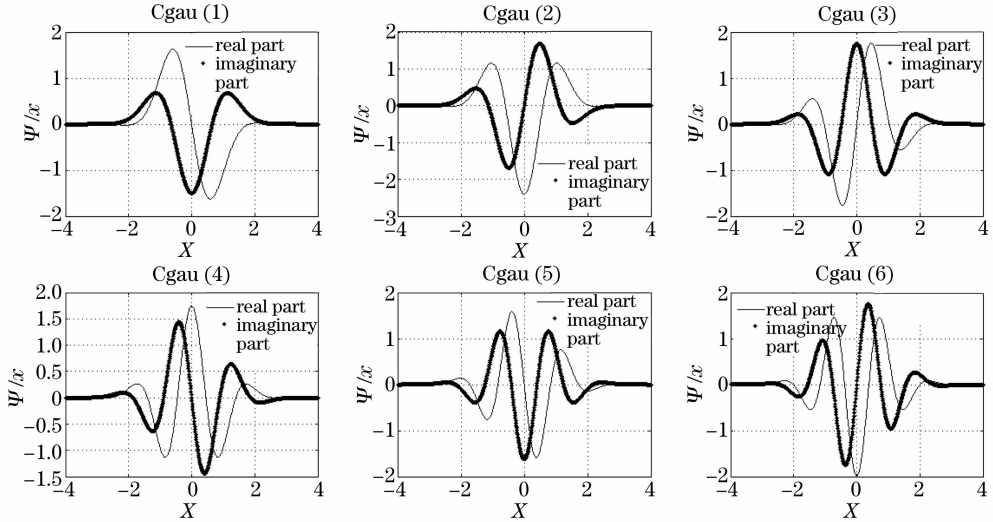


图 2 复 Gauss 小波函数空域分布

Fig. 2 Complex Gauss wavelets in spatial domain

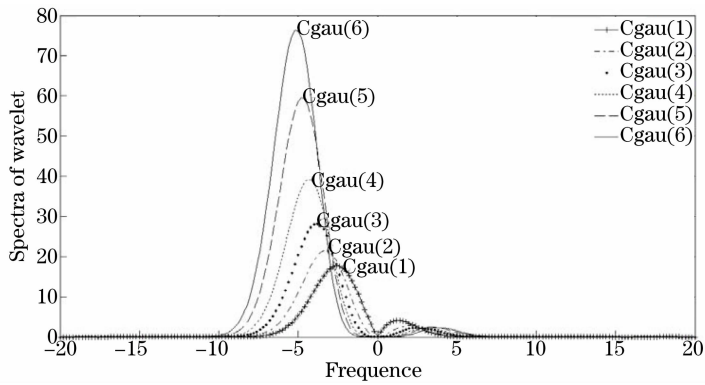


图 3 复 Gauss 小波函数频域分布

Fig. 3 Complex Gauss wavelets in frequency domain

由图 2 可看出, 复 Gauss 系列小波函数均具有一定的震荡性和光滑性, 且随着微分阶数的增加, 其空域震荡性更加明显。图 3 中复 Gauss 系列小波在频域的表现极为相似, 均呈现出频谱分布的不对称性。频率以零点为分割点, 在负半轴呈现单脉冲形状, 幅值较大, 在频谱分析中占主导作用; 在正半轴均有旁瓣产生, 幅值较小, 并随微分阶数的增加旁瓣有变小的趋势, 其相对于负半轴的主脉冲亦有变小的趋势。

傅里叶变换将时域信号映射到频率域处理, 即: 信号被分解为一系列不同频率正弦波的叠加。连续小波变换也是将信号分解为一系列不同频率“基波”的叠加, 只是这些“基波”是由小波函数构成, 这些小波函数是由母小波函数经过伸缩和平移得到。在计

算过程中, 分析小波函数与输入信号的相似程度, 越为相似, 意味着由小波函数拟合的波形与输入信号越相近, 其小波变换系数也就越大, 由此得到的重建信息也就越可靠。

根据小波函数的定义^[20], 利用连续小波变换计算时, 为获得较好的局部分析能力, 不仅要求小波函数在空域有一定的震荡性, 还要有一定的紧支性。同时, 在频域也应表现为较好的集中性。从上述对复 Gauss 系列小波自身表现的分析可以看出, 在空域, 复 Gauss 小波函数随着微分级次的增加震荡性表现较好, 并有较好的紧支表现; 在频域, 负半轴有近乎脉冲的频率表现, 在进行信号分析时会有较好的信号匹配能力, 而正半轴频域的旁瓣, 因很难将其兼顾达到

较好的匹配效果,计算时会影响甚至干扰测量结果。

3 计算机模拟

为检验复 Gauss 系列小波对高度变化的敏感性,进行了计算机模拟验证。模拟物体为高度变化率较大的 peaks 函数,取其不同倍数展开讨论,即 $\phi(x,y)=N\text{peaks}(x,y)$ 。图形大小为 128 pixel \times 128 pixel, N 值分别取 1、2、3。图 4 为取不同 N 值

时的变形条纹图。图 5 为 $\phi(x,y)=3\text{peaks}(x,y)$ 第 65 行的重建,实线和虚线分别表示模拟和恢复相位。为便于比较,给出了 $N=3$ 时不同阶的 Gauss 小波第 65 行误差分布图(图 6)。当被测物体高度变化时,即 $N=1,2,3$,复 Gauss 系列小波均能恢复出物体的全貌,说明这些小波在重建方面总体表现较好,但在恢复图像的细节部分小波函数的表现各有不同(图 5 和图 6)。

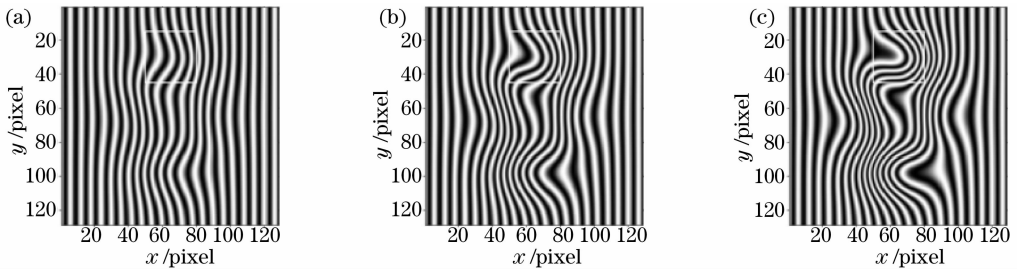


图 4 变形光栅。(a) $N=1$; (b) $N=2$; (c) $N=3$

Fig. 4 Deformed grating pattern while. (a) $N=1$; (b) $N=2$; (c) $N=3$

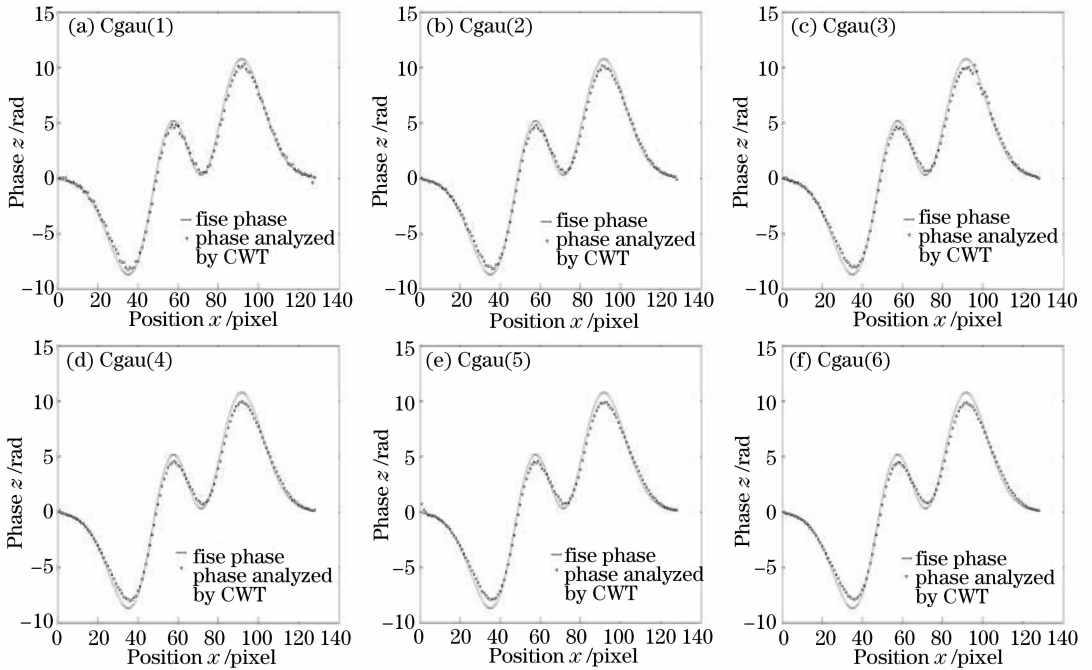


图 5 第 65 行恢复比较图(3peaks)

Fig. 5 Compared phase distribution of the 65th row (3peaks)

在保证整体重建效果的情况下,复 Gauss 系列小波对不同条纹图的相对误差数据分别如表 1~3 所示。同时,选取 $\phi(x,y)=N\text{peaks}(x,y)$ 函数高度最大区域进行局部分析,大小为 30 pixel \times 30 pixel,对该区域的正方形标注如图 4 所示, $N=2$ 时的误差数据如表 4 所示。引入了图像误差的标准偏差,其大小反映数值分析的离散程度,并将正、负半轴的最大相位误差作为参考。

由误差数据(表 1~3),复 Gauss 小波随微分阶数的增加,其标准偏差呈现逐次增大的规律,正、负半轴最大相位差也呈现相同趋势。从理论上讲,标准偏差越大,意味着计算数据越分散,而正负半轴误差数据的增大,契合了上述规律。由表 3 数据, Cgau(1)的标准偏差为 0.22601,在系列小波中误差数值最小,与此同时,正负半轴的误差为 2.2737 和 -1.5047,在系列小波中也相对较小。

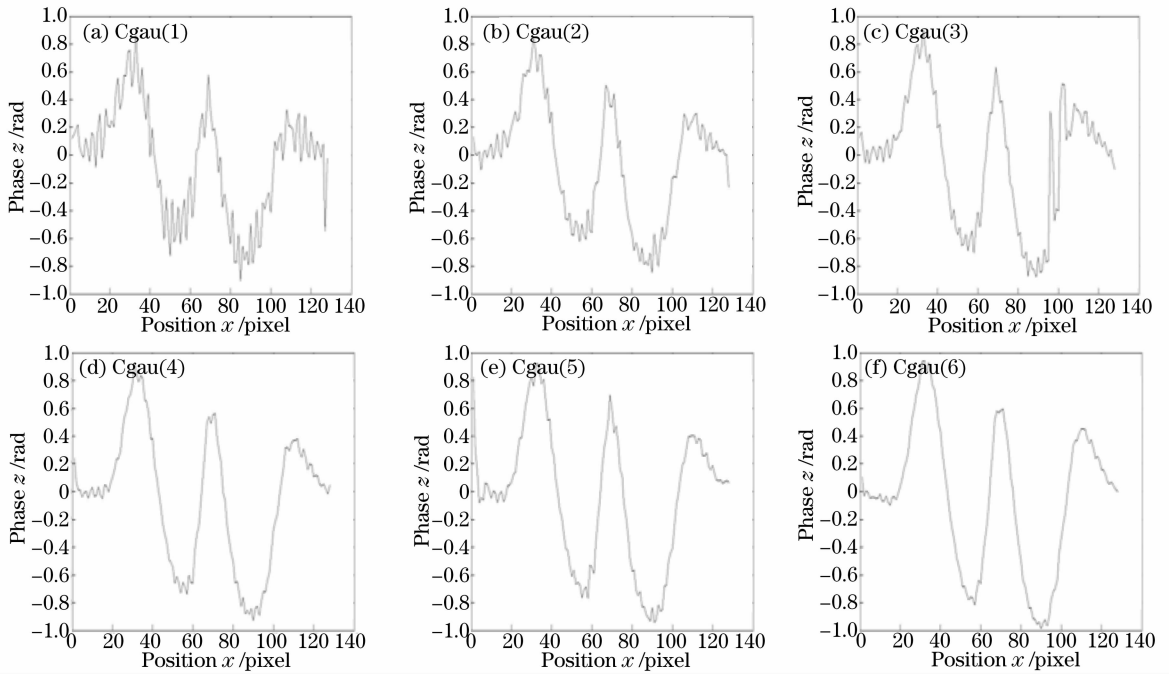


图 6 第 65 行误差分布图(3peaks)

Fig. 6 Phase error distribution of the 65th row (3peaks)

表 1 相位误差统计(1peak)

Table 1 Phase error distribution (1peak)

Complex Gauss wavelet	Standard deviation of image error /rad	Maximum error on positive axis /rad	Minimum error on negative axis /rad
Cgau(1)	0.068456	0.65162	-0.64107
Cgau(2)	0.078208	0.58478	-0.60791
Cgau(3)	0.080986	0.60643	-0.56713
Cgau(4)	0.086447	0.60491	-0.58325
Cgau(5)	0.089134	0.59318	-0.58940
Cgau(6)	0.089681	0.57013	-0.61004

表 2 相位误差统计(2peaks)

Table 2 Phase error distribution (2peaks)

Complex Gauss wavelet	Standard deviation of image error /rad	Maximum error on positive axis /rad	Minimum error on negative axis /rad
Cgau(1)	0.12769	1.0036	-1.0056
Cgau(2)	0.15521	1.2727	-1.0067
Cgau(3)	0.16145	1.1891	-1.0542
Cgau(4)	0.16722	1.4831	-1.0488
Cgau(5)	0.17983	1.2990	-1.0706
Cgau(6)	0.18786	1.3112	-1.1072

表 3 相位误差统计(3peaks)

Table 3 Phase error distribution (3peaks)

Complex Gauss wavelet	Standard deviation of image error /rad	Maximum error on positive axis /rad	Minimum error on negative axis /rad
Cgau(1)	0.22601	2.2737	-1.5047
Cgau(2)	0.24398	2.2827	-1.4594
Cgau(3)	0.25161	2.6558	-1.5079
Cgau(4)	0.25708	2.5020	-1.5384
Cgau(5)	0.25888	2.6555	-1.5848
Cgau(6)	0.26341	2.5968	-1.6003

表 4 局部相位误差统计(2peaks)

Table 4 Phase error distribution in selected image (2peaks)

Complex Gauss wavelet	Standard deviation of selected image error /rad	Maximum error on positive axis /rad	Minimum error on negative axis /rad
Cgau(1)	0.038238	0.086606	-1.0056
Cgau(2)	0.044378	0.002281	-1.0067
Cgau(3)	0.049939	0.015710	-1.0542
Cgau(4)	0.055010	0.047793	-1.0488
Cgau(5)	0.063074	-0.009537	-1.0706
Cgau(6)	0.060070	-0.015985	-1.1072

由表 2 和表 4, 整体误差和局部误差在负半轴的数据相同, 可见误差数据最大值出现在图 4 标注区域, 即高度变化最快的 U 型区域。根据表 4 数据, 复 Gauss 系列小波在负半轴方向误差大小相近, 相对于 Cgau(1) 正半轴方向误差为 0.086606, Cgau(5) 和 Cgau(6) 均小于该数据, 分别为 -0.009539 和 -0.015985 (正负只代表误差方向, 不代表大小), 说明 Cgau(5) 和 Cgau(6) 局部重建细节表现较好。

观察图 5 图像细节, Cgau(1) 虽能重建物体的全貌, 但在相位的平滑性方面表现最差, 整体重建效果也最差。进一步观察图 5 前三种小波 [Cgau(1)、Cgau(2)、Cgau(3)] 在细节上的表现, 可以看出, Cgau(1)、Cgau(2)、Cgau(3) 在 U 型区域 (高度变化较快处) 相位误差较大, 呈现出离散状态, 对应的恢复图像有较大的锯齿状分布, 细节表现较差, 而后三种小波函数 [Cgau(4)、Cgau(5)、Cgau(6)] 则表现较好, 误差数据较为接近, 细节表现更为光滑细腻, 锯齿现象也得到很好抑制, 上述现象在图 6 的误差分布中也得到证实。

复 Gauss 小波 [如 Cgau(1)] 虽有较好的统计指标, 实验结果却没有好的细节表现, 在高度变化较快的 U 型区域离散性加剧, 呈锯齿分布。其原因可能是, 随着复 Gauss 小波微分阶数的增加, 小波函数在空域表现为更多的震荡 (图 2), 在通过伸缩、平移变换与被测信号进行匹配的过程中, 其震荡部分会

与输入信号达到较为细腻的匹配; 同时, 随着微分阶数的增加, 复 Gauss 小波左半轴脉冲频率的主导作用会越来越明显 (图 3), 而正半轴频域的旁瓣也相对越来越小, 影响作用也越来越小, 更能准确地进行匹配重建。因此, 随着复 Gauss 小波微分阶数的增加, 小波函数在重建中保留了更多的相位细节, 平滑和细腻度更为明显, 恢复效果更好。

4 实 验

为验证上述理论分析, 根据图 1, 设计碟状物为测量对象的实验。CCD 采集到的正弦变形条纹如图 7 所示, 大小为 800 pixel × 800 pixel。利用连续小波变换, 采用复 Gauss 系列小波对变形条纹进行分析, 均能重建出碟状物全貌。选取 Cgau(1)、Cgau(3)、Cgau(5) 的恢复图像进行比较, 图 8 为重

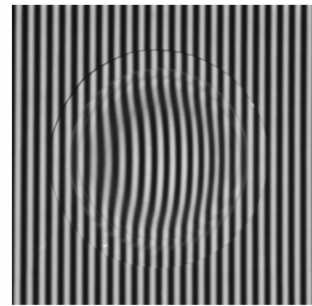


图 7 碟状变形条纹图

Fig. 7 Deformed grating fringe modulated by a plate model

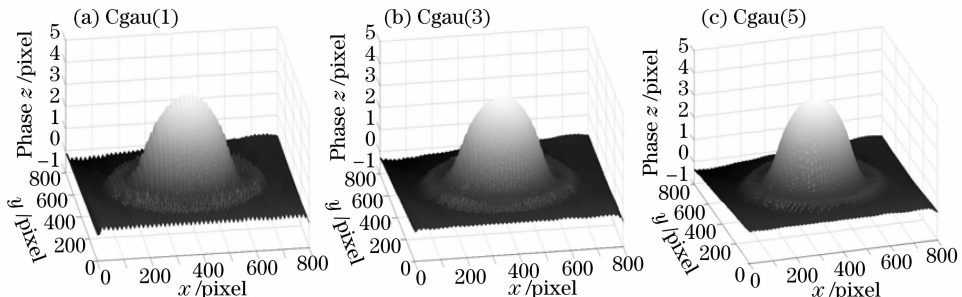


图 8 重建的相位分布图

Fig. 8 Phase reconstruction

建相位分布图,图 9 为其第 446 行相位分布图。

从图 8 和图 9 可以看出,复 Gauss 系列小波均能重建出碟状物,但细节表现却差异很大。由图 9 可以看出,Cgau(1)的重建存在较大的锯齿状分布,虽能大致恢复出物体全貌,但细节表现能力较差,破

坏了整体恢复效果,Cgau(3)较之有所改善,而 Cgau(5)的相位恢复能力则最佳,不管是从整体相位分布方面,还是从细节表现方面来看均有较优表现,恢复的图像也更为光滑和细腻。

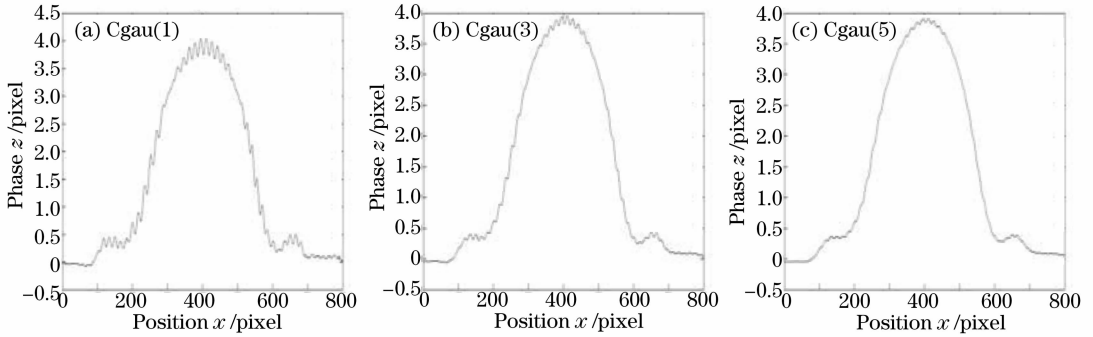


图 9 第 446 行相位分布

Fig. 9 446th row phase distribution

由于自身属性限制,复 Gauss 小波函数不能从根本上消除频域旁瓣对重建效果的影响,为进一步讨论频域旁瓣的作用,分别引入复 Morlet 小波^[15,21]和 Mexican hat 小波^[12,16]进行重建实验。

图 10 为复 Morlet 小波和 Mexican hat 小波的空域和频域分布图。由图可以看出,这两种小波函数不仅在空域有一定的震荡性和紧支性[图 10(a)和图 10(c)],而且复 Morlet 小波在频域[图 10(b)]具有理想的单脉冲,Mexican hat 小波[图 10(d)]在

正负半轴亦无频率旁瓣。重建过程没有了小波函数频域旁瓣干扰,其脉冲表现即可保证在相位重建问题上有较好的匹配效果。图 11 为复 Morlet 小波和 Mexican hat 小波对碟状物(图 7)的重建效果图[图 11(a)和图 11(c)]和第 446 行相位分布图[图 11(b)和图 11(d)]。由于复 Morlet 小波和 Mexican hat 小波均消除了频域旁瓣的影响,因此这两种小波在重建细节表现方面[图 11(b)和

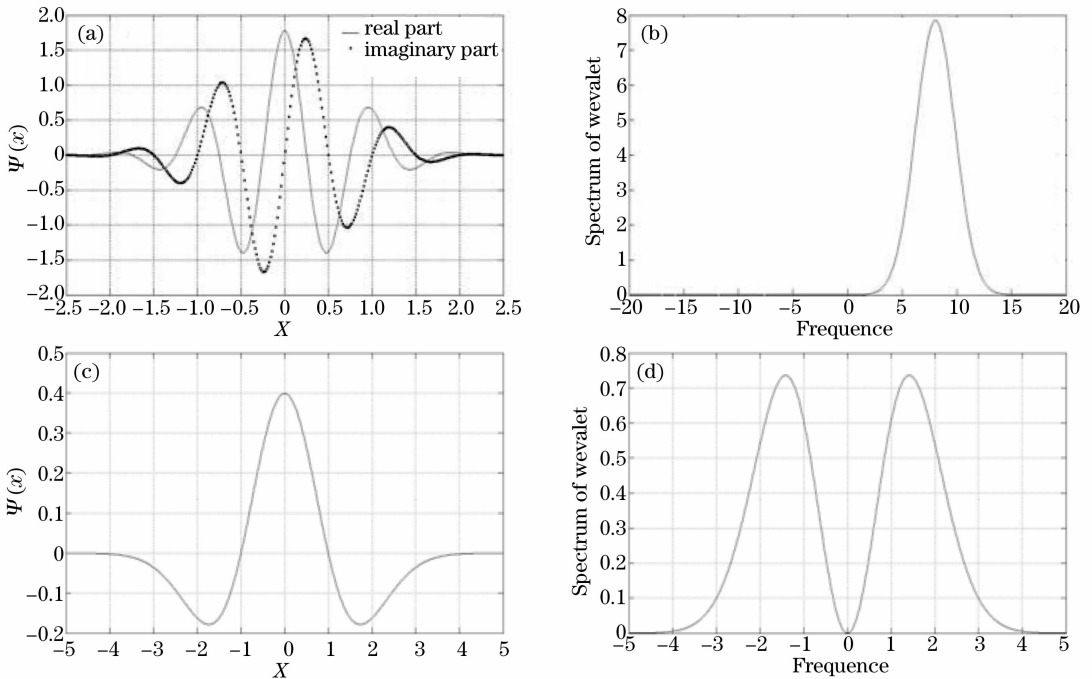


图 10 复 Morlet 小波函数空域(a)和频域(b)和 Mexican hat 小波函数空域(c)和频域(d)分布图

Fig. 10 Complex Morlet wavelet's spatial domain (a) and frequency domain (b) and Mexican hat wavelet's spatial domain (c) and frequency domain (d)

图 11(d)] 优于复 Gauss 系列小波(图 9)。该结果进一步验证了复 Gauss 小波在理论分析和实验结论

的正确性,也即是:小波函数的频域旁瓣对三维重建效果有干扰作用,频域旁瓣愈小,其影响作用愈小。

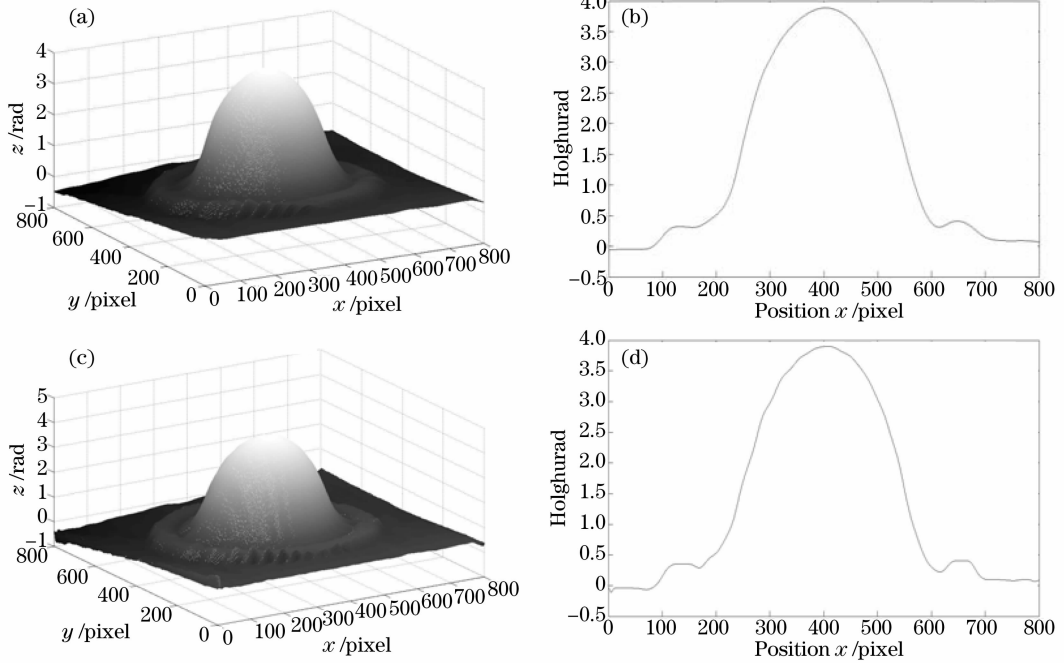


图 11 Morlet 小波相位重建分布图(a)和第 446 行相位分布图(b),Mexican hat 小波相位重建分布图(c)和第 446 行相位分布图(d)

Fig. 11 Phase reconstruction (a) and it's 446th row phase distribution (b) by using complex Morlet wavelet transform, phase reconstruction (c) and it's 446th row phase distribution (d) by using Mexican hat wavelet transform

5 结 论

为探讨小波函数频域旁瓣对三维重建效果的影响,本文着重讨论了复 Gauss 小波在三维重建中的应用,讨论了小波函数自身表现在实现三维重建问题中所起的作用,分析了复 Gauss 系列小波在空域和频域规律性表现,计算机模拟和实验表明,小波函数频域旁瓣对三维重建效果具有干扰作用,旁瓣愈小,影响作用愈小。本文研究结论有利于加深对连续小波的变换原理的认识,对研究复 Gauss 小波和其构造小波以及其他小波函数的性质具有借鉴意义,并为未来针对不同工程方案而构造不同小波函数的研究具有参考价值。

参 考 文 献

- 1 Xianyu Su, Wenjing Chen. Fourier transform profilometry: a review[J]. Opt & Lasers in Eng, 2001, 35(5): 263-284.
- 2 Xianfu Mao, Wenjing Chen, Xianyu Su. Improved Fourier-transform profilometry[J]. Appl Opt, 2007, 46(5): 664-668.
- 3 Qian Kemao. Windowed Fourier transform for fringe pattern analysis[J]. Appl Opt, 2004, 43(13): 2695-2702.
- 4 Weng Jiawen, Zhong Jingang. Application of dilating gabor transform to three-dimensional shape analysis[J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(6): 725-729.

- 5 翁嘉文, 钟金钢. 伸缩窗口傅里叶变换在三维形貌测量中的应用[J]. 光学学报, 2004, 24(6): 725-729.
- 5 Dong Fuqiang, Da Feipeng, Huang Hao. Windowed Fourier transform profilometry based on advanced S-transform[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(5): 0512008.
- 董富强, 达飞鹏, 黄昊. 基于 S 变换的改进窗口傅里叶三维测量法[J]. 光学学报, 2012, 32(5): 0512008.
- 6 Xu Qinghong, Zhong Yuexian, You Zhifu. Study on phase demodulation technique based on wavelet transform[J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(12): 1617-1622.
- 许庆红, 钟约先, 由志福. 基于小波变换的解相技术研究[J]. 光学学报, 2000, 20(12): 1617-1622.
- 7 Zhong Jingang, Weng Jiawen. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform[J]. Opt Lett, 2005, 30(19): 2560-2562.
- 8 M A Gdeisat, D R Burton, M J Lalor. Spatial carrier fringe pattern demodulation by use of a two-dimensional continuous wavelet transform[J]. Appl Opt, 2006, 45(34): 8722-8732.
- 9 Sikun Li, Xianyu Su, Wenjing Chen. Wavelet ridge techniques in optical fringe pattern analysis[J]. J Opt Soc Am A, 2010, 27(6): 1245-1254.
- 10 Li Sikun, Su Xianyu, Chen Wenjing. Analytic image based wavelet transform method for phase reconstruction of optical interferogram with linear-carrier[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(2): 0209002.
- 李思坤, 苏显渝, 陈文静. 基于解析图像的小波变换光学载频干涉全息图相位重建方法[J]. 中国激光, 2011, 38(2): 0209002.
- 11 Munther A Gdeisat, Abdulbasit Abid, David R Burton, et al.. Spatial and temporal carrier fringe pattern demodulation using the one-dimensional continuous wavelet transform: recent progress,

- challenges, and suggested developments[J]. *Opt & Lasers in Eng*, 2009, 47(12): 1348–1361.
- 12 Zhou Xiang, Zhao Hong. Three-dimensional profilometry based on mexican hat wavelet transform[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(1): 197–202.
周翔, 赵宏. 基于 Mexican hat 小波变换的三维轮廓术[J]. *光学学报*, 2009, 29(1): 197–202.
- 13 Sikun Li, Xianyu Su, Wenjing Chen. Spatial carrier fringe pattern phase demodulation by use of a two-dimensional real wavelet[J]. *Appl Opt*, 2009, 48(36): 6893–6906.
- 14 Li Sikun, Su Xianyu, Chen Wenjing. Applications of two-dimensional wavelet transform on phase analysis of spatial carrier-fringe patterns[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(6): 1673–1679.
李思坤, 苏显渝, 陈文静. 二维实小波变换在空间载频条纹相位分析中的应用[J]. *光学学报*, 2010, 30(6): 1673–1679.
- 15 Xu Luopeng, Chen Wenjing, Li Sikun. Selecting the best wavelet function using wavelet transform profilometry in 3-D shape measurement[J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2009, 20(7): 920–926.
许罗鹏, 陈文静, 李思坤. 小波变换在三维面形测量中的最佳小波的选择[J]. *光电子 • 激光*, 2009, 20(7): 920–926.
- 16 Xu Luopeng. Research on real Gauss wavelet in 3-D surface measurement[J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2012, 23(1): 142–147.
许罗鹏. 实 Gauss 小波在三维面形测量中的应用[J]. *光电子 • 激光*, 2012, 23(1): 142–147.
- 17 Xu Luopeng, Chen Wenjing, Zhao Yue, *et al.*. Study on selecting wavelet function[J]. *Journal of Sichuan University (Natural Science Edition)*, 2010, (4): 785–790.
许罗鹏, 陈文静, 赵玥, 等. 选取小波函数的方法研究[J]. *四川大学学报(自然科学版)*, 2010, (4): 785–790.
- 18 Xu Yuanyuan, Yuan Xiao, Tang Hanjie. On the complex gaussian wavelets and their initial scale value[J]. *Journal of Sichuan University (Natural Science Edition)*, 2008, 44(6): 1250–1254.
徐媛媛, 袁晓, 汤韩杰. 复高斯子波及其起始尺度分析[J]. *四川大学学报(自然科学版)*, 2007, 44(6): 1250–1254.
- 19 Misiti M, Misiti Y, Oppenheim G, *et al.*. *Wavelet Toolbox User's Guide*[M]. American: The Math Works, Inc of Matlab Center of American, 2004.
- 20 Stephane Mallat. *Introduction to Wavelet Signal Processing* [M]. Yang Lihua Transl, Beijing: China Machine Press, 2002.
马拉特. *信号处理的小波导论*[M]. 杨力华译, 北京: 机械工业出版社, 2002.
- 21 Zhang Mingzhao, Mou Jianhua, Liu Yang, *et al.*. Phase extraction for fringe patterns based on complex Morlet wavelet transform[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2012, 20(3): 643–650.
张明照, 牟建华, 刘扬, 等. 应用复 Morlet 小波变换分析条纹图相位[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(3): 643–650.

栏目编辑:何卓铭