

空域计算全息三维成像技术

董建文 陈定尘 庞晓宁 刘远致 许宗玺

(中山大学理工学院光电材料与技术国家重点实验室, 广东 广州 510275)

摘要 近年来在光信息技术和计算机等技术的推动下,三维显示技术发展迅猛。全息技术由于能满足人眼各种视觉效应而备受关注。计算全息作为全息技术和计算机技术的结合体,能灵活地将存储于计算机内部的物体数据通过光学手段进行重现。然而,计算耗时、再现可视角过小成为了其发展的两大制约因素。通过证明夫琅禾费计算全息能应用于菲涅耳区域的三维显示,系统地介绍了自主开发的空域夫琅禾费计算全息方法,并以该算法为基础,进一步解决了面编码相息图中若干问题,如明暗、遮挡、纹理等。同时,利用等效弧形阵列原理,搭建了一套时空复用的 $4f$ 光学系统,提高了空间带宽积,实现了宽视角全息三维成像。研究成果能直接移植到三维场景的计算和大型的数据源,为高分辨率动态全息三维显示发展提供了坚实的理论和实验基础。

关键词 全息;夫琅禾费衍射;增大可视角;面编码

中图分类号 O438.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.0701001

Spatial-Domain Computer Generated Holographic Three-Dimensional Display

Dong Jianwen Chen Dingchen Pang Xiaoning Liu Yuanzhi Xu Zongxi

(State Key Laboratory of Optoelectronic Materials and Technologies, School of Physics and Engineering,
Sun Yat-Sen University, Guangzhou, Guangdong 510275, China)

Abstract Three-dimensional (3D) display has been made great progress in recent years due to the development of the fields on optical information and computer science technologies. Holography enables to provide accurate depth cues of 3D objects and has attracted much attention. Computer generated hologram (CGH) is one of the exceptional way to utilize vivid 3D scene of both virtual and real objects. However, time-consuming holographic computation and ultra-narrow viewing angle are two main disadvantages. The provement on the computer Fraunhofer formulism in Fresnel region is reviewed. Spatial-domain Fraunhofer CGH algorithm, a method, which is used to generate hologram of polygon-based 3D model is systematically introduced. Based on this method, the problems on occlusion, shading, and texture are solved. Also a $4f$ optical system by time division multiplexing and spatial tiling technique is reviewed. This method can be used in the computation of other complicated 3D scenes with large amounts of data, which is helpful to the development of holographic display.

Key words holography; Fraunhofer diffraction; viewing angle enlargement; polygon encoding

OCIS codes 090.2870; 090.1705; 090.1760

1 引言

人类的视觉系统能够对三维(3D)空间进行准确的感知。人眼对物体的深度感主要来源于生理暗示和心理暗示两个方面^[1-3],双目视差是最重要的深度暗示。多路视差自由立体显示技术^[4-7]能

为观察者提供双目视差,是目前流行的商业方案之一。该方案面临的技术瓶颈是双目视差效应与单眼调节、双眼会聚效应之间的冲突。体三维显示技术^[8]能为观察者提供几乎全部的视觉暗示感受,但仍有不少技术难题需要克服。

收稿日期: 2013-11-28; **收到修改稿日期**: 2014-01-21

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(61235002)、新世纪优秀人才支持计划(NCET-12-0607)、广东省自然科学基金杰出青年基金项目(S2013050015694)

作者简介: 董建文(1981—),男,博士,副教授,主要从事光与物质相互作用、微纳光子学、全息光学等方面的研究。

E-mail: dongjwen@mail.sysu.edu.cn

全息三维显示技术是在 Gabor 全息术概念下发展起来的一种真三维显示技术^[9-11]。它是利用参考光与物光干涉,把物光的振幅和相位等所有信息记录在全息图上,再现时则是全息图对入射光衍射调制的过程^[12-16]。全息技术能提供真实和自然的观察感,满足人眼的所有视觉感受。计算全息术结合了光学全息与计算机技术,采用计算机模拟光学全息记录过程^[17-19],编码后生成数字形式的全息图,并用光学方法予以再现。

为了得到计算全息图,需要对三维物体进行数学描述。点编码方法将物体看作离散物点的集合,逐一计算各物点在全息图上的光场,叠加后得到计算全息图^[20-24]。三维物体也可以看成是由纵向切分的许多剖面所组成,利用各个剖面的轮廓来构成三维物体^[25-28],全息平面的光场由各剖面在该平面的衍射场叠加而成。以上两种方法都需要非常多的计算基元才能保证再现物体表面的平滑效果。值得特别指出的是,三维物体还可以用计算机图形学中的三角形面片来构成,其最大优势在于能够十分有效地减少计算基元的数目,达到大幅度提高计算速度的目的^[29-38]。利用成熟的计算机图形学技术能够方便地提取并优化三维模型中的计算基元信息,供全息图计算使用。

计算全息术的另外一方面是全息图的承载问题。近几年来,不少国内外研究小组和公司致力于研究全息材料,以试图获得大视场、白光再现的静态计算全息图,供军事和博物馆等场合使用,得到了一些研究成果^[39-44]。与此同时,光信息处理元件——空间光调制器(SLM)能很好地动态调制光场的三维空间分布,在动态全息三维显示中得到广泛的应用。

目前,制约计算全息技术发展有两大主要因素:其一是计算时间过长,无论是点编码还是面编码,全息图计算时间过长。尽管能通过改善算法^[34,45-46]和硬件^[47-48]提高计算速度,但离实时显示仍有很大差距;再者是再现可视角太小。目前 SLM 空间带宽积太小,再现像的视角与视场存在很大矛盾^[49-52]。同时为了避免相邻像素间电串扰,像素间距在实际工艺制作时不能过小,也导致了可视角过小。本文将介绍一种空域计算全息解析算法,用于获得基于三角形面片三维物体的全息图^[34,36]。该方法有别于频域方法。利用空域方法,计算物体表面光场的傅里叶谱,实现了复杂三维场景的全息计算。同时还实现了在单个 SLM 上构造出“等效弧形阵列”结构,结合空分和时分复用技术,得到较好的再现效果,实现了单一 SLM 横向可视角为原来 3.6 倍的效果^[37]。

2 频域角谱法与空域菲涅耳法在衍射场计算中的比较

如图 1,考虑物平面($\xi\eta$ 面)在与之平行的衍射平面($x-y$ 面)上的光场分布。假设物体与衍射屏在非涅耳区域内,则衍射屏上的光场可写为

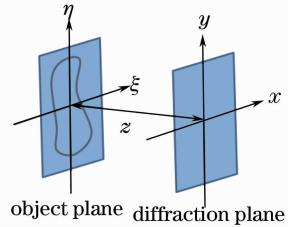


图 1 物平面与衍射平面间的衍射计算示意图
Fig. 1 Schematic of diffraction between object plane and diffraction plane

$$E(x, y; 0) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[i \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] F\left\{E(\xi, \eta; -z) \exp\left[i \frac{k}{2z}(\xi^2 + \eta^2)\right]\right\}, \quad (1)$$

式中 λ 为波长, k 为波数, $F\{\cdot\}$ 表示傅里叶变换。(1)式为菲涅耳衍射积分公式,它在空间域运算,只用到一次傅里叶变换。在实际计算中,通常用离散快速傅里叶变换(FFT)来计算。此时,(1)式可写为

$$E(m, n; 0) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left\{i \frac{k}{2z}[(m\Delta_z)^2 + (n\Delta_z)^2]\right\} \cdot F_{\text{FFT}}\left\{E(m, n; -z) \exp\left\{i \frac{k}{2z}[(m\Delta_0)^2 + (n\Delta_0)^2]\right\}\right\}, \quad (2)$$

式中 m, n 分别为抽样点的水平、竖直位置。 Δ_0 和 Δ_z 分别为物空间和衍射场的抽样间距,它们满足如下关系^[53]:

$$\Delta_0 \cdot \Delta_z = \lambda z / N, \quad (3)$$

(3)式表明抽样间距 Δ_z 随传播距离、抽样数目而改变。另一方面,也可以在频域中分析光场传播行为。对任意平面的光场分布进行傅里叶变换,不同空间频率的傅里叶分量可以看成是沿不同方向传播的平

面波^[13]。目标平面上的光场分布是这些平面波各自产生一定相移后的叠加。在频域中描述波传播过程的表达式为

$$E(x, y; 0) = F^{-1} \left\{ F[E(\xi, \eta; -z)] \exp \left(i2\pi z \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - f_x^2 - f_y^2} \right) \right\}, \quad (4)$$

式中 $\exp(i2\pi z \sqrt{1/\lambda^2 - f_x^2 - f_y^2})$ 表示相移大小。(4)式为角谱法衍射积分公式,它在频率域运算,需要用到两次傅里叶变换。用 FFT 离散后,(4)式可写为

$$E(m, n; 0) = F^{-1} \left\{ F[E(m, n; -z)] \exp \left[i2\pi z \sqrt{\frac{1}{\lambda^2} - \left(\frac{m}{N\Delta_0} \right)^2 - \left(\frac{n}{N\Delta_0} \right)^2} \right] \right\}, \quad (5)$$

式中 N 为抽样数目。(5)式表明,抽样间距 Δ_z 始终与物空间保持一致,即 $\Delta_z = \Delta_0$ 。

比较频域和空域离散算法,即(2)式和(5)式,可以发现相位因子中距离 z 的位置不一样。在给定的抽样间距下,会对相位因子的精确性造成严重误差。例如当 z 很大时,(5)式中的相位因子会与真实物理情况出现较大偏差,从而无法获得正确的计算全息图。经分析,频域法适用于 $z \leq N\Delta_0^2/\lambda$ 的区域,而空

域法在 $z \geq N\Delta_0^2/\lambda$ 时成立。图 2 给出了两种方法下,光波经过矩形孔后,不同位置衍射场的模拟结果。假设波长 λ 为 500 nm,抽样间距为 2λ ,水平及垂直方向抽样数目均为 $N=2048$,可得 $z_0 = N\Delta_0^2/\lambda = 8196\lambda$ 为两种方法适用范围的分界点。频域法和空域法分别在 $z > z_0$ 和 $z < z_0$ 时,计算所得结果不能反映真实衍射情况,如图 2(c)和(d)所示,图 2 中其余子图的结果才是正确的。

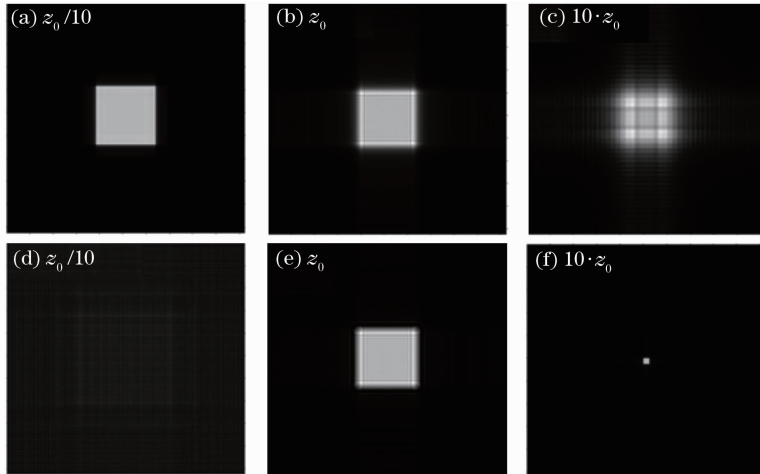


图 2 不同位置处频域角谱法(a)~(c)和空域菲涅耳法(d)~(f)的计算衍射图

Fig. 2 Diffraction patterns on different depth-of-fields using (a)~(c) frequency-domain angular spectral method and (d)~(f) spatial-domain Fresnel method

3 夫琅禾费计算全息的重新认识

夫琅禾费计算全息能应用于菲涅耳区域的三维

显示。如图 3 所示,考虑光场在垂直于光轴的平行平面间传播。设物平面 A、全息图平面 H、观察平

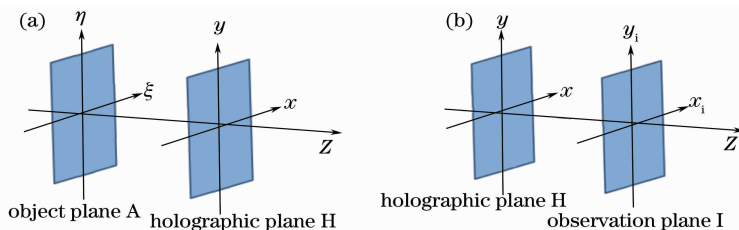


图 3 计算全息示意图。(a) 记录过程光路;(b) 再现过程光路

Fig. 3 Computer-generated holographic schematic. (a) Encoding; (b) decoding computer generated hologram

面 I 上的光场分布分别为 $U_A(\xi, \eta)$ 、 $U_H(x, y)$ 、 $U_I(x_i, y_i)$ 。物平面 A 与全息图平面 H 的间距为 z ，全息图平面 H 与观察平面 I 间距为 z_i 。

若采用菲涅耳方法描述计算全息记录及再现过程，假设参考光和再现光为 $R(x, y) =$

$R_0 \exp\left[\frac{i2\pi}{\lambda}(x \cos \theta + y \sin \theta)\right]$ ，则在 $z_i = z$ 处的实像 $U_{I,Fr}^{\text{real}}(x_i, y_i; z)$ 与 $z_i = -z$ 处的虚像 $U_{I,Fr}^{\text{virt}}(x_i, y_i; -z)$ 分别为

$$U_{I,Fr}^{\text{real}}(x_i, y_i; z) = R_0^2 \cdot U_0^*(x_i - 2z \cos \theta, y_i - 2z \sin \theta) \exp\left\{\frac{-i4\pi}{\lambda}[(x_i \cos \theta - z \cos^2 \theta) + (y_i \cos \theta - z \cos^2 \theta)]\right\}, \quad (6)$$

$$U_{I,Fr}^{\text{virt}}(x_i, y_i; -z) = R_0^2 \cdot U_0(x_i, y_i), \quad (7)$$

然而，如果采用夫琅禾费方法进行全息记录，即

$$E(x, y; 0) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[i \frac{k}{2z}(x^2 + y^2)\right] F\{E(\xi, \eta; -z)\}, \quad (8)$$

而再现过程仍采用菲涅耳方法予以描述，则在实像 $U_{I,Fr}^{\text{real}}(x_i, y_i; z)$ 与虚像 $U_{I,Fr}^{\text{virt}}(x_i, y_i; -z)$ 处的光场复振幅分别为

$$U_{I,Fr}^{\text{real}}(x_i, y_i; z) = R_0^2 \cdot U_0^*(x_i - 2z \cos \theta, y_i - 2z \sin \theta) \cdot \exp\left[\frac{ik}{2z}(x_i^2 + y_i^2)\right], \quad (9)$$

$$U_{I,Fr}^{\text{virt}}(x_i, y_i; -z) = R_0^2 \cdot \exp\left[-\frac{ik}{2z}(x_i^2 + y_i^2)\right] \cdot U_0(x_i, y_i). \quad (10)$$

比较(6)式和(9)式的实像表达式发现，它们之间仅仅相差了相位因子。(7)式和(10)式的虚像表达式也是如此。由于人眼只对光场强度产生响应，相位因子不会对人眼观察产生影响，因此在全息记录过程中采用夫琅禾费方法，即(8)式，仍可以得到与菲涅耳方法一致的再现效果。为了验证以上结论的正确性，分别用菲涅耳公式和夫琅禾费公式进行数字编码并模拟出再现像。可以看到，采用两种方法得到了一致的字母“E”的再现像，如图4所示。

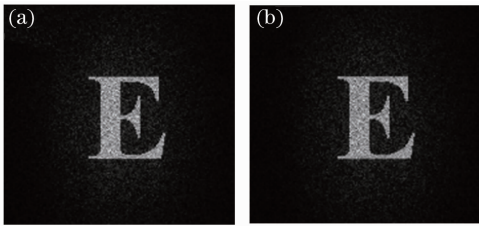


图4 采用不同衍射公式进行记录所得的再现图。(a) 采用 Fresnel 公式的再现图；(b) 采用 Fraunhofer 公式的再现图

Fig. 4 Reconstructed images. (a) Using Fresnel; (b) using Fraunhofer diffraction calculation methods

事实上，当物体紧贴透镜后方，透镜后焦面的光场 $U(x, y)$ 与物平面光场 $U(\xi, \eta)$ 的关系满足傅里叶变换，即 $U(x, y) = c \exp\left[i \frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right] F\{U(\xi, \eta)\}$ ，式中 $\exp\left[i \frac{k}{2f}(x^2 + y^2)\right]$ 为虚拟透镜相位因

子， c 为常数。比较该式与(8)式发现，夫琅禾费计算全息法在物理上等效为把物光场置于一个虚拟透镜的后方并紧贴透镜，全息图置于透镜的后焦面处，如图5所示。需要特别指出的是，许多文献把夫琅禾费计算全息方法与傅里叶全息方法等同起来，原因是传统傅里叶全息图通常只有一个透镜，因此(8)式中透镜相位因子可以略去。然而，当存在多个透镜（即使是虚拟的）时，该因子包含了物体景深信息，因此适用于大景深情况下全息图的计算。另外，实验上要实现物体置于透镜后方且紧贴透镜的难度非常大，而采用计算机实现则很容易，并且再现过程中不需要傅里叶透镜也可成像。因此，夫琅禾费计算全息法特别适用于景深大的场景。

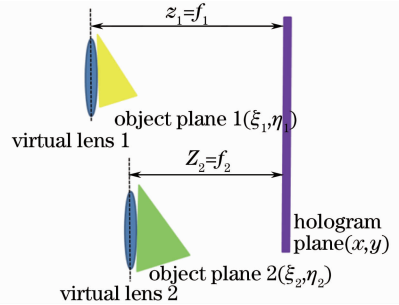


图5 夫琅禾费衍射公式等效光路图
Fig. 5 Schematic on Fraunhofer diffraction

4 空域夫琅禾费计算全息与三维成像

4.1 面型夫琅禾费计算全息解析算法介绍

如图6所示,全息图平面H位于 $z_g=0$ 平面,该平面内各点的坐标为 (x_H, y_H) 。波矢方向平行于 z_g 轴的平面波入射到三维物体的表面。对物体表面进行三角形网格细分,平面H上任意一点的光场

$O_H(x_H, y_H)$ 为所有三角形光场在该处的叠加。以黄色三角形为例,建立局部坐标系 (x_l, y_l, z_l) 、全局坐标系 (x_g, y_g, z_g) 。令三角形第 i 个顶点($i=1, 2, 3$)在全局坐标系和局部坐标系中的坐标分别为 (x_g^i, y_g^i, z_g^i) 和 (x_l^i, y_l^i, z_l^i) ,其中 $z_l^i \equiv 0$ 。两套坐标的关系可以通过以下两个互逆旋转矩阵进行转换:

$$\begin{bmatrix} x_l^i \\ y_l^i \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_g^i - x_c \\ y_g^i - y_c \\ z_g^i - z_c \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} x_g^i \\ y_g^i \\ z_g^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r'_{11} & r'_{12} & r'_{13} \\ r'_{21} & r'_{22} & r'_{23} \\ r'_{31} & r'_{32} & r'_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_l^i \\ y_l^i \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix}, \quad (11)$$

式中 (x_c, y_c, z_c) 为黄色三角形的重心在全局坐标系中的位置坐标。令 r 表示三角形平面内点 (x_g, y_g, z_g) 与全息图平面内点 (x_H, y_H, z_H) 之间的距离, r_0 表示三角形重心 (x_c, y_c, z_c) 与全息图平面内点 (x_H, y_H, z_H) 之间的距离。由第三部分结论可得,采用夫琅禾费衍射公式代替菲涅耳衍射公式不会影响再现的效果。采用夫琅禾费方法简化后,可得三角形平面光场 $O_o(x_l, y_l)$ 在全息图上点 (x_H, y_H) 处的复振幅为^[34]

$$O_H(x_H, y_H) = \frac{\exp[ik(r_0 + z_c)]}{i\lambda r_0} F\{O_o(x_l, y_l)\}, \quad (12)$$

式中 $F\{A\}$ 表示对 A 在频率 $(\frac{x_H}{\lambda r_0}, \frac{y_H}{\lambda r_0})$ 处进行傅里叶变换。利用仿射变换将任意三角形与已知三角形的二维傅里叶变换联系起来。取已知三角形的三个顶点分别为 $(0,0)(1,0)(1,1)$,则其二维傅里叶变换 $F_\Delta(u, v)$ 为^[32]

$$F_\Delta(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & u = v = 0 \\ \frac{1 - \exp(-i2\pi v)}{(2\pi v)^2} - \frac{i}{2\pi v}, & u = 0, v \neq 0 \\ \frac{\exp(-i2\pi u) - 1}{(2\pi u)^2} + \frac{i\exp(-i2\pi u)}{2\pi u}, & u \neq 0, v = 0 \\ \frac{1 - \exp(i2\pi v)}{(2\pi v)^2} + \frac{i}{2\pi v}, & u = -v, v \neq 0 \\ \frac{\exp(-i2\pi u) - 1}{(2\pi)^2 uv} + \frac{1 - \exp[-i2\pi(u+v)]}{(2\pi)^2 v(u+v)}, & \text{else} \end{cases}, \quad (13)$$

式中 $a_{11} = x_1^2 - x_1^1, a_{12} = x_1^3 - x_1^2, a_{13} = x_1^1, a_{21} = y_1^2 - y_1^1, a_{22} = y_1^3 - y_1^2, a_{23} = y_1^1$ 。

由仿射变换可得光场 $O_o(x_l, y_l)$ 与 $F_\Delta(u, v)$ 的变换关系为

$$F\{O_o(x_l, y_l)\} = (a_{22}a_{11} - a_{12}a_{21}) \exp\left[-\frac{i2\pi}{\lambda r_0}(a_{13}x_H + a_{23}y_H)\right] \times F_\Delta\left(\frac{a_{11}x_H + a_{21}y_H}{\lambda r_0}, \frac{a_{12}x_H + a_{22}y_H}{\lambda r_0}\right), \quad (14)$$

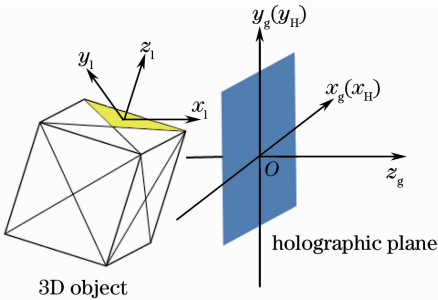


图6 三维物体的全局坐标系和局部坐标系示意图

Fig. 6 Global and local coordinates of a polygon-based 3D object

由(12)式和(14)式可以得到三角形平面的光场 $O_o(x_l, y_l)$ 与全息图平面H的光场 $O_H(x_H, y_H)$ 之间的变换关系,这就是面型夫琅禾费计算全息解析算法^[34]。

4.2 漫射场景

4.2.1 相息图编码

相息图是一种只记录光波相位的光学元件,既可以由计算机制作^[54]也可以由光学方法获得^[55-56]。相息图只记录了全息图平面的位相信息,而认为该平面上振幅是均匀分布的。如果物体是个漫射体,所有物点的位相都是随机且相互独立,则这

个假设会变得相当精确^[13]。在 4.1 节中,将全息图平面的光场编码成振幅型全息图。由于振幅型全息图再现时存在多级衍射像,衍射效率不高,因此考虑引入相位型全息图。假设物体是理想的漫射体,物体散射的光在各个方向上是均匀分布的,可以认为物体的复振幅透射率的模为常数。因此,只需要记录全息图平面光场的相位分布就能够再现物光。再现时,相息图只对入射光的相位进行调制。理想的相息图再现时只有成像物光,没有高级衍射像,因此具有较高的衍射效率。

为保证物体的散射光在全息图平面均匀分布,在三角形的复振幅透射率中引入随机相位 $\phi(x, y)$, 则三角形平面的光场为

$$O_o(x_1, y_1) = O_o(x_1, y_1) \cdot f_{\Delta}(x, y) \cdot \exp[i\phi(x, y)], \quad (15)$$

对于三角形内的点 (x, y) , $f_{\Delta}(x, y) = 1$; 而对于三角形外的点 (x, y) , $f_{\Delta}(x, y) = 0$ 。由于三角形平面的复振幅透过率含有随机相位,难以得到其傅里叶变换的解析式,采用基元三角形拼接法,让一个物体三角形同时对应于若干个具有独立随机相位的基元三角形,其傅里叶变换可以由基元三角形傅里叶变换的线性叠加得到,具体编码公式请参看文献[36]。

根据基元三角形拼接方法,计算了包含一个立方体和一个金字塔的三维场景。两个物体分别位于距离全息图平面 800 mm(立方体)和 1100 mm(金字塔)的位置。图 7 为该场景的光学实验再现图,当聚焦于 800 mm 处观察时,立方体清晰成像而金字塔比较模糊,如图 7(a)所示;同理,当聚焦于 1100 mm 处观察时,金字塔清晰成像而立方体比较模糊,如图 7(b)所示。再现图中处于不同深度位置的物体出现不同的聚焦、散焦现象,为人眼提供了强烈的深度暗示,具有良好的再现效果。

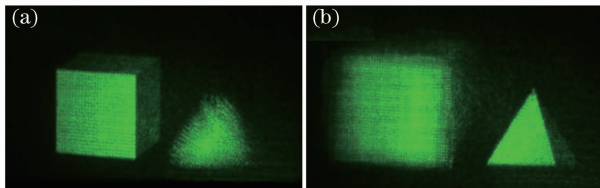


图 7 两个三维物体的光学再现图。(a) 聚焦于正方体时的再现图;(b) 聚焦于金字塔时的再现图

Fig. 7 Reconstructed images of two 3D objects. (a)

Focusing on the cube; (b) focusing on the pyramid

4.2.2 复杂场景的纹理处理、明暗处理及遮挡问题

基于基元三角形拼接方法,可以进一步优化复杂场景的纹理、平滑明暗处理以及遮挡问题。在计

算漫反射物体时,引入随机位相,而把基准三角形的复振幅透过率函数的模简单地取为 $f_{\Delta}(x, y)$ 。为了处理场景的纹理,给每个基元三角形的光场附加不同的振幅常数,该常数取为其质心位置的颜色强度。

特别地,可以利用基元三角形拼接方法来实现遮挡问题的处理。在三维场景中,如果两个三角形互相遮挡,通过比较三角形到全息图的距离,令距离较远的三角形的颜色振幅为零,可以方便地处理被遮挡的部分。采用角谱方法在频域上描述波的传播过程,同样可以采用上述的方法进行遮挡处理。波传播所得的衍射光场实质上是不同方向传播的平面波的叠加,叠加的系数为角谱平面上各点的值。在处理遮挡问题时,对沿某个方向传播的平面波,可对多个互相遮挡的三角形在该方向上进行平行投影,遮挡处只取最靠近全息图的三角形的光场。对所有未被遮挡的三角形组成的新的物体表面进行三角形再分,计算该光场的角谱并叠加在不同方向的平面波上,可得到遮挡处理后正确的全息图。

前文提到,使用三角形面片近似描述三维物体的表面。所用的三角形面片数量越多、面积越小、划分越细密,就越能够逼近物体表面丰富的三维形貌,所得的三维场景的明暗变化也就越连续。但由于计算内存、计算时间等方面的限制,三维场景中使用的三角形数目有限。因此,需要一种插值方法,通过有限的三角形面片及其法向量来实现连续的明暗变化效果,借鉴计算机图形学中的明暗处理方法,很容易就得到了更加连续、自然的光照效果。

利用基元三角形拼接方法,进一步计算包含漫散射表面,复杂纹理,遮挡问题以及光照效果的复杂三维场景。光学再现图如图 8 所示。



图 8 复杂三维场景的光学再现图

Fig. 8 Reconstructed image of complicated 3D scene

5 4f 系统的空域夫琅禾费计算全息与三维成像

5.1 可视角限制

光学信息处理元件能够实现光场控制,空间光

调制器(SLM)就是其中一种。它以数字形式加载全息图,当光入射到 SLM 时,SLM 对光进行调制,将电信号转化成光信号,实现对光信号的调控。空间光调制器的出现推动了计算全息的发展,但同时也给人们提出了一个新的问题——对可视角度的限制。目前,二维 SLM 的像素单元尺寸一般在数微米到数十微米之间。典型来说,Holoeye 公司生产的二维反射型硅基液晶空间光调制器(LCoS SLM),其像素间距为 $8\ \mu\text{m}$,其中一个维度的可视角为 $\theta = 2\arcsin\left(\frac{\lambda}{2p}\right)$,式中 p 为空间光调制器的像素间距。对于 $532\ \text{nm}$ 的入射波长,可视角仅为 3.8° 。由于人眼可见光波段仅为 $400\sim 700\ \text{nm}$,改变 λ 不能有效地增大观察角度。另一方面,由于器件像素尺寸太小将造成相邻像素出现电串扰,造成对光波调制的误差,因此也不能单纯在工艺上减小像素尺寸 p 来增大观察角度。

5.2 $4f$ 透镜系统用于增大可视角

利用 $4f$ 透镜对 SLM 上的计算全息图进行缩放能等效地改变像素间距,进而改变可视角。以下讨论由两个焦距分别为 f_1 和 f_2 、相距 f_1+f_2 的透镜组成的 $4f$ 光学系统对入射光场的影响,光路如图 9 所示。

如果平面 B 和 D 处的透镜均为圆透镜,平面 A

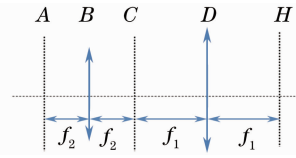


图 9 $4f$ 透镜系统光路图

Fig. 9 Schematic of $4f$ optical system

的光场经过 $4f$ 系统后,在平面 H 得到的光场可表示为 $E_H(x_H, y_H) = E_A\left(-\frac{f_2}{f_1}x_H, -\frac{f_2}{f_1}y_H\right)$ 。可以看到,输入光场在 x 和 y 方向的缩放倍率和透镜焦距有关。如果透镜焦距满足 $f_1 = 2f_2$,则在平面 H 上的光场是平面 A 缩小一半后的图像,但上下、左右位置互易。如果将抽样间距为 $4\ \mu\text{m}$ 的计算全息图(原全息图)上载到像素间距为 $8\ \mu\text{m}$ 的 SLM 上,并将其置于平面 A 处,就能在平面 H 处得到抽样间距为 $4\ \mu\text{m}$ 的全息图(新全息图)。利用新全息图进行光学再现,等价于直接将原全息图上载到像素间距为 $4\ \mu\text{m}$ 的 SLM 上,因此观察角度增大了 1 倍。

实际上,相对于竖直方向,人眼对水平方向的观察更加敏感。因此利用两个柱透镜组成的 $4f$ 透镜系统对原全息图进行各向异性缩放,保持竖直方向的像素间距不变而将水平方向的像素间距缩小为原来的一半。若图 9 中平面 B, D 处的透镜均为柱透镜,则原全息图(平面 A)的光场经过 $4f$ 系统后,在新全息图(平面 H)处得到的光场为

$$E_H(x_H, y_H) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\{i\pi y_H^2/[2\lambda(f_1 + f_2)]\} \int E_A\left(-\frac{f_2}{f_1}x_H, y_A\right) \cdot \exp\{i\pi y_A^2/[2\lambda(f_1 + f_2)]\} \cdot \exp\{-i2\pi y_A y_H/[2\lambda(f_1 + f_2)]\} dy_A. \quad (16)$$

由空域菲涅耳积分公式,即(1)式,光场 $E_H(x_H, y_H)$ 经过距离为 z 的传播后,其衍射场为

$$E_z(x_z, y_z) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z}(x_z^2 + y_z^2)\right] \iint E_H(x_H, y_H) \cdot \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z}(x_H^2 + y_H^2)\right] \cdot \exp\left[\frac{-i2\pi}{\lambda z}(x_z x_H + y_z y_H)\right] dx_H dy_H. \quad (17)$$

将(17)式代入(16)式可得再现光场为

$$E_z(x_z, y_z) = \exp\left\{\frac{i\pi}{\lambda} \left[\frac{1}{z} \left(\frac{f_2}{f_1} x_z \right)^2 + \frac{1}{z + 2f_1 + 2f_2} y_z^2 \right]\right\} \iint E_A(x_A, y_A) \cdot \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda} \left(\frac{x_A^2}{z} + \frac{y_A^2}{z + 2f_1 + 2f_2} \right)\right] \cdot \exp\left[-\frac{i\pi}{\lambda} \left(\frac{f_2}{f_1} x_z x_A + \frac{y_z y_A}{z + 2f_1 + 2f_2} \right)\right] dx_H dy_H. \quad (18)$$

由(18)式可以看到,柱透镜 $4f$ 系统对再现光场在水平、竖直方向进行了不同的调制作用,再现像两个方向上必然会存在不同程度的畸变。因此,需要对全息图也采取各向异性的抽样,以保证配合柱透镜 $4f$ 系统后仍能观察到准确的再现像^[37]。

5.3 时空复用技术用于提高空间带宽积

SLM 拼接是一种有效增大可视角和可视面积的方法。考虑 N 个 SLM 的平行拼接,则全息图面积将增加 N 倍,但可视角仍然不变。若两个 SLM 法线的夹角为 α ,在 $\alpha < \theta$ 时,如图 10(a),可视角增加

到了 $\alpha + \theta$ 。因此可以通过增大 α 来获得更大的可视角。然而, α 不能随意增大。当 α 增大到 $\alpha = \theta$ 时, 两个可观察区域恰好互相连接, 总的可视角增加一倍。但 α 继续增大时, 如图 10(b), 两个 SLM 的可视区域将发生分离, 导致在两个区域之间存在一个不可视的区域, 将产生观察的不连续性。因此 SLM 拼接方法所能获得的最大可视角为单一 SLM 的 2 倍。如果采

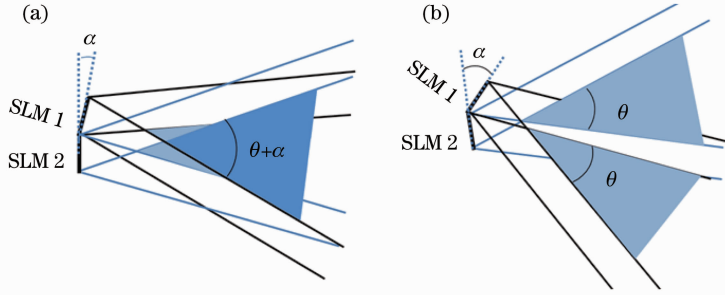


图 10 两个 SLM 倾斜拼接可视角示意图。(a) $\alpha < \theta$ 时的情况; (b) $\alpha > \theta$ 时的情况

Fig. 10 Viewing angle of two tilted SLMs. (a) $\alpha < \theta$; (b) $\alpha > \theta$

为了提高单一 SLM 的衍射角, 采用透镜焦距比为 2:1 的 4f 系统, 在水平方向将原来 $8 \mu\text{m}$ 的像素间距缩小一半至 $4 \mu\text{m}$ 。与此同时, 为了降低光路复杂度和减少平台震动, 在保持光垂直入射的情况下, 采用线性相位因子控制出射光的方向, 使得出射光相比于原来发生了一定角度的几何偏转。该方法等同于直接将 SLM 表面转过一定角度后保持光垂直于 SLM 表面入射, 也等同于在全息图后面叠加了楔形棱镜。为此, 结合时分复用技术和全息图空间拼接技术, 通过两个不同时刻在 SLM 上叠加不同的线性位相因子, 使得两幅新全息图恰好在空间中互相拼接, 构造出等价于两个互成 $\alpha/2$ 角度的 SLM 所组成的弧形阵列, 观察角度增大了 α , 如图 11 所示。

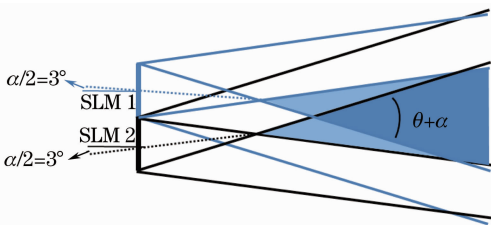


图 11 叠加线性位相因子构造全息图拼接
Fig. 11 Equivalent curve SLM array by the superimposition of linear phase factors

以上的做法使得观察角度得到有效的提高: 一方面, 由于 4f 位置处的全息图的像素间距缩小了一半, 观察角度将增大 1 倍; 另一方面, 在 SLM 上叠加了两个不同的位相因子以保证出射光方向分别

用 N 个 SLM 拼接, 相邻 SLM 法线方向的夹角为 α , 则可以得到的最大可视角为 $\theta + (N - 1)\alpha$ ($\alpha < \theta$)。以上分析表明, 要想获得更大的可视角, 提高单一 SLM 的衍射角是最根本的方法。利用时分复用与空分复用技术, 构造“等效弧形阵列”拼接全息图, 可以在保持全息图总面积不变的同时进一步增大可视角, 达到提高空间带宽积的目的。

向上、下偏转 3° , 等效于两束光各自垂直入射两个夹角为 6° 的 SLM 所得到的再现像, 因此观察角度增大了 6° 。理论上可以得到的可视角为: $2 \times 3.8^\circ + 6^\circ = 13.6^\circ$ 。

图 12 显示了在水平方向不同角度观察再现像时所得的存在一定视差的图像。从图 12(a)~(c), 观察的角度逐渐从左向右移动。在最左端观察时, 左侧的三角形面积比右侧的三角形面积大, 亮度也较强, 如图 12(a) 所示。在最右端观察时则右侧的三角形面积较大, 亮度较强, 如图 12(c) 所示。因此能够有效地增大三维全息再现时的观察角度, 并可观察到存在视差的三维再现像。

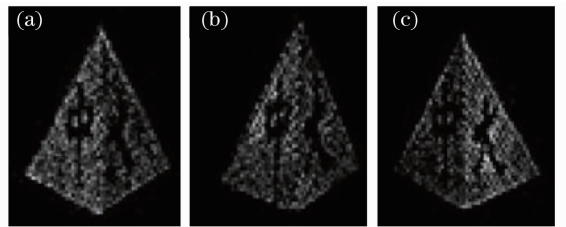


图 12 不同角度观察三维再现图像。(a) 从左端观察的图像; (b) 从中间观察的图像; (c) 从右端观察的图像
Fig. 12 Reconstructed 3D images. (a) From the left; (b) from the middle; (c) from the right viewpoint

6 结 论

回顾了空域计算全息三维成像技术, 详细证明了夫琅禾费衍射计算公式在非涅耳区衍射场计算中的有效性, 阐明了空域夫琅禾费计算全息算法。该方法

大大降低了计算全息图的计算复杂度,有望实现计算全息图的实时获得。利用含随机相位面形的解析谱平滑了物体表面光场傅里叶谱,解决了可视角增大、纹理、遮挡、平滑明暗等关键问题。基于三角形面片的空域夫琅禾费计算全息算法与计算机图形学技术相结合,实现了复杂三维场景的光学再现。回顾了在SLM上叠加线性相位因子以实现单个SLM虚拟构造出多个SLM拼接的“等效弧形阵列”概念。利用基于时空复用技术的光路系统,提高了空间带宽积,实现了在保持视场大小不变的前提下,单一SLM的横向可视角增大为原来的3.6倍的效果。

尽管在单一SLM的可视角已经获得增大,但人眼观察的舒适度仍有所欠缺。未来的工作将继续往这方面努力,以获得更大更可靠的大视角。此外,对彩色三维场景的记录与再现是目前全息三维显示技术的另一个瓶颈。由于波长的差异,从记录到再现的过程都需要对不同波长的光进行独立处理,再现时通过光束合成等方法观察彩色的再现像。彩色三维全息场景的再现也将是接下来的研究目标。

参 考 文 献

- 1 G Mather. Foundations of Perception[M]. Psychology Press, 2006.
- 2 Ogoe Takei. Three-Dimensional Imaging Technique [M]. Beijing: China Machine Press, 1982. 40—45.
大越孝敬. 三维成像技术[M]. 北京: 机械工业出版社, 1982. 40—45.
- 3 Yu Meiwen, Zhang Jingfang. Holography Display Technique [M]. Beijing: Science Press, 1989.
于美文, 张静方. 全息显示技术[M]. 科学出版社, 1989.
- 4 Wang Qionghua. 3D Display Technology and Devices [M]. Beijing: Science Press, 2011.
王琼华. 3D显示技术与器件[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
- 5 Xia Jun, Lei Wei. Three Dimensional Display Device, China; 200710133932. 3[P]. [2008-03-19].
夏军, 雷威. 三维立体显示器, 中国; 200710133932. 3[P]. [2008-03-19].
- 6 X Sang, F C Fan, C C Jiang. Demonstration of a large-size real-time full-color three-dimensional display[J]. Opt Lett, 2009, 34(24): 3803—3805.
- 7 Zhao Xing, Wang Fang, Yang Yong, *et al.*. Research progress of display performance of integral imaging three-dimensional display system[J]. Chinese Optics, 2012, 5(3): 209—221.
赵星, 王芳, 杨勇, 等. 集成成像三维显示系统显示性能的研究进展[J]. 中国光学, 2012, 5(3): 209—221.
- 8 Liu Xu, Li Haifeng. Spatial three-dimensional display based on the light-field reconstruction[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(9): 0900121.
刘旭, 李海峰. 基于光场重构的空间三维显示技术[J]. 光学学报, 2011, 31(9): 0900121.
- 9 D Gabor. A new microscopic principle[J]. Nature, 1948, 161(4098): 777—778.
- 10 D Gabor. Microscopy by reconstructed wavefronts[J]. Proc Roy Soc A, 1949, 197(1051): 454—487.
- 11 D Gabor. Microscopy by reconstructed wavefronts; II[J]. Proc Roy Soc B, 1951, 64(6): 449—469.
- 12 Yu Meiwen. Optical Holography and Its Application [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1996.
于美文. 光全息学及其应用[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1996.
- 13 J W Goodman. Introduction to Fourier Optics[M]. Roberts & Company Publishers, 2005.
- 14 T C Poon. Digital Holography and Three-Dimensional Display [M]. Springer, 2006.
- 15 S A Benton, V M Bove. Holographic Imaging[M]. John Wiley and Sons, 2008.
- 16 Jia Jia, Wang Yongtian, Liu Juan, *et al.*. Progress of dynamic 3D display of the computer-generated hologram[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(5): 050002.
贾甲, 王涌天, 刘娟, 等. 计算全息三维实时显示的研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(5): 050002.
- 17 Yu Zuliang, Jin Guofan. Computer Generated Hologram[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1984.
虞祖良, 金国藩. 计算机制全息图[M]. 北京: 清华大学出版社, 1984.
- 18 B R Brown, A W Lohmann. Complex spatial filter with binary masks[J]. Appl Opt, 1966, 5(6): 967—969.
- 19 B R Brown, A W Lohmann. Computer-generated binary holograms[J]. IBM J Res Dev, 1969, 13(2): 160—168.
- 20 J P Waters. Holographic image synthesis utilizing theoretical methods[J]. Appl Phys Lett, 2004, 9: 405—407.
- 21 A D Stein, Z Wang, J S Leigh. Computer-generated holograms: a simplified ray-tracing approach[J]. Comput Phys, 1992, 6(4): 389—392.
- 22 M Lucente. Interactive computation of holograms using a look-up table[J]. J Electron Imaging, 1993, 2(1): 28—34.
- 23 N Masuda, T Ito, T Tanaka, *et al.*. Computer generated holography using a graphics processing unit[J]. Opt Express, 2006, 14(2): 603—608.
- 24 W K Cheung, P Tsang, T C Poon. Enhanced method for the generation of binary Fresnel holograms based on grid-cross downsampling[J]. Chin Opt Lett, 2011, 9(12): 120005.
- 25 A W Lohmann. Three-dimensional properties of wave-fields[J]. Optik, 1978, 51(2): 105—117.
- 26 M Bayraktar, M Ozcan. Method to calculate the far field of three-dimensional objects for computer-generated holography[J]. Appl Opt, 2010, 49(24): 4647—4654.
- 27 J S Chen, Q Smithwick, D Chu. Implementation of shading effect for reconstruction of smooth layer-based 3D holographic images [C]. SPIE, 2013, 8648: 86480R.
- 28 Lian Yanming, Zhang Peiqing, Guan Yefeng, *et al.*. Reconstruction and visualization of multi plane images based on spatial light modulator[J]. Acta Physica Sinica, 2010, 39(10): 1820—1824.
梁艳明, 张培晴, 关烨烽, 等. 基于空间光调制器的多层图像的构建与可视化[J]. 光子学报, 2010, 39(10): 1820—1824.
- 29 D Leseberg, C Frère. Computer-generated holograms of 3-D objects composed of tilted planar segments[J]. Appl Opt, 1988, 27(14): 3020—3024.
- 30 N Delen, B Hooker. Free-space beam propagation between arbitrarily oriented planes based on full diffraction theory: a fast Fourier transform approach[J]. J Opt Soc Am A, 1998, 15(4): 857—867.
- 31 K Matsushima, H Schimmel, F Wyrowski. Fast calculation method for optical diffraction on tilted planes by use of the angular spectrum of plane waves[J]. J Opt Soc Am A, 2003, 20(9): 1755—1762.
- 32 L Ahrenberg, P Benzie, Magnor, *et al.*. Computer generated holograms from three dimensional meshes using an analytic light transport model[J]. Appl Opt, 2008, 47(10): 1567—1574.

- 33 H Kim, J Hahn, B Lee. Mathematical modeling of triangle-mesh-modeled three-dimensional surface objects for digital holography[J]. *Appl Opt*, 2008, 47(19): D117-D127.
- 34 Y Z Liu, J W Dong, Y Y Pu, *et al.*. High-speed full analytical holographic computations for true-life scenes[J]. *Opt Express*, 2010, 18(4): 3345-3351.
- 35 H Nishi, K Matsushima, S Nakahara. Rendering of specular surfaces in polygon-based computer-generated holograms [J]. *Appl Opt*, 2011, 50(34): H245-H252.
- 36 Y Z Liu, J W Dong, Y Y Pu, *et al.*. Fraunhofer computer-generated hologram for diffused 3D scene in Fresnel region[J]. *Opt Lett*, 2011, 36(11): 2128-2130.
- 37 Y Z Liu, X N Pang, S J Jiang, *et al.*. Viewing-angle enlargement in holographic augmented reality using time division and spatial tiling[J]. *Opt Express*, 2013, 21(10): 12068-12076.
- 38 Li Junchang, Gui Jinbin, Lou Yuli, *et al.*. Study of creation algorithm of computer generated hologram of diffuse reflection 3D object[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2013, 50(2): 020903.
李俊昌, 桂进斌, 楼宇丽, 等. 漫反射三维物体计算全息图算法研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2013, 50(2): 020903.
- 39 Zebra Imaging. Method and Apparatus for Recording One-Step, Full-Color, Full-Parallax, Holographic Stereograms [P]. US 20080252952 A1, [2008-10-16].
- 40 M E Holzbach, M A Klug, Zebra Imaging. Systems and Methods for Updating Dynamic Three-Dimensional Display with User Input[P]. WO 2008115997 A2, [2008-09-25].
- 41 S Tay, P A Blanche, R Voorakaranam, *et al.*. An updatable holographic three-dimensional display [J]. *Nature*, 2008, 451(7179): 694-698.
- 42 P A Blanche, A Bablumain, R Voorakaranam, *et al.*. Holographic three-dimensional telepresence using large-area photorefractive polymer[J]. *Nature*, 2010, 468(7320): 80-83.
- 43 X Li, C P Chen, Y Su, *et al.*. Color holographic display based on fast-response liquid crystal cell [C]. *SID 2013 Digest*, 2013, 228-230.
- 44 Zheng Huadong, Yu Yingjie, Dai Linmao, *et al.*. Correction method for phase-modulation deviation of liquid crystal spatial light modulator in full-color holographic display[J]. *Acta Physica Sinica*, 2010, 59(9): 6145-6151.
郑华东, 于瀛洁, 代林茂, 等. 彩色全息显示中液晶空间光调制器位相调制偏差的矫正方法[J]. *物理学报*, 2010, 59(9): 6145-6151.
- 45 P Tsang, W K Cheung, T C Poon, *et al.*. Holographic video at 40 frames per second for 4-million object points[J]. *Opt Express*, 2011, 19(16): 15205-15211.
- 46 J Weng, T Shimobaba, N Okada, *et al.*. Generation of real-time large computer generated hologram using wavefront recording method[J]. *Opt Express*, 2012, 20(4): 4018-4023.
- 47 V M Bove, Jr, W J Plesniak, T Quentmeyer, *et al.*. Real-time holographic video images with commodity PC hardware [C]. *SPIE*, 2005, 5664: 255-262.
- 48 Y Ichihashi, H Nakayama, T Ito, *et al.*. HORN-6 special-purpose clustered computing system for electroholography[J]. *Opt Express*, 2009, 17(10): 13895-13903.
- 49 Y Takaki, N Okada. Hologram generation by horizontal scanning of a high-speed spatial light modulator[J]. *Appl Opt*, 2009, 48(17): 3255-3260.
- 50 J Hahn, H Kim, Y Lim, *et al.*. Wide viewing angle dynamic holographic stereogram with a curved array of spatial light modulators[J]. *Opt Express*, 2008, 16(16): 12372-12386.
- 51 F Yaraş, H Kang, L Onural. Circular holographic video display system[J]. *Opt Express*, 2011, 19(10): 9147-9156.
- 52 Wang Yue, Shen Chuan, Wei Sui, *et al.*. Research on color holographic display with space division multiplexing based on liquid crystal on silicon[J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(12): 1209001.
王岳, 沈川, 韦穗, 等. 基于硅基液晶的空分复用彩色全息显示研究[J]. *中国激光*, 2012, 39(12): 1209001.
- 53 J Garcia, D Mas, R G Dorsch. Fractional-Fourier-transform calculation through the fast-Fourier transform algorithm [J]. *Appl Opt*, 1996, 35(35): 7013-7018.
- 54 L B Lesem, P M Hirsch, J A Jordan, *et al.*. The Kinoform; a new wavefront reconstruction device[J]. *IBM J Res and Dev*, 1969, 13(2): 150-155.
- 55 Cai Xiaou, Wang Hui, Li Yong. Study on the kinoform of 3D object[J]. *Chinese J Lasers*, 2001, 28(2): 173-175.
蔡晓鸥, 王辉, 李勇. 三维物体相息图的研制[J]. *中国激光*, 2001, 28(2): 173-175.
- 56 Wang Yutang, Zheng Shihai, Gao Wei. Making up kinoform by the method of scanning-exposure[J]. *Acta Optica Sinica*, 1984, 4(2): 164-167.
王玉堂, 郑师海, 高伟. 用扫描曝光法制作相息图[J]. *光学学报*, 1984, 4(2): 164-167.

栏目编辑:何卓铭