

宏-微脉冲激光激发钠信标回波光子的数值模拟

刘向远^{1,2,3} 钱仙妹^{2*} 黄宏华² 李玉杰² 饶瑞中²

¹ 皖西学院材料与化工学院, 安徽 六安 237012

² 中国科学院安徽光学精密机械研究所中国科学院大气成分与光学重点实验室, 安徽 合肥 230031

³ 中国科学院大学, 北京 100049

摘要 宽带、圆偏振的宏-微脉冲激光能够有效地激发大气中间层钠原子,为自适应光学波前探测提供较多的回波光光子数。在二能级光学 Bloch 方程的基础上,考虑不同大气湍流模式下激光光强在大气中间层的分布,通过数值模拟的方法,计算三种大气湍流模式下的钠信标回波光光子数,然后根据经验确定大气相干长度的范围,估算宏-微脉冲激光激发钠信标回波光光子的平均值,所得的平均值与实验测量值比较接近。由于宏-微脉冲激光与钠原子作用可以忽略反冲、下抽运、地磁场等因素的影响,因此可以用计算有效截面的方法估算钠信标回波光光子数。但是由于这种方法没有考虑激光的偏振态、光束质量因子以及光强的随机分布对钠原子激发态概率的影响,导致计算结果偏小。

关键词 大气光学; 宏-微脉冲激光; 激光钠信标; 大气湍流模式; 数值模拟

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.0613001

Numerical Simulation of the Number of Return Photons from Sodium Laser Beacons Excited by Macro-Micropulse Laser

Liu Xiangyuan^{1,2,3} Qian Xianmei² Huang Honghua² Li Yujie² Rao Ruizhong²

¹ College of Materials and Chemical Engineering, West Anhui University, Lu'an, Anhui 237012, China

² Key Laboratory of Atmospheric Composition and Optical Radiation, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei, Anhui 230031, China

³ University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract The macro-micropulse laser with broadband and circular polarization can effectively excite the sodium atoms in the mesosphere, which can offer more return photons for the wave-front sensing of the adaptive optics. Based on the two-level Bloch equation, considering the distribution of laser intensity under the different models for atmosphere turbulence in the mesosphere, the number of return photons for sodium laser beacons is calculated under the three models for atmospheric turbulence by the method of numerical simulation. Then, the scale of atmosphere coherent length is conjectured according to experience and the average value for the number of return photons is calculated. The average value is relatively close to the experimental values. Because the effects of the recoil, down-pumping and geomagnetic field can be neglected, the return photons can be computed by the effective absorption cross-section. However, this method leads to the smaller results of computation because there is no consideration of the influence of laser polarization, beam quality factor and intensity distribution on the probability of excited states.

Key words atmospheric optics; macro-micropulse laser; sodium laser beacon; atmosphere turbulence models; numerical simulation

OCIS codes 010.1290; 010.1350; 260.2510; 260.2160; 190.2640; 190.5890

收稿日期: 2013-12-02; 收到修改稿日期: 2014-01-16

基金项目: 国家自然科学基金(61107066)、安徽省高校自然科学基金(KJ2013B331)

作者简介: 刘向远(1969—),男,博士研究生,主要从事激光大气传输与光信息处理等方面的研究。

E-mail: lxy0564@aliyun.com

导师简介: 饶瑞中(1963—),男,研究员,主要从事大气光学方面研究。E-mail: rao@aiofm.ac.cn

* 通信联系人。E-mail: qianxianmei@aiofm.ac.cn

1 引 言

激光钠信标应用于自适应光学系统时必须要有足够多的后向回波光光子数,而钠信标回波光光子数的激发与激光脉冲格式有着密切的关系。在诸多脉冲激光中,宏-微脉冲激光能够有效地激发大气中间层的钠原子,获得较多的回波光光子数^[1]。Tell等^[2]计算了长脉冲、短脉冲以及连续波激光激发钠信标回波光光子数的倾斜度效率并与宏-微脉冲相比较,结果表明宏-微脉冲的倾斜度效率较高。Kibblewhite等^[3]研究了宏-微脉冲产生的机理,认为宏-微脉冲的锁模格式能够与Na的D₂线光谱很好地匹配,并且宏-微脉冲具有非常好的光束质量有利于提高激光激发钠信标回波光光子数的效率。Milonni等^[4]在激光与钠原子作用二能级模型的基础上,提出了一种宏-微脉冲激发钠信标回波光光子数的近似计算方法。Bradley^[5]通过求解24能级Bloch方程,研究了宏-微脉冲激光的偏振、脉冲宽度、光谱宽度、相位调制对钠信标回波光光子数的影响。但是这些研究都忽视了激光光强在大气中间层的随机分布特征,没有考虑大气湍流、反冲以及下抽运等因素对钠信标回波光光子数的影响。本文在激光与钠原子作用二能级模型的基础上,研究了三种典型的大气湍流模式下宏-微脉冲激光激发钠信标回波光光子数的变化情况,提出了一种估算钠信标回波光光子数的数值模拟方法。

2 宏-微脉冲与钠原子作用的理论分析

宏-微脉冲由一系列宏脉冲和微脉冲组成,宏脉冲又包含了几千至上万个微小脉冲^[6]。宏脉冲的脉冲半峰全宽(FWHM) τ_M 从1 μ s到200 μ s,视具体情况而不同,脉冲形状有高斯形的,也有方波形的。微脉冲FWHM τ_p 一般小于或等于1 ns,脉冲形状大都为高斯型。微脉冲的光谱宽度 $\delta\nu_b$ 大部分很宽,一般能够覆盖整个钠原子的D_{2a}~D_{2b}光谱(约3 GHz),使得处于F=1和F=2基态的所有钠原子都能够参与作用,但是也有光谱宽度达0.9 GHz的^[3]。微脉冲的重复频率 R_p 一般为100 MHz,也有几十兆赫兹的,例如文献[1]中的微脉冲重复频率为76 MHz。宏脉冲的重复频率 R_M 有330、800、840 Hz等多种情况。以下的理论分析了宏脉冲为方波形状,激光为圆偏振,激光带宽能够覆盖钠原子整个D_{2a}~D_{2b}光谱的情况。

当宏-微脉冲激光与钠原子相互作用时,其作用的物理过程可以用密度矩阵运动方程来描述:

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [\hat{H}, \rho] - \frac{1}{2} \{\Gamma, \rho\}. \quad (1)$$

式中 ρ 代表密度矩阵, \hat{H} 代表哈密顿量, $[\hat{H}, \rho] = \hat{H}\rho - \rho\hat{H}$, $\{\Gamma, \rho\}$ 为衰减项, Γ 代表衰减矩阵^[7]。Bradley^[5]应用24能级密度矩阵方程研究了宏-微脉冲激发钠原子激发态概率的时间演变,发现经过相位调制的右旋圆偏振光能够快速有效地把钠原子抽运到 $3^2P_{3/2}(3,3)$ 态,而处于其他态的钠原子随之快速减少。Morris^[8]研究了30 ns~0.9 μ s的左旋圆偏振光与钠原子作用,结果表明经过相位调制的宽带激光能够维持钠原子在 $3^2S_{1/2}(2,2)$ 与 $3^2P_{3/2}(3,3)$ 态之间跃迁,并且几乎能够抽运所有的钠原子进入 $3^2P_{3/2}(3,3)$ 态。Milonni等^[9]认为,比1 ns短的脉冲激光与钠原子作用,可以忽略钠原子的超精细结构,此时二能级模型是一个很好的近似。因此,应用二能级光学Bloch方程描述宏-微脉冲圆偏振激光与钠原子相互作用是合适的,可表示为

$$\begin{aligned} \frac{du}{dt} &= -(\bar{\omega} - \omega)v - u/T_2 \\ \frac{dv}{dt} &= (\bar{\omega} - \omega)u + \frac{\mu E_0}{h} \omega - v/T_2 \\ \frac{d\omega}{dt} &= -\frac{\mu E_0}{h} v - (\omega - \omega_0)/T_1. \end{aligned} \quad (2)$$

式中 u 、 v 为密度矩阵非对称矩阵元, E_0 表示光场, μ 为电偶极矩, $1/T_2$ 、 $1/T_1$ 分别为横向、纵向衰减系数, $\bar{\omega}$ 为辐射光的圆频率, ω 为入射光场的圆频率, $\omega = p_2 - p_1$, $\omega_0 = -1$, p_2 是激发态概率, p_1 为基态概率,拉比频率 $\Omega = \frac{\mu E_0}{h}$ 。由于 $p_2 + p_1 = 1$,在 $\bar{\omega} = \omega$ 时发生共振,忽略衰减,求解(2)式,能够得到单一微脉冲抽运期间钠原子的激发态概率^[10]:

$$p_2(t) = \sin^2 \left[\frac{\mu}{2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} E_0(t) dt \right]. \quad (3)$$

考虑 $E_0(t) = E_0 \exp[-(2\ln 2)t^2/\tau_p^2]$, $\mu^2 = \lambda^3 \hbar A / 32\pi^3$, $E_0^2 = 8\pi I_p / c$,其中, $A = 1/16$ ns, τ_p 为高斯脉冲的半峰全宽(FWHM), I_p 为峰值光强, c 为真空光速,代入(3)式求解,得到一个微脉冲结束时总的激发态概率^[4]:

$$p_2 = \sin^2 \left(\frac{\lambda^3 A \tau_p^2}{32\pi \hbar c \ln 2} I_p \right)^{1/2}. \quad (4)$$

发射高斯光束的脉冲激光到大气中间层,假设一个微脉冲激光照亮钠层的面积为 S ,中间层钠原子的柱密度为 C_{Na} ,则一个微脉冲激发中间层钠原子得到单位立体角后向自发辐射的光子数为

$$\varphi = \beta S C_{Na} p_2 / (4\pi). \quad (5)$$

然而,激光在上行传输过程中,会受到大气的吸收和散射以及大气湍流的影响,激光光强在大气的中间层呈现随机分布的特征^[11],此时,一个微脉冲

激发中间层钠原子单位立体角后向自发辐射的光子数表示为离散的形式,即

$$\varphi = \beta C_{\text{Na}} \sum_i \Delta S_i p_z(i) = \beta C_{\text{Na}} \sum_i \Delta S_i \sin^2 \left[\frac{\lambda^3 A \tau_p^2}{32\pi\hbar c \ln 2} I_p(i) \right]^{1/2} / (4\pi), \quad (6)$$

式中 β 为后向回波系数, ΔS_i 表示激光照射的微小面积, $I_p(i)$ 为激光照射钠层每一点的峰值光强。如果激光垂直地面、准直发射,根据大气中间层钠层辐射的光子数,能够得到激光钠信标在接收面上单位时间、单位面积的回波光子数

$$N_{\text{macro}} = T_0 \varphi R_p R_M / L^2, \quad (7)$$

式中 T_0 为大气透射率, L 为接收面到钠层中心的高度。

3 钠信标回波光子数的数值模拟

由(6)、(7)式可以看出宏-微脉冲激发的钠信标回波光子数与激光到达大气中间层的光强分布紧密相关。对于大气中间层光强的分布,采用中国科学院安徽光学精密机械研究所的激光大气传输模拟程序(CLAP)软件进行模拟^[12],模拟高斯光束经过大气湍流到达中间层钠层的光强分布,并考虑了大气的吸收、散射以及光束质量因子^[13]。但是这里存在一个问题,即模拟出来的光强分布相对于空间的每一点是时间的平均值,而(6)式中的光强指的是峰值

光强。这里单一微脉冲是以时间为变量的高斯分布,应用正态分布的概率理论来分析,当时间宽度达到 $4\tau_p$ 即脉冲时间持续在 $-2\tau_p \sim 2\tau_p$ 范围内,这段时间内所包含的能量约占脉冲总能量的95%,则激光到达空间某一点的平均功率为

$$\bar{P} = Q / (4\tau_p), \quad (8)$$

式中 Q 为一个微脉冲的能量。按照实际测量,脉冲的峰值功率 $P_f = Q / \tau_p$,则峰值功率为平均功率的4倍,相应空间某一点的光强 $I(i) = I_p(i) / 4$ 。联系(6)、(7)式能够得到一个宏脉冲激发的钠信标回波光子数

$$N_{\text{macro}} = T_0 \beta C_{\text{Na}} R_p A_a \times \sum_i \Delta S_i \sin^2 \left[\frac{\lambda^3 A \tau_p^2}{8\pi\hbar c \ln 2} I(i) \right]^{1/2} / (4\pi L^2), \quad (9)$$

式中 A_a 为望远镜的接收面积, $A_a = \pi r^2$, r 为望远镜的半径。在宏-微脉冲激光激发钠信标回波光子数的实验中,Jelonek等^[14]的实验是很成功的,可以查证的实验参数如表1所示。

表1 Jelonek等实验参数

Table 1 Experiment parameters from Jelonek et al.

Variable name	Symbol	Value	Variable name	Symbol	Value
Launched power	P	9 W	Spectral bandwidth	$\delta\nu_b$	3.5 GHz
Laser wavelength	λ	589 nm	Sodium layer altitude	L	93 km
Macropulse FWHM	τ_M	about 48 μs	Zenith of laser beam	ζ	0
Micropulse FWHM	τ_p	about 350 ps	Macropulse repeat	R_M	840 Hz
Micropulse repeat	R_p	100 MHz	Macropulse energy	J	10.7 mJ
Laser polarization	Circular	+1	Launched diameter	D	5 cm
Atmospheric transmittance	T_0	0.6	Sodium column density	C_{Na}	$2.5 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$
Radius of telescope	r	0.75 m	Backscattering coefficient	β	1.5

表1的实验参数缺少大气湍流模式和光束质量因子,因而无法确定激光光强在大气中间层的具体分布情况。但是从以上分析来看这两个参数是影响激光光强在大气中间层分布的重要参量。根据Jelonek等^[14]实验中钠信标成像的大小,这里设置光束质量因子为2.2。为了模拟激光光强在大气中间层的分布,按照大气湍流模式分类也是必要的^[15]。大气湍流模式选择HV5/7模式、Greenwood模式和ModHV模式,采用光传播数值模拟方法模拟单个微脉冲经过

大气湍流,激光光强在大气中间层的分布和一个宏脉冲激发钠层辐射光子数的分布,如图1~3所示,图中结果均为随机抽样一次的模拟结果。

图1~3为激光入射面的二维平面,模拟的网格数为 512×512 ,网格间距为1.6 cm。这里一个微脉冲的发射功率为6369 W,且为垂直地面、准直发射。由一个宏脉冲激发钠层的辐射光子数分布图1可以估算HV5/7大气湍流模式下光斑直径长约为2.4 m。由图可以看出尽管激光发射口径仅仅为

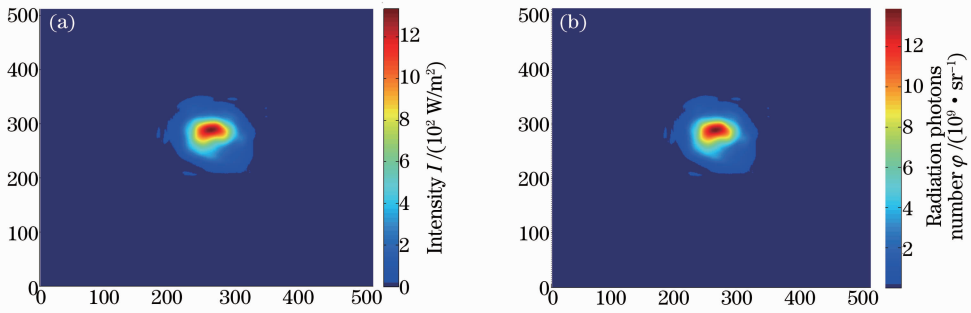


图 1 HV5/7 大气湍流模式下(a)一个微脉冲激光光强在大气中间层分布和(b)一个宏脉冲激发钠层辐射光子数的分布
Fig.1 (a) Distribution of laser intensity for one micropulse in the mesosphere and (b) distribution of radiation photons for one macropulse at the sodium layer under the HV5/7 model for atmospheric turbulence

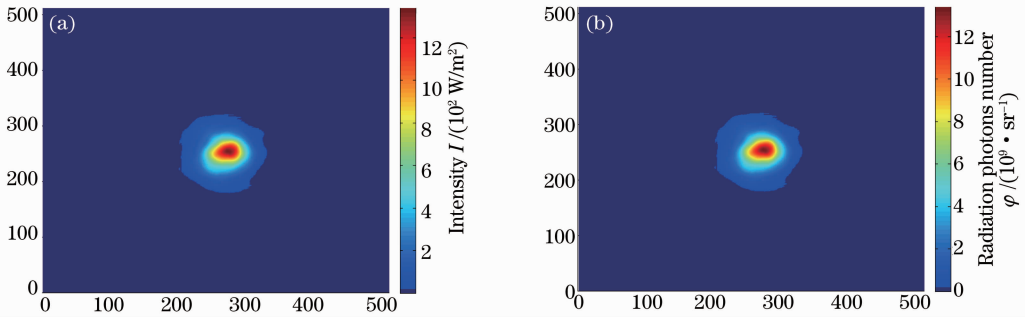


图 2 Greenwood 大气湍流模式下(a)一个微脉冲激光光强在大气中间层分布和(b)一个宏脉冲激发钠层辐射光子数的分布
Fig.2 (a) Distribution of laser intensity for one micropulse in the mesosphere and (b) distribution of radiation photons for one macropulse at the sodium layer under the Greenwood model for atmospheric turbulence

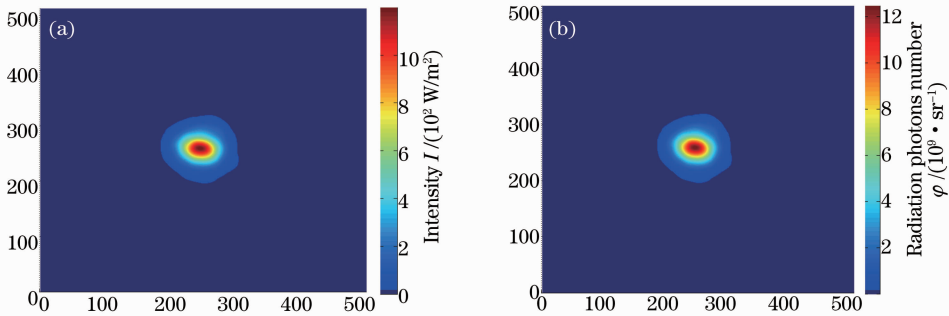


图 3 ModHV 大气湍流模式下(a)一个微脉冲激光光强在大气中间层分布和(b)一个宏脉冲激发钠层辐射光子数的分布
Fig.3 (a) Distribution of laser intensity for one micropulse in the mesosphere and (b) distribution of radiation photons for one macropulse at the sodium layer under the ModHV model for atmospheric turbulence

5 cm,但是激光光斑很大,原因在于激光经过大气传输,除了受到大气湍流影响还与光束质量因子以及激光发射口径有关。另外,激光钠信标光斑大小和形状与激光光斑非常一致,因此,可以认为激光钠

信标的回波光子数与入射到大气中间层的光强近似呈正比例关系。表 2 给出了三种大气湍流模式,波长为 589 nm 下,宏-微脉冲激发钠信标回波光子数的平均值、标准差和相应的大气相干长度。

表 2 钠信标回波光子数的平均值、标准差和相应的大气相干长度

Table 2 Average values, standard deviation and the related atmosphere coherent length of the return photons for sodium laser beacons

Atmospheric turbulence model	Atmosphere coherent length /cm	Average return photons each macropulse	Standard deviation each macropulse
HV5/7	6.0	6.634×10^3	1.303×10^3
Greenwood	15.5	4.506×10^3	582
ModHV	21.8	4.177×10^3	288

从表 2 的计算结果可以看出,相同激光发射参数、不同大气湍流模式下,激光钠信标回波光子数的平均值和标准差随大气相干长度的增加有逐渐减小的趋势。HV5/7 大气湍流模式下每个宏脉冲激发的钠信标回波光子数的平均值较其他两种模式多 2000 个以上的光子,原因与 HV5/7 大气湍流模式下光斑较大、光强峰值变小有关^[16]。计算表明,与图 1~3 中(a)图相对应,三种大气湍流模式下钠原子总的激发态概率的相对比值为 1.1269:1:0.7677。在不知道实时大气相干长度的情况下,可以根据经验来判断某地的大气相干长度。一般来说,某地的大气相干长度在 10 cm 左右,大气湍流较强时大气相干长度在 10 cm 以下,大气湍流较弱时大气相干长度在 10 cm 以上,因此选择表 2 中大气相干长度为 6.0 cm 和 15.5 cm 对应的回波光子数平均值,估算平均值为 5570 个光子,这个值与 Jelonek 等^[14]实验测量一个宏脉冲激光 5200 个光子比较接近。估算回波光子数的标准差为 943 个光子。Munch 等^[6]研制了一种宏-微脉冲激光器,微脉冲 FWHM 为 1 ns,能量为 0.1 mJ,质量因子小于 1.5 (以下取 1.4),取钠层柱密度 10^{13} m^{-2} ,在假设激光照射面积直径为 0.5 m 以及光强的峰值为 500000 W/m^2 的情况下,估计回波光子数为 100 m^{-2} 。这里应用表 1 中部分相关数据,采用与上述相同的方法,在 HV5/7 和 Greenwood 大气湍流模式下,计算一个宏脉冲激发的钠信标回波光子数平均值分别为 122 m^{-2} 和 96 m^{-2} ,得到回波光子数估算值为 109 m^{-2} ,两个结果很相近。

Shi^[17]应用圆偏振宏-微脉冲激光激发钠信标,研究钠信标的大小和回波光子数,根据文献介绍的实验数据,取微脉冲 FWHM 为 $\tau_p = 600 \text{ ps}$,宏脉冲 FWHM 为 $\tau_M = 170 \mu\text{s}$,微脉冲重复频率 $R_p = 100 \text{ MHz}$,宏脉冲重复频率 $R_M = 400 \text{ Hz}$ 。发射 5 W 的激光传输到大气中间层约为 1.1 W,大气透射率为 0.85,钠层柱密度 $C_{\text{Na}} = 7.0 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$,按照以上方法估算钠信标回波光子数,缺少很多参数。这里假设光束质量因子为 3,除已知数据外,其他参数取表 1 中数据,激光采用相同的发射方式,微脉冲到达大气中间层的功率为 270 W,分别计算 HV5/7、Greenwood 和 ModHV 大气湍流模式下的回波光子数平均值为 $231, 160, 150 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ 。这些计算结果比实验中测量的最大值 $131 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ 都大,原因可能在于 Shi 的实验中激光采用的是聚焦发射,而这里采用的是准直发射。聚焦发射的激光光斑面

积比这里的计算小得多,而小的光斑面积不利于获得较多的回波光子数。尽管如此,估计在大气相干长度为 15.5 cm 时回波光子数平均值与实验值很接近。

4 反冲、下抽运等影响因素

以上激光钠信标回波光子数的模拟没有考虑反冲对钠原子激发态概率的影响,实际上,在激光与钠原子相互作用的过程中,钠原子每吸收一个光子,要增加 50 kHz 的多普勒频移^[18-19],即所谓的反冲效应。反冲效应会导致钠原子激发态概率减小,从而减小钠信标回波光子数。由于宏-微脉冲激光带宽在 3 GHz 左右,故假设激光光强随多普勒频移 ν_D 变化,呈现高斯分布

$$I(\nu_D) = I_0 \frac{(4 \ln 2 / \pi)^{1/2}}{\delta \nu_D^I} \exp[-4 \ln 2 \nu_D^2 / (\delta \nu_D^I)^2], \quad (10)$$

式中 I_0 为峰值入射光强, $\delta \nu_D^I$ 为光强分布对应的带宽,则宏-微脉冲激光中一个微脉冲的激发态概率按照多普勒频移分布为

$$p_2(\nu_D) = \sin^2 \left[\frac{\lambda^3 A \tau_p^2}{32 \pi \hbar c \ln 2} I(\nu_D) \right]^{1/2}. \quad (11)$$

根据以上 Jelonek 等实验,考虑 Greenwood 大气湍流模式下的光强分布(如图 2 所示),最大的光强值为 1340 W/m^2 ,当 $\nu_D = 0$ 时,满足麦克斯韦速率分布律的钠原子数最多^[20],得到 $p_2(\nu_D = 0) \approx 10^{-12}$ 。在一个宏脉冲时间内微脉冲作用 4800 次,被激发钠原子数的比例约为 $4.8 \times 10^{-9} : 1$ 。因此,宏-微脉冲激发钠原子引起反冲频移的钠原子数可以忽略不计^[9]。另外,由于宏脉冲之间的间隔一般大于 $640 \mu\text{s}$,能够满足钠原子恢复到热平衡态的时间,因而一个宏脉冲之后所有钠原子将再次处于热平衡态,有利于激光与钠原子作用获得最大程度的激发。

宏-微脉冲与钠原子作用,除了具有反冲效应外,还有下抽运效应和地磁场的影响。由于宽带激光光谱覆盖了钠原子整个 $D_{2a} \sim D_{2b}$ 光谱,能够激发处于 $F=1$ 基态的钠原子,在一定程度上有效减弱了下抽运效应。又由于宏-微脉冲中微脉冲的 FWHM 一般小于或等于 1 ns,而地磁场造成的拉莫尔进动周期一般在几个微秒的数量级^[21],因而可以不考虑地磁场的影响。

5 与采用有效吸收截面算法的比较

在忽略反冲、下抽运等因素影响的情况下,采用

有效吸收截面计算钠信标回波光子数是可行的。每个宏脉冲的能量到达大气中间层激发钠信标,在望远镜接收面上得到回波光子数为

$$N_{\text{macro}} = T_0 C_{\text{Na}} \sigma_t (E/h\nu_0) A_a / (4\pi L^2), \quad (12)$$

式中 σ_t 为总的散射截面, E 为一个宏脉冲到达钠层的能量, $h\nu_0$ 为一个光子的能量, ν_0 为回波光子的频率, $\nu_0 = c/\lambda$ 。总的散射截面为

$$\sigma_t = \int_{-\infty}^{\infty} [n(\nu_D)/n_0] \sigma_{\text{eff}}(\nu_D) d\nu_D, \quad (13)$$

式中 $n(\nu_D)/n_0$ 为钠原子数随多普勒频移的分布, $\sigma_{\text{eff}}(\nu_D)$ 为有效吸收截面, 分别由以下两式表示

$$n(\nu_D)/n_0 = \frac{(4\ln 2/\pi)^{1/2}}{\delta\nu_D} \exp[-4\ln 2 \nu_D^2 / (\delta\nu_D)^2], \quad (14)$$

$$\sigma_{\text{eff}}(\nu_D) = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma(\nu) g(\nu) d\nu, \quad (15)$$

式中 $g(\nu) = I(\nu_D)/I_0$, $\sigma(\nu)$ 为钠原子吸收截面, $\sigma(\nu)$ 表示为

$$\sigma(\nu) = \frac{\lambda^2 A}{8\pi} \frac{g_2}{g_1} \left[\frac{5}{8} S_1(\nu) + \frac{3}{8} S_2(\nu) \right], \quad (16)$$

式中 g_1 为下能级简并度, g_2 为上能级简并度, $g_2/g_1 = 2, \frac{5}{8}$ 和 $\frac{3}{8}$ 系数分别表示热平衡态时 $F = 2$ 和 $F = 1$ 基态的概率。 $S_j(\nu)$ ($j = 1, 2$) 为多普勒展宽的线形函数

$$S_j(\nu) = \frac{1}{\delta\nu_D} \left(\frac{4\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} \exp[-4\ln 2 (\nu - \nu_0)^2 / \delta\nu_D^2], \quad (17)$$

式中 $\delta\nu_D$ 为多普勒线型 FWHM, $\delta\nu_D = \frac{2}{\lambda} \sqrt{\frac{2kT \ln 2}{M}}$, k 为玻尔兹曼常量, T 为热力学温度, M 为钠原子质量。取 $\delta\nu_D = 1$ GHz, 根据 Welsh 等^[22] 的近似计算, 在激光光谱线宽 $\delta\nu_D^l > \delta\nu_D$ 的情况下, 得到有效吸收截面

$$\sigma_{\text{eff}}(\nu_D) \approx g(\nu_0) \sigma_0 \delta\nu_D \pi / 2, \quad (18)$$

式中 σ_0 为钠原子的峰值吸收截面, ν_0 为激光的中心频率。取 ν_0 等于钠原子 D_{2a} 线的中心频率, 则 $g(\nu_0) = I(\nu_D = 0)/I_0$ 。由(10)、(15)~(18)式能够得到

$$\sigma_{\text{eff}}(\nu_D) \approx \frac{(4\ln 2/\pi)^{1/2}}{\delta\nu_D^l} \times \frac{5}{8} \frac{\lambda^2 A}{4\pi} \frac{1}{\delta\nu_D} 1/2 \times \delta\nu_D \times \pi / 2 = \frac{5}{16} \frac{\ln 2}{\pi} \times \frac{\lambda^2 A}{\delta\nu_D^l}. \quad (19)$$

将(19)式代入(13)式并积分(高斯积分是归一化的), 得到

$$\sigma_t \approx \sigma_{\text{eff}}(\nu_D) \approx \frac{5}{16} \frac{\ln 2}{\pi} \times \frac{\lambda^2 A}{\delta\nu_D^l}. \quad (20)$$

取 $\delta\nu_D^l = 3.5$ GHz, 计算得 $\sigma_t = 4.27 \times 10^{-16} \text{ m}^2$ 。按照(12)式计算 Jelonek 等^[14] 实验中一个宏脉冲激发钠信标回波光子数为 1.98×10^3 个光子; 取 $\delta\nu_D^l = 3$ GHz, $\sigma_t = 5 \times 10^{-16} \text{ m}^2$, 计算 Shi^[17] 实验中钠信标回波光子数为 $83 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$ 。因此采用吸收截面的方法计算出来的回波光子数比以上方法小 1~2 倍。原因在于这里仅仅考虑了多普勒效应和光谱重叠, 但是吸收截面是无偏振的, 没有考虑激光的偏振态、光束质量因子以及光强分布对钠原子激发态概率的影响。

5 结 论

在二能级光学 Bloch 方程的基础上, 计算了宏-微脉冲激光激发的钠信标回波光子数, 在考虑大气湍流对光强分布影响的情况下, 提出了一种计算钠信标回波光子数的数值模拟方法, 分析了反冲、下抽

运等因素对激光钠信标回波光子数的影响, 把新的计算方法与采用有效吸收截面的算法进行了比较。总结如下。

1) 在考虑大气湍流影响激光光强随机分布的情况下, 采用数值模拟的方法, 计算不同大气湍流模式下宏-微脉冲激发钠信标回波光子数, 然后根据经验确定大气相干长度的范围, 得到回波光子数的平均值, 所得的结果与实验值比较接近。这里需要考虑光束质量因子和大气相干长度两个重要的影响参量。

2) 宏-微脉冲与大气中间层钠原子作用时, 受到反冲、下抽运和地磁场等因素影响很小, 因此在计算钠信标回波光子数时可以忽略这些因素。

3) 采用有效吸收截面的方法计算钠信标回波光子数, 所得的结果比相关实验值低 1~2 倍, 这是因为这种计算方法没有考虑激光的偏振态、光束质量因子、光强分布等对钠原子激发态概率的影响。

总之, 在考虑大气湍流影响的情况下, 估算激光钠信标回波光子数, 虽然计算过程有些复杂, 但是比起其他方法更趋合理。

参 考 文 献

- 1 Ronald Holzlöhner, Domenico Bonaccini Calia, Thoms Pfrommer, *et al.*. Simulations of pulsed sodium laser guide stars—an overview[C]. SPIE, 2012, 8447(9): 8870H.
- 2 John M Telle, Peter W Milonni, Paul D Hiliman. Comparison of pump-laser characteristics for producing a mesospheric sodium guide star for adaptive optical systems on large aperture telescopes [C]. SPIE, 1998, 3264: 37–42.
- 3 Edward J Kibblewhite, Fang Shi. Design and field tests of an 8 watt sum-frequency laser for adaptive optics[C]. SPIE, 1998, 3353: 300–309.
- 4 Peter W Milonni, Robert Q Fugate, John M Telle. Analysis of measured photon returns from sodium beacons[J]. J Opt Soc Am A, 1998, 15(1): 217–233.
- 5 Lee C Bradley. Pulse-train excitation of sodium for use as a synthetic beacon[J]. J Opt Soc Am B, 1992, 9(10): 1931–1944.
- 6 Jesper Munch, Murray Hamilton, David Hosken, *et al.*. A bright, pulsed, guide star laser for very large telescopes[C]. SPIE, 2010, 7736: 77361X.
- 7 R Stephen. Nonlinear and Quantum Optics using the Density Matrix[M]. British; Oxford University Press, 2010. 43–69.
- 8 J R Morris. Efficient excitation of a mesospheric sodium laser guide star by intermediate-duration pulses[J]. J Opt Soc Am A, 1994, 11(2): 832–845.
- 9 P W Milonni, L E Thode. Theory of mesospheric sodium fluorescence excited by pulse trains[J]. Appl Opt, 1992, 31(6): 785–800.
- 10 R J Temkin. Excitation of an atom by a train of short pulse[J]. J Opt Soc Am B, 1993, 10(5): 830–839.
- 11 Rao Ruizhong. Modern Atmospheric Optics [M]. Beijing: Science Press, 2012. 428–451.
饶瑞中. 现代大气光学[M]. 北京: 科学出版社, 2012. 428–451.
- 12 Zhu Wenyue, Huang Yinbo, Qian Xianmei, *et al.*. Code for laser atmospheric propagation and its applications [J]. Journal of Atmospheric and Environmental Optics, 2007, 2(6): 451–458.
朱文越, 黄印博, 钱仙妹, 等. 激光大气传输模拟程序 CLAP 及其应用[J]. 大气与环境光学学报, 2007, 2(6): 451–458.
- 13 Liu Guangqian, Yang Lei, Deng Linhua, *et al.*. Influence of atmospheric turbulence on the accuracy of astronomical telescope auto-guiding system [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(1): 0101002.
柳光乾, 杨磊, 邓林华, 等. 大气湍流对天文望远镜光电导行精度的影响[J]. 光学学报, 2013, 33(1): 0101002.
- 14 M P Jelonek, R Q Fugate, W J Lange, *et al.*. Characterization of artificial guide stars generated in the mesospheric sodium layer with a sum-frequency laser[J]. J Opt Soc Am A, 1994, 11(2): 806–812.
- 15 Liu Xiangyuan, Qian Xianmei, Cui Chaolong, *et al.*. Numerical simulation of return photons number of sodium laser beacon in the atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(2): 0201001.
刘向远, 钱仙妹, 崔朝龙, 等. 大气湍流中激光钠信标回波光子数的数值模拟[J]. 光学学报, 2013, 33(2): 0201001.
- 16 Han Kai, Zhang Xiaoxin, Fu Fuxin, *et al.*. Effect of turbulence strength on phase characteristics and physical limit of phase correction of laser beams in turbulence [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2013, 50(1): 010101.
韩开, 张晓欣, 付福兴, 等. 湍流强度对大气传输光束的相位特性及其相位校正物理极限的影响[J]. 激光与光电子学进展, 2013, 50(1): 010101.
- 17 Fang Shi. Sodium laser guide star experiment with a sum-frequency laser for adaptive optics [J]. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 2001, 113(781): 366–378.
- 18 Liu Xiangyuan, Qian Xianmei, Liu Dandan, *et al.*. Influencing factors and numerical simulations for the number of return photons from sodium laser beacon[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(6): 0613001.
刘向远, 钱仙妹, 刘丹丹, 等. 激光钠信标荧光回波光子数的影响因素及其数值模拟[J]. 中国激光, 2013, 40(6): 0613001.
- 19 Zhai Chao, Wu Feng, Yang Qingbo, *et al.*. Simulation research of laser beam atmospheric propagation in free-space optical communication[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(5): 0505004.
翟超, 武凤, 杨清波, 等. 自由空间光通信中大气光束传输数值模拟研究[J]. 中国激光, 2013, 40(5): 0505004.
- 20 P D Hillman, J D Drummond, C A Denman, *et al.*. Simple model, including recoil, for the brightness of sodium guide stars created from CW single frequency fasors and comparison to measurements[C]. SPIE, 2008, 7015: 70150L.
- 21 N Moussaoui, R Holzlöhner, W Hackenberg, *et al.*. Dependence of sodium laser guide star photon return on the geomagnetic field [J]. Astronomy & Astrophysics, 2009, 501(2): 793–799.
- 22 B M Welsh, C S Gardner. Nonlinear resonant absorption effects on the design of resonance fluorescence lidars and laser guide stars[J]. Appl Opt, 1989, 28(19): 4141–4153.

栏目编辑:王晓球