

基于有理函数式镜头畸变模型的摄像机标定

黄军辉 王 昭* 薛 琦 高建民

(西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 陕西 西安 710049)

摘要 摄像机成像模型是决定视觉测量精度的关键因素之一。随着视觉测量精度的要求越来越高,提高摄像机模型和标定的精度是解决该问题的主要手段。将一种新的有理函数式镜头畸变修正模型引入到摄像机的成像建模中,以更好地修正镜头畸变引起的误差,从而提高摄像机成像模型的精度;并提出一种两步求解以及分步迭代优化的方法精确求解成像模型中各参数,以解决有理函数式畸变模型参数无法直接求解的问题。实验结果表明,基于新畸变修正模型的摄像机成像模型比常规畸变修正模型的标定精度有显著的提高,并且新模型对大误差的控制更有效,从而可整体提高视觉测量的精度。

关键词 视觉光学; 标定; 有理函数式; 畸变

中图分类号 TP391 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.0508001

Calibration of Camera with Rational Function Lens Distortion Model

Huang Junhui Wang Zhao Xue Qi Gao Jianmin

(State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University,
Xi'an, Shaanxi 710049, China)

Abstract Camera imaging model is a key factor to determine the accuracy of vision measurement. With the increasingly demand for accuracy in visual measurement, improvement of the accuracy of camera model and calibration are primary means to solve the accuracy problem. A new model of the rational function lens distortion model is introduced into the camera imaging model, which can better correct the errors caused by lens distortion, and thereby, it can improve the accuracy of the camera imaging model. Moreover, a two-step and step-iterative optimization method is proposed to precisely obtain the parameters of camera imaging model and to solve the problem that the parameters of the rational function lens distortion model cannot be solved directly. The experimental results demonstrate that the accuracy of the camera imaging model with the new distortion correction model is better than the conventional model and the new model can also effectively reduce the large errors. Therefore, the new camera imaging model and calibration method can improve the accuracy of visual measurement comprehensively.

Key words visual optics; calibration; rational function; distortion

OCIS codes 150.0155; 150.1488; 330.4060; 080.3630

1 引 言

基于摄像机的视觉测量是三维测量领域中一个极其重要的测量手段,其具有非接触、测量速度快和精度较高等特点,被广泛应用于产品质量检测、逆向工程、三维人体扫描、文化遗产保护等诸多领域中^[1-3]。尤其在工业产品的质量检测中,测量精度的高要求促使各学者们对影响测量精度的各个因素

进行了深入广泛的研究,例如,测量模型的改进、标定方法的优化以及特征提取精度的提高等。其中,测量模型为视觉测量的基础,也是影响测量精度的最直接因素。

目前,摄像机成像模型主要有针孔成像模型^[4]、双平面模型^[5]以及相对应的改进模型^[6]等。其中,双平面模型引入的待求解参数过多,存在过分参数化的

收稿日期: 2013-10-29; 收到修改稿日期: 2013-12-02

基金项目: 国家自然科学基金(61078042)

作者简介: 黄军辉(1984—),男,博士,讲师,主要从事光学三维测量方面的研究。E-mail: jhhuang84@gmail.com

通信联系人。E-mail: wangzhao@mail.xjtu.edu.cn

倾向,求解精度不稳定,因而,现今最常用的仍为各种改进的针孔成像模型。由于镜头加工或组装等原因,成像中总会产生或大或小的镜头畸变。故需在前述模型基础上加入修正项,以解决镜头畸变带来的成像误差,获得更高的测量精度。现有的镜头畸变修正模型主要有:径向与切向畸变模型^[7]及基于该模型所提出的对数或多项式鱼镜头畸变模型^[8]等改进模型、视场畸变模型^[9]、分式模型^[10]以及全景环形透镜校正模型^[11]等。各模型具有自身的特点及局限性,例如,目前应用最广或具有明确物理含义的径向与切向畸变模型对各类型畸变的适用较广,但一般对高阶畸变(例如鱼镜头)的修正效果不明显;针对鱼镜头提出的对数鱼镜头畸变模型,对高阶的畸变修正效果很好,但对低阶畸变修正效果不大^[12]。因此,需要建立一种既能满足低畸变的修正要求又可实现大畸变修正的镜头畸变修正模型。此外,随着应用需求或感光器件的不断发展,很多成像设备并不满足针孔模型,例如,折反射系统、广角折射系统以及复合摄像机等非透视成像系统^[13],此时沿用常规的透视投影及径向与切向畸变修正模型无法保证成像精度要求。因此,也需要重新建立一个更能满足非透视成像系统成像精度的模型。

2001年,Grossberg等^[13]提出虚拟光线像素的概念,可将任意物理光学成像系统视为一个“黑匣子”,通过建立“黑匣子”的成像模型以适应透视及非透视成像光学系统。2005年,Claus等^[14]在此基础上,提出了一种称为有理函数式的镜头畸变校正模型,通过有理函数式建立起物理像元与理想像点之间的关系,用于镜头畸变校正。2010年,Ricofte-Viala等^[15]分析了多种镜头畸变校正模型,总结出

有理函数式畸变模型具有最佳的畸变修正效果。本文在此基础上,将该新模型引入到摄像机成像模型中,建立新的摄像机成像模型,以提高摄像机成像精度,解决有理函数式镜头畸变系数的求解问题,并通过实验分析新模型的适用性。

2 有理函数式镜头畸变模型

为适应透视及非透视光学系统的成像过程,Grossberg等^[13]引入了虚拟的光线像素,以表达物空间的入射光线到物理感光元件上的映射关系,即无论光线经过怎样的路径到达感光元件(成像光学器件可为反射镜、棱镜或其他,感光元件也可是电子芯片或胶片等),将摄像机视为一个“黑匣子”,忽略光线经过摄像机内部光学器件的具体过程,以虚拟的光线像素代替实际感光元件,通过光线像素为中间量搭建起理想像点 i_p 与实际含畸变像点 i 之间的关系。入射光线将直接成像于光线像素,如图1(a)所示。图1(a)中,感光元件上的某点 $i(u,v)$ 为其对应入射光线上的任意点 P_i 的像,而 P_i 即为构造的虚拟光线像素光线像素。根据全光函数^[16],不仅只有一条入射光线在 $i(u,v)$ 上成像,因此,光线像素代替实际感光元件后将在某空间位置 p_i 接收来自各个方向 q_i 的入射光线。由于光线像素可在实际入射到感光元件的光线上移动,从而将所有光线像素移到某一个光线面(光线面由光线像素组成,可为曲面或平面),如图1(b)所示的三维曲面^[14],而最简单且最常见的光线面则为实际成像感光元件平面本身。从而,使光线面能够更好地表达光学系统的成像畸变,进而建立理想像点与包含畸变的光线像素间的对应映射模型来进行高精度的畸变修正。

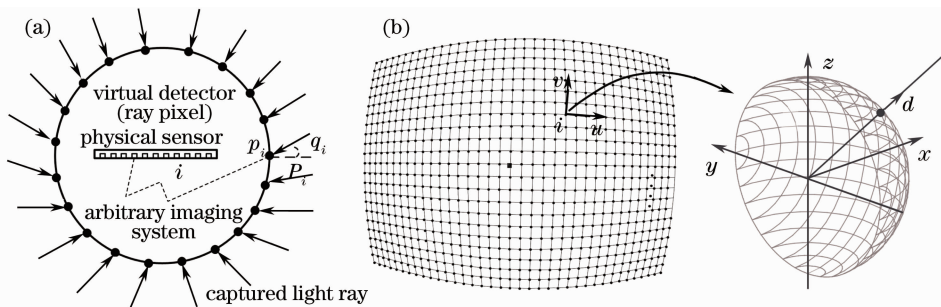


图 1 (a) 任意光学成像系统成像示意图; (b) 将图像坐标移至某一三维的光线面上

Fig. 1 (a) Diagram of an arbitrary imaging system; (b) lifting of the image coordinates to a three-dimensional ray surface

基于该思想,Claus等^[14]在Grossberg的研究基础上将光线像素沿入射光线移至某一三维的光线面上,将含畸变的二维实际成像平面提升至三维光线面,如图1(b)所示。以光线面代替实际感光元件

表达摄像机任意光学系统的成像,并用有理函数式模型表达理想成像平面与提升后的实际含畸变的三维光线面之间的映射关系。即,为获得更高的修正精度,将图像坐标 u 和 v 提升至六维空间,理想像点

齐次坐标 $[u_p, v_p, 1]$ 与提升至六维空间的畸变点 坐标 $x(u_d, v_d) = [u_d^2 u_d v_d v_d^2 u_d v_d 1]$ 的映射关系为

$$\rho [u_p \quad v_p \quad 1]^T = \begin{bmatrix} a_{11} u_d^2 + a_{12} u_d v_d + a_{13} v_d^2 + a_{14} u_d + a_{15} v_d + a_{16} \\ a_{21} u_d^2 + a_{22} u_d v_d + a_{23} v_d^2 + a_{24} u_d + a_{25} v_d + a_{26} \\ a_{31} u_d^2 + a_{32} u_d v_d + a_{33} v_d^2 + a_{34} u_d + a_{35} v_d + 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A}_d \cdot x(u_d, v_d), \quad (1)$$

式中 ρ 为任一尺度因子, \mathbf{A}_d 为标准的摄像机(或投影仪)待标定内参数矩阵,且 $\mathbf{A}_d = [a_{11} \ a_{12} \ a_{13} \ a_{14} \ a_{15} \ a_{16}; a_{21} \ a_{22} \ a_{23} \ a_{24} \ a_{25} \ a_{26}; a_{31} \ a_{32} \ a_{33} \ a_{34} \ a_{35} \ 1]$ 。

由于在获得修正图像坐标时,利用了图像坐标多项式的商进行求解,因此,这类畸变模型被称为有理函数式畸变模型。此时,图像理想点与畸变点的映射关系表达为

$$\begin{cases} u_p = \frac{a_{11} u_d^2 + a_{12} u_d v_d + a_{13} v_d^2 + a_{14} u_d + a_{15} v_d + a_{16}}{a_{31} u_d^2 + a_{32} u_d v_d + a_{33} v_d^2 + a_{34} u_d + a_{35} v_d + 1} \\ v_p = \frac{a_{21} u_d^2 + a_{22} u_d v_d + a_{23} v_d^2 + a_{24} u_d + a_{25} v_d + a_{26}}{a_{31} u_d^2 + a_{32} u_d v_d + a_{33} v_d^2 + a_{34} u_d + a_{35} v_d + 1} \end{cases} \quad (2)$$

3 基于有理函数式的摄像机模型

将上述有理函数式畸变模型引入到摄像机测量模型中,无论透视成像或非透视成像,均将摄像机整体视为一个透视投影成像系统,而在摄像机内部的实际光学成像过程则用有理函数式模型建立理想透

视成像平面与含畸变光线面间的映射关系。其中,不含镜头畸变的透视投影成像过程用下式表达^[4]:

$$\rho' \begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{T} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} f_u & \lambda & u_0 & 0 \\ 0 & f_v & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中 $(x, y, z, 1)$ 为成像点在世界坐标系下的三维坐标, ρ' 为任意尺度因子, \mathbf{A} 为摄像机内参数矩阵,包含 u 向和 v 向焦距 f_u 和 f_v ,倾斜因子 λ ,主点 (u_0, v_0) , \mathbf{R} 和 \mathbf{T} 分别为摄像机相对于世界坐标系的旋转与平移矩阵,其中 $\mathbf{R} = [r_{11}, r_{12}, r_{13}; r_{21}, r_{22}, r_{23}; r_{31}, r_{32}, r_{33}]$, $\mathbf{T} = [t_x, t_y, t_z]^T$ 。合并内外参数后,(3)式可表达为

$$\rho' \begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_u r_{11} + \lambda r_{21} + r_{31} u_0 & f_u r_{12} + \lambda r_{22} + r_{32} u_0 & f_u r_{13} + \lambda r_{23} + r_{33} u_0 & f_u t_x + \lambda t_y + t_z u_0 \\ f_v r_{21} + r_{31} v_0 & f_v r_{22} + r_{32} v_0 & f_v r_{23} + r_{33} v_0 & f_v t_y + t_z v_0 \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

简化表达为

$$\rho'' \begin{bmatrix} u_p \\ v_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\begin{cases} u_p = \frac{m_{11} x + m_{12} y + m_{13} z + m_{14}}{m_{31} x + m_{32} y + m_{33} z + 1} \\ v_p = \frac{m_{21} x + m_{22} y + m_{23} z + m_{24}}{m_{31} x + m_{32} y + m_{33} z + 1} \end{cases} \quad (6)$$

式中 ρ'' 为任意尺度因子,且有 $\rho'' = \rho' / t_z$, \mathbf{M} 为内外参数合成后的映射矩阵,且 $\mathbf{M} = [m_{11} \ m_{12} \ m_{13} \ m_{14}; m_{21} \ m_{22} \ m_{23} \ m_{24}; m_{31} \ m_{32} \ m_{33} \ 1]$ 。(4)式展开后为

$$\begin{cases} u_p = \frac{a_{11} u_d^2 + a_{12} u_d v_d + a_{13} v_d^2 + a_{14} u_d + a_{15} v_d + a_{16}}{a_{31} u_d^2 + a_{32} u_d v_d + a_{33} v_d^2 + a_{34} u_d + a_{35} v_d + 1} = \frac{m_{11} x + m_{12} y + m_{13} z + m_{14}}{m_{31} x + m_{32} y + m_{33} z + 1} \\ v_p = \frac{a_{21} u_d^2 + a_{22} u_d v_d + a_{23} v_d^2 + a_{24} u_d + a_{25} v_d + a_{26}}{a_{31} u_d^2 + a_{32} u_d v_d + a_{33} v_d^2 + a_{34} u_d + a_{35} v_d + 1} = \frac{m_{21} x + m_{22} y + m_{23} z + m_{24}}{m_{31} x + m_{32} y + m_{33} z + 1} \end{cases} \quad (7)$$

4 摄像机标定与分析

4.1 摄像机标定方法

标定的目的即获得(7)式中 a_{ij} ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$; 且 $a_{36} = 1$) 和 m_{ij} ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4$; 且 $m_{34} = 1$) 的各值。 m_{ij} 的求解现已较成熟, 而在 a_{ij} 的求解中, 由于理想像点未知, 因而无法直接求解 a_{ij} 的各值, 可通过加入某种约束的方法进行求解。但优化求解结果对初值比较敏感, 例如, 若赋各参数初值为 0, 即使加入约束条件, 也极易使求解结果陷入局部最优解, 导致很大的求解误差。因此, 对于有理函数式畸变模型参数的优化求解, 优化前需提供一较为准确的初值方可获得满意结果。

为获得有理函数式畸变模型的参数初值, 可先将摄像机视为理想透视成像系统, 通过(6)式可计算出对应的理想像点坐标 (u_p, v_p) 。尽管由于镜头畸变的存在, 算得的理想像点不准确, 但相比畸变像点更接近理想值, 由此可算得 a_{ij} 的初值。即, 先假设镜头不含畸变, 将实际像点 (u_d, v_d) 直接视为空间点 (x, y, z) 的理想成像点, 并由(6)式、空间点 (x, y, z) 及其对应像点 (u_d, v_d) 列出线性方程组求解出 m_{ij} 的值; 再重新通过(6)式计算出各空间点 (x, y, z) 的理想成像点 (u_p, v_p) , 再与实际像点 (u_d, v_d) 一起代入(2)式算得 a_{ij} 。

然而, 由于 m_{ij} 求解过程中忽略了镜头畸变, m_{ij} 的求解结果必然包含误差, 导致 a_{ij} 的求解结果也具

有一定的误差, 因此, 再作进一步的非线性优化, 优化目标函数为

$$F(\mathbf{M}, \mathbf{A}_d) = \sum_{i=1}^N [(u'_{pi} - u_{pi})^2 + (v'_{pi} - v_{pi})^2], \quad (8)$$

式中 N 为像点个数; (u'_{pi}, v'_{pi}) 为由有理函数畸变修正的(2)式及实际像点计算获得的对应理想像点坐标, (u_{pi}, v_{pi}) 为(6)式及物空间点计算获得的对应理想像点坐标。

需注意的是, 若 m_{ij} 和 a_{ij} 同时进行优化求解, 由于缺乏约束基准, 即 (u'_{pi}, v'_{pi}) 和 (u_{pi}, v_{pi}) 均为计算值, 即使目标函数的误差达到了最小, 优化结果亦可能陷入局部极值, 产生较大的求解误差。因此, 在优化过程中仍需进行分步迭代优化。

综上, 整个标定过程通过以下步骤实现:

1) m_{ij} 和 a_{ij} 初值的获取

① 忽略镜头畸变影响, m_{ij} ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4$; 且 $m_{34} = 1$) 视为待求未知量, 将物空间标定点 (x, y, z) 及其对应实际像点坐标 (u_d, v_d) 代入(6)式, 仅需 6 个标定点及其像点列出对应线性方程组可获取 $m_{11} \sim m_{33}$ 共 11 个待标定参数值;

② 获取 m_{ij} 后, 将标定点物空间坐标代入(6)式计算对应像点坐标 (u_p, v_p) ; 再基于(2)式建立含 a_{ij} ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3, 4, 5, 6$; 且 $a_{36} = 1$) 为待求参数的线性方程组, 代入计算获得像点坐标 (u_p, v_p) 和

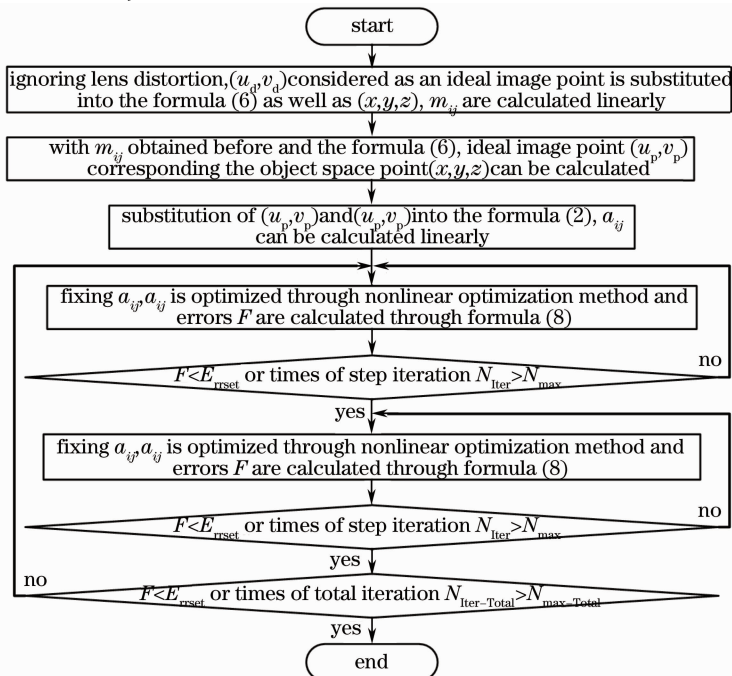


图 2 标定过程流程图

Fig. 2 Flowchart of the calibration process

实际含畸变像点 (u_d, v_d) ，采用 9 个点列出对应的线性方程组便可线性求解出 $a_{11} \sim a_{35}$ 共 17 个未知参数。

由于未考虑镜头畸变，计算获得的 m_{ij} 、理想像点坐标 (u_p, v_p) 及 a_{ij} 均将存在偏差。

2) m_{ij} 和 a_{ij} 的分步非线性迭代优化

① 固定 m_{ij} ，采用非线性优化法(如 Levenberg-Marquardt 算子)优化参数 a_{ij} ，直至(8)式计算误差小于设定值或迭代达到最大迭代次数；

② 同理，在 a_{ij} 优化结束后，固定 a_{ij} ，采用非线性优化算法优化 m_{ij} ，直至(8)式计算误差小于设定值或迭代达到最大迭代次数；

③ 重复上述过程，直到(8)式计算误差小于设置值或迭代达到总体迭代次数。

上述求解过程不仅解决了优化过程中 a_{ij} 初值获取困难的问题，而且通过 a_{ij} 和 m_{ij} 的分步迭代可减小二者在求解过程中因耦合导致求解结果不准确的问题。

4.2 标定实验与分析

为验证上述标定模型及方法的有效性，搭建的实验平台如图 3 所示。标定板为一个含 11×9 白色圆点的黑底铝合金平板，有效标定范围为 $250 \text{ mm} \times 200 \text{ mm}$ ，并将之安装在一个高精度的一维平移台上。通过平移台可获得不同深度方向上的三

维标定，同时，由待标定摄像机获取不同位置($z = -50, -30, -10, 0, 10, 30, 50 \text{ mm}$)下的标定板图像。

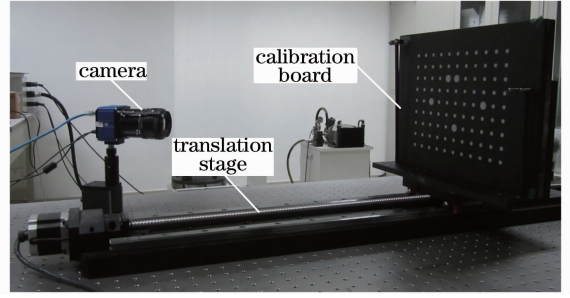


图 3 摄像机标定实验台

Fig. 3 Experimental platform of camera calibration

为分析该模型在精度和速度方面的特点，在相同的实验条件下，对相同的拍摄图像采用目前应用最广泛的径向与切向畸变修正模型进行了对比分析。径向与切向畸变模型亦采用分步迭代优化的方法进行参数的求解优化，对比二者的优化效率，并对各标定点的对应投影点与实际像点间的误差进行精度比较，优化求解结果如表 1 和图 4 所示。待优化求解结束后，将平移台移至另外四个非标定位置($z = -40, -20, 20, 40 \text{ mm}$)进行精度检测，由于标定板 z 值通过平移台给出，因此，可通过标定点点坐标值直接反推求出其对应的 x 和 y 值，检验结果如表 2 所示。

表 1 两种镜头畸变模型的摄像机标定性能比较

Table 1 Comparison of camera calibration performance between two types of lens distortion model

Type of lens distortion	Time / s	Optimization residuals / pixel					
		u			v		
		Average	Standard deviation	Max (absolute)	Average	Standard deviation	Max (absolute)
Rational function model	69.89	0.2564×10^{-5}	0.0314	0.1072	0.6779×10^{-5}	0.0423	0.1618
Radial and tangential model	34.79	0.0001	0.1562	0.7886	-0.0048	0.1459	0.6119

表 2 两种镜头畸变模型的 x - y 向精度检验

Table 2 Accuracy test of two types of lens distortion model in x and y directions

Position		Rational function model /mm			Radial and tangential model /mm		
		Average	Standard deviation	Max (absolute)	Average	Standard deviation	Max (absolute)
$z = -40 \text{ mm}$	x	0.0028	0.0051	0.0163	0.0018	0.0239	0.0527
	y	-0.0050	0.0073	0.0234	-0.0041	0.0207	0.0526
$z = -20 \text{ mm}$	x	0.0064	0.0047	0.0187	0.0064	0.0231	0.0546
	y	-0.0084	0.0069	0.0283	-0.0077	0.0206	0.0533
$z = 20 \text{ mm}$	x	0.0078	0.0071	0.0243	0.0090	0.0239	0.0598
	y	-0.0089	0.0068	0.0303	-0.0084	0.0197	0.0476
$z = 40 \text{ mm}$	x	0.0050	0.0080	0.0238	0.0050	0.0256	0.0750
	y	-0.0071	0.0063	0.0289	-0.0066	0.0201	0.0467
Statistics	x	0.0055	0.0066	0.0243	0.0056	0.0242	0.0750
	y	-0.0074	0.0070	0.0303	-0.0067	0.0203	0.0533

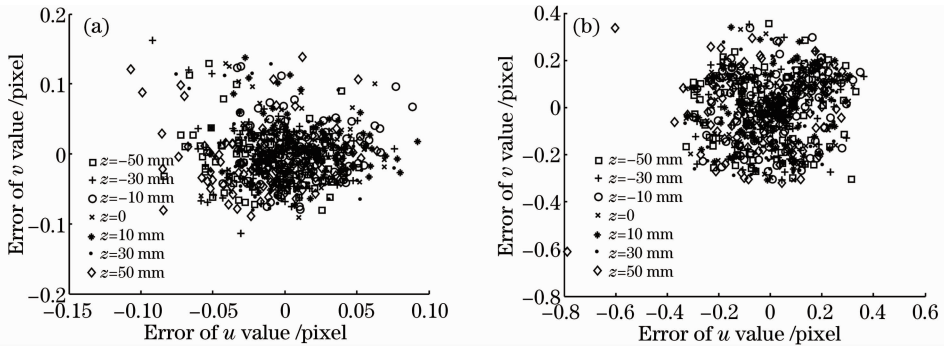


图4 两种镜头畸变模型的标定残差。(a) 基于有理函数式镜头畸变模型的相机标定；
(b) 基于径向与切向畸变模型的相机标定

Fig. 4 Calibration residuals of two types of lens distortion model. (a) Camera calibration based on rational function lens distortion model; (b) camera calibration based on radial and tangential lens distortion model

从表1和图4可见,采用有理函数式镜头畸变校正模型,其标定残差在 u 和 v 向的均方根值分别为0.0314 pixel和0.0423 pixel,小于径向与切向镜头畸变校正模型的0.1562 pixel和0.1459 pixel;有理函数式畸变模型的最大误差小于0.2 pixel,而径向与切向畸变模型的最大误差可达0.8 pixel。因此,有理函数式镜头畸变模型具有更好的校正效果,尤其能够对大的畸变误差进行减弱,如图4所示。但同样总迭代次数为20,畸变参数与线性参数的分步迭代次数均为100时,有理函数式畸变模型需耗时69.89 s,而径向与切向畸变模型则为34.79 s。显然有理函数式畸变模型求解速度慢很多。从表2中对四个平面检验结果进行分析,有理函数式畸变模型与径向与切向畸变模型在平均误差方面相差不大,但从标准偏差和最大误差来看,有理函数式畸变模型的标准偏差在 x 和 y 方向上分别为0.0066 mm和0.0070 mm,最大误差分别为0.0243 mm和0.0303 mm;而径向与切向畸变模型的标准偏差分别为0.0242 mm和0.0203 mm,最大误差分别为0.0750 mm和0.0533 mm,有理函数式畸变模型标准偏差和最大误差均远小于径向与切向畸变模型,因此有理函数式畸变模型具有更高的标定精度。

5 结论

介绍了一种有理函数式镜头畸变修正模型,并将该模型引入摄像机成像过程的镜头畸变修正中,以提高摄像机成像模型的精度。针对畸变模型参数的求解,利用理想透视投影成像先计算出近似理想像点坐标用于畸变模型参数初值的求解,以避免后续优化陷入局部最优解;进而在优化过程中对透视投影成像模型参数 m_{ij} 和畸变模型参数 a_{ij} 进行分步

迭代优化,以减小二者因耦合而导致较大的求解误差。通过实验分析比较,基于有理函数式畸变修正的摄像机成像模型能够获得更高的精度,且远高于基于径向与切向畸变修正的成像模型。但基于有理函数式畸变修正的成像模型,其运算速度相对较慢,收敛结果更依赖于初值的准确性。总之,基于有理函数式畸变修正的摄像机模型能够获得更高的测量精度,是一种更有效的视觉测量模型,具有更广阔的发展前景。

参 考 文 献

- 1 P Graebing, A Lallement, D Y Zhou, *et al.*. Optical high-precision three-dimensional vision based quality control of manufactured parts by use of synthetic images and knowledge for image-data evaluation and interpretation[J]. *Appl Opt*, 2002, 41(14): 2627-2643.
- 2 Zhang Haiming, Yang Xichen, Gao Gui. 3D reconstruction of parts to be processed by laser remanufacturing robot[J]. *Chinese J Lasers*, 2010, 37(11): 2937-2944.
张海明, 杨洗陈, 高 贵. 激光再制造机器人待加工零件形貌三维重建[J]. *中国激光*, 2010, 37(11): 2937-2944.
- 3 S Robert, K Jakub, M Grzegorz. Archiving shape and appearance of cultural heritage objects using structured light projection and multispectral imaging[J]. *Opt Eng*, 2012, 51(2): 021115.
- 4 Junhui Huang, Zhao Wang, Qi Xue, *et al.*. Calibration of a camera-projector measurement system and error impact analysis [J]. *Meas Sci & Technol*, 2012, 23(12): 125402.
- 5 Martins H A, Birk J R, Kelley R B. Camera models based on data from two calibration planes[J]. *Computer Graphics and Imaging Processing*, 1981, 17(2): 173-180.
- 6 Wei G Q, Ma S D. Two-plane camera calibration: a unified model[C]. *IEEE Conference on CVPR*, 1991. 133-138.
- 7 Ge Baozhen, Li Xiaojie, Qiu Shi. Camera lens distortion correction based on coplanar points direct linear transformation [J]. *Chinese J Lasers*, 2010, 37(2): 484-494.
葛宝臻, 李晓洁, 邱 实. 基于共面点直接线性变换的摄像机畸变校正[J]. *中国激光*, 2010, 37(2): 484-494.
- 8 A Basu, S Licardie. Alternative models for fish-eye lenses[J]. *Pattern Recognit Lett*, 1995, 16(4): 433-441.
- 9 F Devernay, O Faugeras. Straight lines have to be straight:

- automatic calibration and removal of distortion from scenes of structured environments[J]. *Mach Vis Apps*, 2001, 13(1): 14–24.
- 10 A Fitzgibbon. Simultaneous linear estimation of multiple view geometry and lens distortion[C]. *Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference on CVPR*, 2001, 1: 125–132.
- 11 Xiao Xiao, Yang Guoguang, Bai Jian. Panoramic-annular-lens distortion correction based on spherical perspective projection constraint[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(4): 675–680.
肖 潇, 杨国光, 白 剑. 基于球面透视投影约束的全景环形透镜畸变校正[J]. *光学学报*, 2008, 28(4): 675–680.
- 12 R Hartley, S Kang. Parameter-free radial distortion correction with center of distortion estimation[J]. *IEEE Trans Pattern Anal Machine Intell*, 2007, 29(8): 1309–1321.
- 13 Micheal D Grossberg, Shree Nayar. A general imaging model and a method for finding its parameters[C]. *Proceedings Eighth IEEE International Conference on Computer Vision*, 2001, 2: 108–115.
- 14 D Claus, A Fitzgibbon. A rational function lens distortion model for general cameras[C]. *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, 2005, 1: 213–219.
- 15 C Ricolfe-Viala, A Sanchez-Salmeron. Lens distortion models evaluation[J]. *Appl Opt*, 2010, 49(30): 5914–5928.
- 16 Yang Qingguo, Liu Liren, Lang Haitao, *et al.*. Research on ranging by differentiation method in machine vision[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2006, 43(4): 56–59.
阳庆国, 刘立人, 郎海涛, 等. 机器视觉中的微分测距方法研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2006, 43(4): 56–59.

栏目编辑:何卓铭