

基于星点像的环形光瞳快速相位复原

陈新华^{1,2} 沈为民^{1,2}

(¹ 苏州大学现代光学技术研究所, 江苏 苏州 215006)
(² 江苏省现代光学技术重点实验室, 江苏 苏州 215006)

摘要 提出了一种基于星点像的环形光瞳快速相位复原方法。推导了环形光瞳点扩展函数的解析计算公式, 将其表示为多项式的线性组合, 多项式的系数即为光瞳相位分布的环形 Zernike 多项式展开系数。将该公式用于计算环形光瞳相位复原中的目标函数及其梯度, 避免了常用相位复原方法中所需的傅里叶变换和有限差分运算, 大幅降低了相位复原过程中的运算量。利用数值模拟和相位复原实验对所提方法的有效性进行了验证, 实验结果表明, 该方法能够有效提高环形光瞳相位复原的速度。

关键词 测量; 环形光瞳; 相位复原; 星点像; 点扩展函数; Zernike 多项式

中图分类号 TH703; TP391.4 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.0408002

Fast Phase Retrieval for Annular Pupil Using Spot Image

Chen Xinhua^{1,2} Shen Weimin^{1,2}

(¹ Institute of Modern Optical Technology, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China)
(² Jiangsu Key Laboratory of Modern Optical Technology, Suzhou, Jiangsu 215006, China)

Abstract A fast phase retrieval method for annular pupil using spot image is proposed. The analytic formula to compute point spread function for annular pupil is derived. With this formula, the point spread function is represented as linear composition of polynomials, the coefficients of which are just the annular Zernike expansion coefficients of the pupil phase. The objective function and its gradient in phase retrieval for annular pupil are computed with this formula. It can avoid the Fourier transform and finite differences, which are necessary in common phase retrieval method, and decrease the computational burden in phase retrieval. The effectiveness of the proposed fast phase retrieval for annular pupil is demonstrated using numerical simulation and phase retrieval experiment. Experimental results indicate that the proposed method can improve the speed of phase retrieval for annular pupil effectively.

Key words measurement; annular pupil; phase retrieval; spot image; point spread function; Zernike polynomial

OCIS codes 120.4630; 120.5050; 120.3940

1 引言

相位复原技术是波前探测的重要手段之一, 与波前干涉和波前传感技术相比, 具有结构简单、易于实现等优点^[1-4]。相位复原本质上属于反问题, 通常需要采用数值方法进行求解。参数搜索法通过将相位复原问题转换为参数空间的变量搜索问题进行求解, 是较常用的复原算法之一^[5-7]。

基于星点像的相位复原通过星点像强度分布反演光学系统光瞳相位分布^[8]。在复原过程中, 为了

确定搜索方向以及判断是否满足结束条件, 需要反复计算目标函数及其梯度, 而目标函数及其梯度的计算通常包含傅里叶变换以及数值差分等运算量较大的数值运算, 影响了相位复原的运算速度。若能在相位复原中引入星点像或点扩展函数的解析计算公式, 避免这些运算量大的数值运算, 必然能够提高相位复原的速度。

20 世纪 40 年代, Nijboer^[9] 提出了像差条件下点扩展函数的解析计算公式, 将点扩展函数的复振

收稿日期: 2013-09-24; 收到修改稿日期: 2013-10-31

基金项目: 国家自然科学基金(61205188, 61078043)

作者简介: 陈新华(1982—), 男, 博士, 助理研究员, 主要从事光学成像和光学测量等方面的研究。

E-mail: xinhua_chen@suda.edu.cn

幅分布表示为多项式的线性组合。21 世纪初, Dirksen 等^[10-11] 在 Nijboer^[9] 的研究基础上进行了改进,提出了适用于更大离焦量和更大数值孔径条件的点扩展函数解析计算公式。

本文提出一种基于星点像的环形光瞳快速相位复原方法,复原过程中无需傅里叶变换和数值差分运算,能够有效减少复原过程中的运算量,提高相位复原速度。推导了环形光瞳光学系统的复振幅点扩展函数的解析计算公式,并将该公式用于基于星点

像的环形光瞳相位复原中,得到相位复原所需的目标函数及其梯度的解析计算公式,用于环形光瞳的快速相位复原。最后通过数值模拟和实验验证本文提出的环形光瞳快速相位复原方法。

2 环状光瞳系统复振幅点扩展函数

根据衍射积分公式,环形光瞳系统的复振幅点扩展函数 U 可表示为^[12]

$$U(x, y; \epsilon, f) = U(r, \phi; \epsilon, f) = \int_{\epsilon}^1 \int_0^{2\pi} \exp(i\rho^2 f) \exp[i\Phi(\rho, \theta)] \exp[i2\pi\rho r(\theta - \phi)] \rho d\rho d\theta, \quad (1)$$

式中 (ρ, θ) 和 (r, ϕ) 为正则归一化光瞳面直角坐标 (ν, μ) 和像面直角坐标 (x, y) 对应的极坐标, ϵ 为光学系统的线性遮拦比, f 为正则化离焦量, $\Phi(\rho, \theta)$ 为光瞳面相位分布。当 $\Phi(\rho, \theta)$ 较小时,可对(1)式中的 $\exp[i\Phi(\rho, \theta)]$ 项进行泰勒级数展开,并舍去高次项,可得

$$U(r, \phi; \epsilon, f) \approx \int_{\epsilon}^1 \int_0^{2\pi} \exp(i\rho^2 f) [1 + i\Phi(\rho, \theta)] \exp[i2\pi\rho r(\theta - \phi)] \rho d\rho d\theta. \quad (2)$$

对于环形光瞳, $\Phi(\rho, \theta)$ 可以分解为环形 Zernike 多项式 $A_n^m(\rho, \theta; \epsilon)$ 的线性组合,表示为

$$\Phi(\rho, \theta) = \sum_{n,m} \alpha_n^m A_n^m(\rho, \theta; \epsilon) = \sum_{n,m} \alpha_n^m R_n^m(\rho, \epsilon) \Theta(m, \theta), \quad (3)$$

式中 α_n^m 为环形 Zernike 多项式展开系数, $R_n^m(\rho, \epsilon)$ 为环形 Zernike 多项式的径向部分, $\Theta(m, \theta)$ 为角向部分。

将(3)式代入(2)式可得

$$U(r, \phi; \epsilon, f) \approx 2Y_0^0(r, f; \epsilon) + 2i \sum_{n,m} i^m \alpha_n^m Y_n^m(r, f; \epsilon) \Theta(m, \phi), \quad (4)$$

$$Y_n^m(r, f; \epsilon) = \int_{\epsilon}^1 \rho \exp(i\rho^2 f) R_n^m(\rho, \epsilon) J_m(2\pi\rho r) d\rho, \quad (5)$$

式中 $J_m(\cdot)$ 为 m 阶贝塞尔函数。

根据环形 Zernike 多项式的定义可知,径向多项式 $R_n^m(\rho, \epsilon)$ 是以 ρ 为变量的多项式,是 $\rho^n, \rho^{n-2}, \dots, \rho^m$ 等项的线性组合,即

$$R_n^m(\rho, \epsilon) = \sum_{j=0}^{(n-m)/2} c_{n-2j}^m \rho^{n-2j}, \quad (6)$$

式中系数 c_{n-2j}^m 为以 ϵ 为变量的函数。

将(6)式代入(5)式可得

$$Y_n^m(r, f; \epsilon) = \sum_{j=0}^{(n-m)/2} c_{n-2j}^m \int_{\epsilon}^1 \rho^{(n-2j)+1} \exp(i\rho^2 f) J_m(2\pi\rho r) d\rho = \sum_{j=0}^{(n-m)/2} c_{n-2j}^m W_{n-2j}^m(r, f; \epsilon). \quad (7)$$

由定积分的性质可知

$$W_n^m(r, f; \epsilon) = T_n^m(r, f) - \epsilon^{n+2} T_n^m(r\epsilon, f\epsilon^2), \quad (8)$$

式中

$$T_n^m(r, f) = \int_0^1 \rho^{n+1} \exp(i\rho^2 f) J_m(2\pi\rho r) d\rho. \quad (9)$$

根据文献[13]可知, $T_n^m(r, f)$ 可以利用贝塞尔多项式表示为

$$T_n^m(r, f) = \int_0^1 \rho^{n+1} \exp(i\rho^2 f) J_m(2\pi\rho r) d\rho = \exp(if) \sum_{l=1}^{\infty} (-2if)^{l-1} \sum_{j=0}^p t_{lj} \frac{J_{m+l+2j}(2\pi r)}{(2\pi r)^l}, \quad (10)$$

式中系数 t_{lj} 可表示为

$$t_{lj} = (-1)^j \frac{m+l+2j}{q+1} \binom{p}{j} \binom{m+j+l-1}{l-1} / \binom{q+l+j}{q+1}, \quad (11)$$

$$p = (n-m)/2, \quad q = (n+m)/2. \quad (12)$$

由(5)~(12)式可以得到 $Y_n^m(r, f; \epsilon)$:

$$Y_n^m(r, f; \epsilon) = \sum_{j=0}^{(n-m)/2} c_{n-2j}^m W_{n-2j}^m(r, f; \epsilon) = \sum_{j=0}^{(n-m)/2} c_{n-2j}^m [T_n^m(r, f) - \epsilon^{n+2} T_n^m(r\epsilon, f\epsilon^2)]. \quad (13)$$

表 1 列出了对应于前 9 项环形 Zernike 多项式的 $Y_n^m(r, f; \epsilon)$ 的表达式, 其余表达式可以同理推出。

表 1 环形 Zernike 多项式及对应的 $Y_n^m(r, f; \epsilon)$

Table 1 Annular Zernike polynomials and corresponding $Y_n^m(r, f; \epsilon)$

(n, m)	$R_n^m(\rho, \epsilon)$	$Y_n^m(r, f; \epsilon)$
(0,0)	1	W_0^0
(1,1)	$\frac{\rho}{(1+\epsilon^2)^{1/2}}$	$\frac{W_1^1}{(1+\epsilon^2)^{1/2}}$
(2,0)	$\frac{2\rho^2-1-\epsilon^2}{(1-\epsilon^2)}$	$\frac{2W_2^0-(1+\epsilon^2)W_0^0}{(1-\epsilon^2)}$
(2,2)	$\frac{\rho^2}{(1+\epsilon^2+\epsilon^4)^{1/2}}$	$\frac{W_2^2}{(1+\epsilon^2+\epsilon^4)^{1/2}}$
(3,1)	$\frac{3(1+\epsilon^2)\rho^3-2(1+\epsilon^2+\epsilon^4)\rho}{(1-\epsilon^2)[(1+\epsilon^2)(1+\epsilon^2+\epsilon^4)]^{1/2}}$	$\frac{3(1+\epsilon^2)W_3^1-2(1+\epsilon^2+\epsilon^4)W_1^1}{(1-\epsilon^2)[(1+\epsilon^2)(1+\epsilon^2+\epsilon^4)]^{1/2}}$
(3,3)	$\frac{\rho^3}{(1+\epsilon^2+\epsilon^4+\epsilon^6)^{1/2}}$	$\frac{W_3^3}{(1+\epsilon^2+\epsilon^4+\epsilon^6)^{1/2}}$
(4,0)	$\frac{6\rho^4-6(1-\epsilon^2)\rho^2+1+4\epsilon^2+\epsilon^4}{(1-\epsilon^2)^2}$	$\frac{6W_4^0-6(1+\epsilon^2)W_2^0+(1+4\epsilon^2+\epsilon^4)W_0^0}{(1-\epsilon^2)^2}$
(4,2)	$\frac{4\rho^4-3[(1-\epsilon^8)/(1/\epsilon^6)]\rho^2}{\{(1-\epsilon^2)^{-1}[16(1-\epsilon^{10})-15(1-\epsilon^8)^2/(1-\epsilon^6)]\}^{1/2}}$	$\frac{4W_4^2-3[(1-\epsilon^8)/(1/\epsilon^6)]W_2^2}{\{(1-\epsilon^2)^{-1}[16(1-\epsilon^{10})-15(1-\epsilon^8)^2/(1-\epsilon^6)]\}^{1/2}}$
(4,4)	$\frac{\rho^4}{(1+\epsilon^2+\epsilon^4+\epsilon^6+\epsilon^8)^{1/2}}$	$\frac{W_4^4}{(1+\epsilon^2+\epsilon^4+\epsilon^6+\epsilon^8)^{1/2}}$

综上所述, 环形光瞳系统的复振幅点扩展函数为

$$U(r, \phi; \epsilon, f) = 2Y_0^0(r, f; \epsilon) + 2i \sum_{n,m} i^m \alpha_n^m Y_n^m(r, f; \epsilon) \Theta(m, \phi). \quad (14)$$

由(14)式可知, 可以利用多项式 $Y_n^m(r, f; \epsilon) \Theta(m, \phi)$ 的线性组合来表示环形光瞳系统的复振幅点扩展函数, 其系数恰为系统光瞳相位分布的环形 Zernike 多项式展开系数。根据复振幅点扩展函数, 则环形光瞳系统强度点扩展函数为

$$I(r, \phi; f) = \left| 2Y_0^0(r, f; \epsilon) + 2i \sum_{n,m} i^m \alpha_n^m Y_n^m(r, f; \epsilon) \Theta(m, \phi) \right|^2. \quad (15)$$

3 环形光瞳相位复原

基于星点像的相位复原通过探测器获取光学系统一个或多个像面处星点像的强度分布, 利用复原算法得到光学系统光瞳面的相位分布。在复原过程中, 通常采用光学系统光瞳相位的 Zernike 多项式展开系数作为优化变量, 建立目标函数后, 利用最优化算法寻找使目标函数达到极值的优化变量值。

在基于星点像的相位复原中, 常用的目标函数为

$$E(\mathbf{a}) = \sum_j \sum_{r,\phi} W_j(r,\phi) |I_{j,m}(r,\phi) - I_{j,r}(r,\phi;\mathbf{a})|^2, \quad (16)$$

式中 \mathbf{a} 为光瞳相位分布的 Zernike 多项式展开系数, $W_j(r,\phi)$ 为权重因子, $I_{j,m}(r,\phi)$ 为测量得到的第 j 个像面处的星点像强度, $I_{j,r}(r,\phi;\mathbf{a})$ 为根据 \mathbf{a} 值计算得到的第 j 个像面处星点像强度。

当成像所用星点目标的尺寸可以忽略时,像面处得到的星点像强度分布即为光学系统的强度点扩展函数,目标函数中的 $I_{j,r}(r,\phi;\mathbf{a})$ 可以利用(1)式计算得到,因此在常用相位复原算法中,目标函数为

$$E(\mathbf{a}) = \sum_j \sum_{r,\phi} W_j(r,\phi) \left| I_{j,m}(r,\phi) - \left| \mathcal{F} \left\{ \exp \left[i \sum_{n,m} \alpha_n^m R_n^m(\rho,\epsilon) \Theta(m,\theta) \right] \right\} \right|^2 \right|^2. \quad (17)$$

目标函数的梯度可以采用数值差分计算,也可以利用 Fienup 提出的梯度公式进行计算,仍需进行傅里叶变换运算^[14]。这些数值运算计算量较大,将严重影响相位复原的运算速度。为了解决此问题,利用第 2 节中得到的环形光瞳点扩展函数解析计算公式(15)式计算目标函数中的 $I_{j,r}(r,\phi;\mathbf{a})$,可得目标函数为

$$E = \sum_j \sum_{r,\phi} W_j(r,\phi) \left| I_{j,m}(r,\phi) - \left| 2Y_0^0(r,f_j;\epsilon) + 2i \sum_{n,m} i^m \alpha_n^m Y_n^m(r,f_j;\epsilon) \Theta(m,\phi) \right|^2 \right|^2, \quad (18)$$

式中 f_j 表示第 j 个像面对应的正则化离焦量。

对(18)式求导,可直接得到目标函数的梯度为

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \alpha_n^m} = & - \sum_j \sum_{r,\phi} 4W_j(r,\phi) \Theta(m,\phi) \left\{ \left[I_{j,m}(r,\phi;f_j) - \left| 2Y_0^0(r,f;\epsilon) + 2i \sum_{n,m} i^m \alpha_n^m Y_n^m(r,f;\epsilon) \Theta(m,\phi) \right|^2 \right] \times \right. \\ & \left. \left\{ i^{m+1} Y_n^m(r,f_j;\epsilon) f_{\text{conj}} \left[2Y_0^0(r,f;\epsilon) + 2i \sum_{n,m} i^m \alpha_n^m Y_n^m(r,f;\epsilon) \Theta(m,\phi) \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. \left[2Y_0^0(r,f;\epsilon) + 2i \sum_{n,m} i^m \alpha_n^m Y_n^m(r,f;\epsilon) \Theta(m,\phi) \right] f_{\text{conj}} \left[i^{m+1} Y_n^m(r,f_j;\epsilon) \right] \right\} \right\}, \quad (19) \end{aligned}$$

式中符号 $f_{\text{conj}}(\cdot)$ 表示求共轭。

利用(18)式计算目标函数,避免了常用相位复原方法计算目标函数所需的傅里叶变换运算,而利用(19)式可以直接计算目标函数的梯度,避免了常用相位复原方法计算梯度所需的有限差分运算或傅里叶变换运算。目标函数及其梯度的计算公式中的 $Y_n^m(r,f;\epsilon)$ 可在复原之前预先完成计算储存在计算机中,在相位复原时直接调用,仅需通过简单的向量和运算即可计算得到星点像的复振幅,大幅减少了复原过程中的运算量,缩短了计算目标函数及其

梯度所需的时间,提高了相位复原的速度。

4 数值模拟

为了验证所提出的环形光瞳快速相位复原方法,利用 Matlab 软件模拟生成 F 数为 2.5,光瞳相位分布如图 1(a)所示的光学系统的星点图。利用模拟生成的星点图进行相位复原,复原结果与真实值的偏差如图 1(b)所示。由图中可知,复原结果的偏差约为 10^{-3} 量级,具有较好的复原精度。

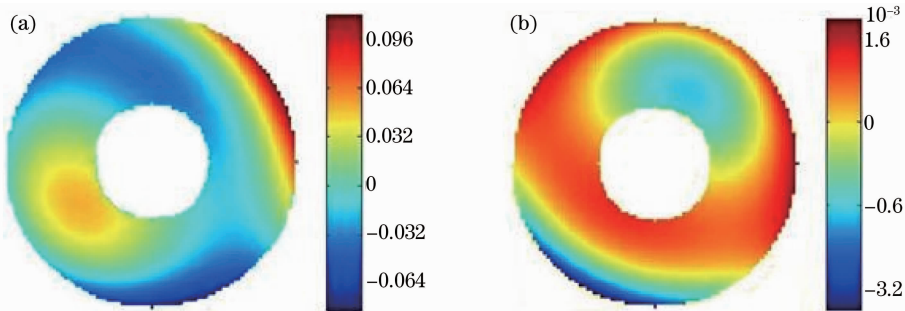


图 1 (a) 模拟的光瞳相位分布及 (b) 相位复原误差

Fig.1 (a) Simulated wavefront phase and (b) phase retrieval error

图 2 为采用提出的环形光瞳快速相位复原方法(以下简称“快速相位复原方法”)与常用相位复原方法分别对模拟生成的星点图进行相位复原时,进行不同迭代次数所需运行时间的对比图。由图中可

见,快速相位复原方法所需的运行时间少于常用相位复原方法所需的运行时间,相位复原的运算速度提高约 10 倍。

在第 2 节的推导过程中舍去了光瞳函数泰勒级

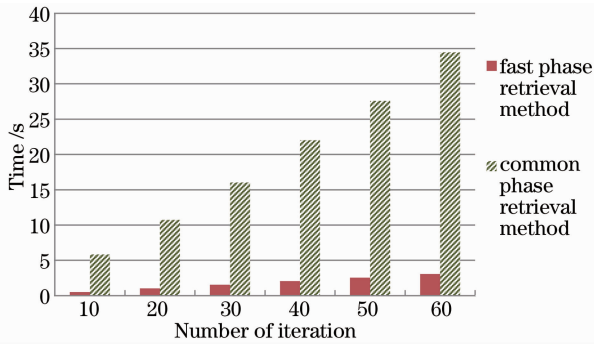


图2 快速相位复原方法与常用相位复原方法所需的运行时间比较

Fig. 2 Comparison of required time of fast phase retrieval method and common phase retrieval method

数展开的高阶项,因此当光瞳相位分布的峰谷(PV)值增大时,利用解析计算公式计算得到的星点像强度分布与真实强度分布的偏差增大,会导致相位复原误差的增加。图3为不同PV值下,快速相位复原方法与常用相位复原方法的复原结果的均方根(RMS)误差的对比图。由图中数据可知,当光瞳PV值较小时,两者复原结果的RMS值几乎相同。随着PV值的增加,快速相位复原方法复原结果的RMS值逐渐增大。

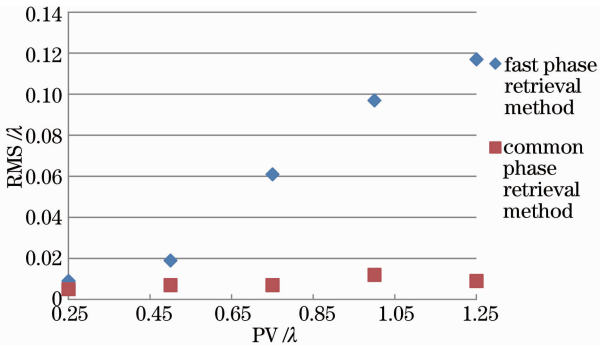


图3 不同PV值下快速相位复原方法与常用相位复原方法的复原结果比较

Fig. 3 Comparison of retrieval results of fast phase retrieval method and common phase retrieval method under different PV values

5 实验

在实验室中搭建实验光路,采集环形光瞳光学系统的星点图,开展相位复原实验,进行实验验证。整个实验光路包括平行光管、待测光学系统、显微物镜、CCD相机以及高精度运动平台等,实验场景如图4所示(由于光路较长,因此图中未包含平行光管)。平行光管的焦距为3000 mm,工作波长为

632.8 nm。待测环形光瞳光学系统焦距为1000 mm, F 数为10,线性遮拦比为0.4。显微物镜对待测光学系统所成的星点像进行放大,其放大倍率经过标定后为20.41。所用CCD相机输出位数为16位,工作时致冷到 $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ 。高精度运动平台能够带动显微物镜和CCD相机整体移动,同时配有高精度编码器,能够有效保证位移精度。

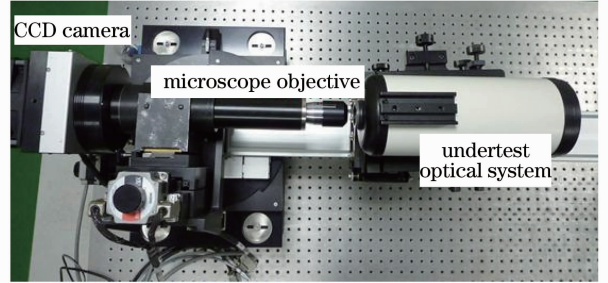


图4 实验装置图

Fig. 4 Instrument arrangement

在待测光学系统的焦面处采集10幅星点图像后,再移至离焦 $50\text{ }\mu\text{m}$ 的像面处采集10幅离焦星点图像,并对这两个像面位置处获取的星点图像进行平均,结果如图5所示,其中(a)为焦面处的星点图像,(b)为离焦 $50\text{ }\mu\text{m}$ 处的星点图像。

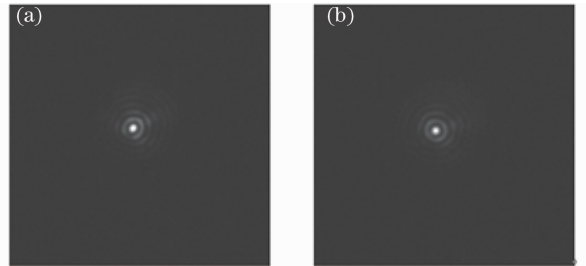


图5 实验中相机拍摄的(a)焦面处和(b)离焦面的星点像

Fig. 5 Captured spot images on (a) focal plane and (b) defocus plane

根据采集到的星点图像,利用快速相位复原方法和常用相位复原方法进行相位复原。在实验中,将前9项环形Zernike多项式系数作为优化变量,并利用第5项至第9项的多项式系数重建光瞳相位分布。复原过程中共进行80次迭代,复原结果如图6所示,其中(a)为快速相位复原方法的复原结果,(b)为常用相位复原方法的复原结果,(c)和(d)分别是快速相位复原方法和常用相位复原方法复原结果与干涉仪检测结果的偏差。由图中可见,两种方法均能够较好地复原光瞳相位分布。

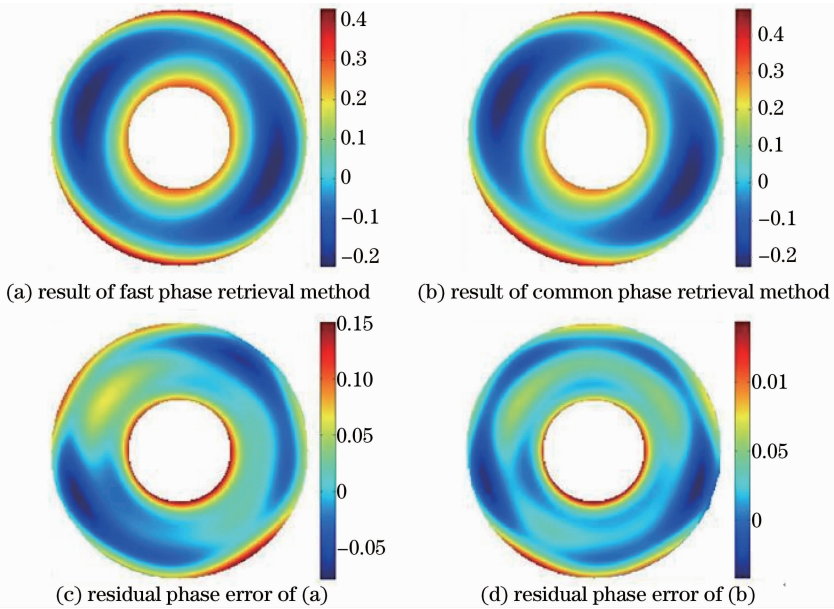


图 6 快速相位复原方法和常用相位复原方法位的相位复原结果

Fig. 6 Phase retrieval results of fast phase retrieval method and common phase retrieval method

两种方法所需的时间以及复原结果的 RMS 如表 2 所示,由表中可知,快速相位复原方法所需的运行时间远小于常用相位复原方法,表明该方法能够有效提高相位复原的速度。快速相位复原方法复原得到的光瞳相位分布的 RMS 略高于常用相位复原方法,这是由于推导环形光瞳点扩展函数解析计算公式时,舍去了光瞳函数泰勒级数展开式的高阶项,对复原结果产生了一定的影响。

表 2 两种方法所需的时间以及复原结果的 RMS

Table 2 Runtime and phase retrieval results of the two methods

	Runtime /s	RMS / λ
Common phase retrieval method	1168	0.025
Fast phase retrieval method	133	0.032

由验证实验的复原结果可知,两种方法复原得到的光瞳相位分布与干涉仪检测得到的相位分布之间都存在一定的误差,引起误差的主要原因有:

1) 星点图像中的噪声:通过致冷和多幅图像平均抑制了图像中的噪声水平,但残留的噪声仍然会对复原结果造成影响;

2) 辅助元件引入的误差:测试系统中的辅助光学元件自身的波像差会被带入复原结果中;

3) 像面位置误差:复原时采用了焦面处和离焦 50 μm 像面处的星点图像,实际图像获取时的像面位置误差也会引起复原结果的偏差。

6 结 论

基于星点像的相位复原是一种重要的波前探测方法。本文将推导得到的环形光瞳点扩展函数的解析计算公式用于相位复原算法中目标函数及其梯度的计算,减少了环形光瞳相位复原过程中的运算量,有效提高了相位复原的效率,并通过数值模拟和实验验证了方法的有效性。在环形光瞳点扩展函数解析计算公式的推导过程中,舍去了光瞳函数泰勒展开式的高次项,因此在波前 PV 值较大时,复原精度会有所下降,这是下一步需要解决的问题。

参 考 文 献

- 1 R A Gonsalves. Perspectives on image-based wavefront sensing [C]. Rochester: Frontiers in Optics, 2008. FMF1.
- 2 Han Changyuan. Progress in space optics and wave front sensing technique[J]. Chinese J Optics and Applied Optics, 2008, 1(1): 13-24.
韩昌元. 空间光学的发展与波前传感技术[J]. 中国光学与应用光学, 2008, 1(1): 13-24.
- 3 Cheng Qiang, Yan Feng, Xue Donglin, *et al.*. Wavefront error testing of off-axis three-mirror anastigmatic system using phase diversity technology [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(10): 1008001.
程 强, 闫 锋, 薛 栋 林, 等. 利用相位差异技术检测离轴三反光学系统的波前误差[J]. 中国激光, 2012, 39(10): 1008001.
- 4 Brady G. Application of Phase Retrieval to the Measurement of Optical Surfaces and Wavefronts [D]. USA: University of Rochester, 2009. 1-15.
- 5 Bolcar M. Phase Diversity for Segmented and Multi-Aperture Systems[D]. Rochester: University of Rochester, 2009. 17-26.
- 6 R G Paxman, T J Schulz, J R Fienup. Joint estimation of object and aberrations by using phase diversity[J]. J Opt Soc Am A,

- 2010, 27(5): 1185–1193.
- 7 Wang Zongyang, Wang Bin, Wu Yuanhao, *et al.*. Calibration of non-common path static aberrations by using phase diversity technology[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(7): 0701007.
汪宗洋, 王斌, 吴元昊, 等. 利用相位差异技术校准非共光路静态像差[J]. *光学学报*, 2012, 32(7): 0701007.
- 8 Ueshima M, K Amaya, K Kataoka. Development of a practical performance aberration retrieval method from spot intensity images using inverse analysis[J]. *Opt Rev*, 2009, 16(2): 141–148.
- 9 B R A Nijboer. *The Diffraction Theory of Aberrations*[D]. Netherlands: University of Groningen, 1942. 41–44.
- 10 Dirksen P, Braat J, De Bisschop P, *et al.*. Characterization of a projection lens using the extended Nijboer-Zernike approach[C]. *SPIE*, 2002, 4691: 1392–1399.
- 11 Braat J J M, Dirksen P, Janssen A J E M, *et al.*. Extended Nijboer-Zernike representation of the vector field in the focal region of an aberrated high-aperture optical system[J]. *J Opt Soc Am A*, 2003, 20(12): 2281–2292.
- 12 Su Xianyu, Li Jitao. *Information Optics*[M]. Beijing: Science Press, 1999. 42–47.
苏显渝, 李继陶. *信息光学*[M]. 北京: 科学出版社, 1999. 42–47.
- 13 Joseph Braat, Peter Dirksen, Augustus J E M Janssen. Assessment of an extended Nijboer-Zernike approach for the computation of optical point spread functions[J]. *J Opt Soc Am A*, 2002, 19(5): 858–870.
- 14 Fienup J R. Phase-retrieval algorithms for a complicated optical system[J]. *Appl Opt*, 1993, 32(10): 1737–1746.

栏目编辑:何卓铭