

基于计算全息的光环晶格阵列研究

贺 超^{1,2} 黄素娟^{1,2} 谷婷婷^{1,2} 王廷云^{1,2}

(¹ 上海大学通信与信息工程学院, 上海 200072
² 上海大学特种光纤与光接入网省部共建重点实验室, 上海 200072)

摘要 利用拉盖尔高斯涡旋光束的共轴叠加, 研究 2×2 光环晶格阵列的产生方法。从理论上分析了光环晶格阵列的形成与分布特征, 并利用数值计算得出了光环晶格阵列。通过共轭对称延拓傅里叶计算全息生成了光环晶格阵列的全息图, 基于反射式空间光调制器的光电实验产生了与理论一致的光环晶格阵列。光环晶格阵列具有更多的控制参数和更复杂的光束分布特征, 为光束的原子操控研究提供了一定的理论和实验依据。

关键词 物理光学; 光环晶格; 计算全息图; 涡旋光束; 拓扑电荷

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.0309003

Study of Optical Ring Lattice Array Based on Computer-Generated Holography

He Chao^{1,2} Huang Sujuan^{1,2} Gu Tingting^{1,2} Wang Tingyun^{1,2}

(¹ School of Communication and Information Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China
² Key Laboratory of Specialty Fiber Optics and Optical Access Networks, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract A method for the generation of 2×2 optical ring lattice array by coaxial superposition of Laguerre-Gaussian beams is proposed. The formation and distribution characteristics of optical ring lattice array are discussed in theory, then optical ring lattice array is produced by numerical calculation. The hologram of optical ring lattice array is generated by conjugate-symmetric extension based Fourier computer-generated holography, and the optical ring lattice array is experimentally produced based on a reflected-type spatial light modulator. Excellent agreements between theoretical and experimental results are observed. Optical ring lattice array provides more controllable parameters and more complicated light distributions, so the research results provide some theoretical and experimental foundations for atom trapping of light beams.

Key words physical optics; optical ring lattice; computer-generated hologram; vortex beams; topological charge

OCIS codes 260.6042; 090.1760

1 引 言

涡旋光束是一种具有螺旋型相位波前的光束^[1-2], 涡旋中心强度为零, 其相位因子描述为 $\exp(i l \theta)$, l 为涡旋光束的拓扑电荷数, 光束中每个光子均携带 $l h$ 大小的轨道角动量^[3]。实验中常见的涡旋光束有拉盖尔高斯(LG)涡旋光束、高阶贝塞尔光束等^[4-5], 其产生方法有多种, 全息光栅^[6]、螺旋

相位板(SPP)^[7]和空间光调制器(SLM)^[8-9]对入射光调制都可以产生涡旋光束, 此外利用 Dove 旋转棱镜和模式转换法也可以产生此类光束^[10]。在上述方法中, SLM 由于具有灵活快速、适用性强的特点, 被广泛用来产生涡旋光束。近年来由于具有众多潜在的应用价值, 涡旋光束得到了广泛的研究和应用, 在微观粒子的捕获和囚禁、量子信息传输与计

收稿日期: 2013-09-22; 收到修改稿日期: 2013-10-30

基金项目: 国家自然科学基金(61178088, 61235002)、上海市教委科研创新基金(12YZ011)

作者简介: 贺 超(1989—), 男, 硕士研究生, 主要从事涡旋光束方面的研究。E-mail: che891101@163.com

导师简介: 黄素娟(1968—), 女, 博士, 教授, 主要从事数字全息、图像处理等方面的研究。

E-mail: sjhuang@shu.edu.cn(通信联系人)

算以及光通信等领域较为突出^[11-12]。

对于携带单一拓扑电荷数的涡旋光束的研究已经比较深入,研究人员已将相关工作扩展到复合涡旋光束上。当两束 LG 涡旋光束共轴叠加时,可以形成具有不同特征分布、具有特殊传播和应用特性的复合涡旋光束,如局域空心光束、光环晶格等。Arlt 等^[13]研究了中心为暗焦点,外围分布为高强度光环的局域空心光束产生方法与传输特性,Xu 等^[14]利用这种局域空心光束在蓝失谐条件下成功捕获单个铷原子。Arnold 等^[15]通过 LG 涡旋光束的共轴叠加产生光环晶格,这种光束截面分布上的亮花瓣(高强度区域)和暗花瓣(低强度区域)可分别在红失谐和蓝失谐条件下捕获超冷原子。此后,Baumann 等^[16]研究了离轴光环晶格在空间传播过程中 Gouy 相位引起的旋转特性,Vaity 等^[17]研究了光环晶格在受到轻微扰动下的自修复特性,并使用横向能量流原理解释了这一现象。目前,对单一光环晶格的产生方法及相关研究已经越来越广泛,

其在应用领域的潜力也在不断被挖掘,但还未见关于光环晶格阵列的相关的报道。

本文研究一种利用 LG 涡旋光束共轴叠加产生 2×2 光环晶格阵列的方法。从理论上分析光环晶格阵列的形成与分布特征,并利用数值计算得到了光环晶格阵列。基于共轭对称延拓傅里叶计算全息^[18]生成光环晶格阵列的全息图,并通过光电实验产生与理论一致的光环晶格阵列。这种光环晶格阵列相对于单一的光环晶格,提供了更多的控制参数以及更为复杂的光束分布特征,因此在原子的多重捕获和囚禁等研究领域具有一定的应用潜力。

2 理论分析

LG 涡旋光束是实验中较常用的涡旋光束,一般情况下,其振幅具有 p 径向节点,光束呈圆对称分布。拓扑电荷数为 l 的单环模式($p=0$)的 LG 涡旋光束光电场复振幅可表示为

$$E_{LG,0}^l(r,\theta) = \frac{1}{w(z)} \left[\frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right]^{|l|} \exp\left[\frac{-r^2}{w^2(z)}\right] \cdot \exp(-il\theta) \cdot \exp\left[i\left(kz - \frac{kr^2}{2R}\right)\right] \cdot \exp(i\varphi), \quad (1)$$

式中 r, θ 和 z 为柱坐标参数, $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$ 为光斑大小参数, w_0 为束腰半径, $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ 为瑞利半径, k 为波数, R 为光波前的曲半径, $\varphi = (|l| + 1) \arctan(z/z_R)$ 为 Gouy 相位, l 为涡旋光束的拓扑电荷数。将(1)式写成如下直角平面坐标的形式:

$$E_{LG,0}^l(x,y) = \frac{1}{w(z)} \left[\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2}}{w(z)} \right]^{|l|} \exp\left[\frac{-x^2 - y^2}{w^2(z)}\right] \cdot \exp(-il\theta) \cdot \exp\left\{i\left[kz - \frac{k(x^2 + y^2)^2}{2R}\right]\right\} \cdot \exp(i\varphi), \quad (2)$$

式中 x, y 为直角平面坐标参数。

利用 LG 涡旋光束的共轴叠加描述光环晶格阵列分布,以一个 2×2 的阵列为例,在光环晶格阵列的传播平面上,即如图 1 所示的直角平面坐标系中, A, B, C, D 分别为 4 个光环晶格光束中心所在位置, $(a, b), (c, d), (e, f), (g, h)$ 分别为 A, B, C, D 点的坐标。

在 A, B, C, D 处分别由两束不同拓扑电荷数的 LG 涡旋光束共轴叠加形成光环晶格,则光环晶格阵列的复振幅可以表示为

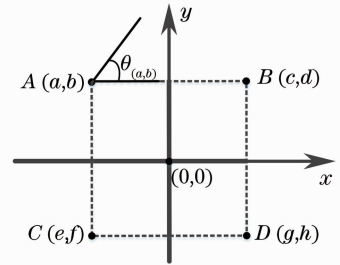


图 1 光环晶格阵列源平面分布

Fig. 1 Distribution of optical ring lattice array on source plane

$$E_{array}(x,y) = E_{LG,0}^l(x-a,y-b) + E_{LG,0}^l(x-a,y-b) + E_{LG,0}^l(x-c,y-d) + E_{LG,0}^l(x-c,y-d) + E_{LG,0}^l(x-e,y-f) + E_{LG,0}^l(x-e,y-f) + E_{LG,0}^l(x-g,y-h) + E_{LG,0}^l(x-g,y-h). \quad (3)$$

$E_{LG,0}^l$ 与 $E_{LG,0}^l$ 共轴叠加形成以 A 点为中心的光环晶格,光束的方位角 $\theta_{(a,b)} = \arctan[(y-b)/(x-a)]$,

光束上某点与光束中心 A 的距离 $r_{(a,b)} = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$, B, C, D 位置同理。

根据菲涅耳衍射原理, 光环晶格阵列在传播一段距离 z_1 后在衍射场中的复振幅分布可以表示 $E_{\text{array}}(x_1, y_1, z_1)$, x_1, y_1 为衍射平面坐标。从而可得在传播距离 z_1 平面上光环晶格阵列的光强和相位分布为

$$I_{\text{array}}(x_1, y_1, z_1) = E_{\text{array}}(x_1, y_1, z_1) \times E_{\text{array}}^*(x_1, y_1, z_1), \quad (4)$$

$$\phi(x_1, y_1, z_1) = \arg[E_{\text{array}}(x_1, y_1, z_1)], \quad (5)$$

式中上标 $*$ 表示取复共轭。

理论模拟中取 $\omega_0 = 0.5 \text{ mm}$, 各晶格中心坐标分别为 $A(-0.85 \text{ mm}, 0.85 \text{ mm})$, $B(0.85 \text{ mm}, 0.85 \text{ mm})$, $C(-0.85 \text{ mm}, -0.85 \text{ mm})$, $D(0.85 \text{ mm}, -0.85 \text{ mm})$ 。

在源平面 $z=0$ 处, 取 $l_2 = l_4 = l_6 = l_8 = -2$, $l_1 = -8, l_3 = -9, l_5 = -10, l_7 = -11$, 得到图 2(a) 所示的光学暗环晶格阵列的理论光强分布, 从图中可以看出在晶格阵列的光束横截面上, A, B, C, D

位置的晶格中心光强为零, 中心外围分布着一定数量的暗花瓣(低强度区域), 围绕晶格中心形成一暗环。在暗花瓣处, 共轴叠加的两束 LG 涡旋光束强度相等发生相消干涉导致光强为零。暗花瓣数为叠加的两束 LG 涡旋光束拓扑电荷数之差的绝对值。

图 2(b) 是在 $z=0$ 处取 $l_1 = 3, l_3 = 4, l_5 = 5, l_7 = 6$, $l_2 = -3, l_4 = -4, l_6 = -5, l_8 = -6$ 产生的光学亮环晶格阵列理论光强分布。 A, B, C, D 处亮环晶格分别由相反拓扑电荷数的两束 LG 涡旋光束共轴叠加而成。晶格中心光强同样为零, 晶格外围分布的亮花瓣(高强度区域)围绕晶格中心形成一亮环。亮花瓣是由共轴叠加的两束 LG 涡旋光束在等强度位置相长干涉而成, 亮花瓣的数量同样由共轴叠加的两束 LG 涡旋光束的拓扑电荷数之差的绝对值决定。

由图 2 中光环晶格阵列的光强分布可知, A, B, C, D 位置的光环晶格相互独立, 可以用来同时捕获不同位置蓝失谐或者红失谐条件下的冷原子, 因此其在提高光束对原子的捕获效率和能力方面具有重要的研究意义。

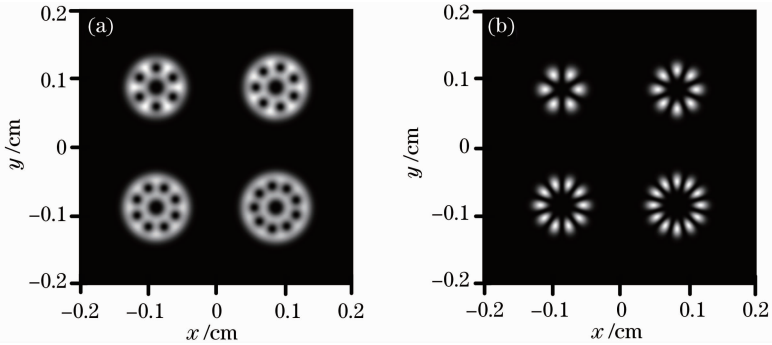


图 2 光环晶格阵列 $z=0$ 处理论光强分布。(a) 光学暗环晶格阵列; (b) 光学亮环晶格阵列

Fig. 2 Theoretical intensity distributions of optical ring lattice array at $z=0$. (a) Optical dark-ring lattice array; (b) optical bright-ring lattice array

图 3(a), (b) 分别给出了与图 2(a), (b) 对应的光环晶格阵列的相位分布。可以观察到图中不同位

置的光环晶格相位分布不同, 其控制的拓扑电荷数也各不相同, 这对光束的信息编码与传输具有一定

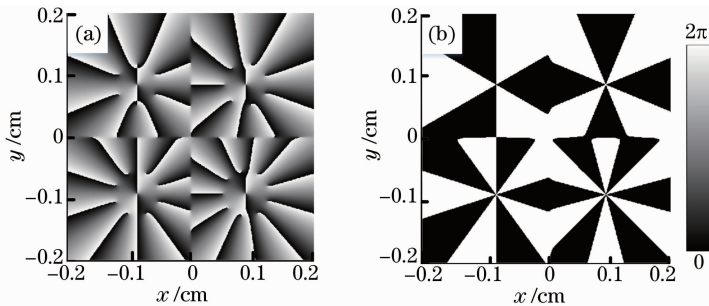


图 3 光环晶格阵列 $z=0$ 处理论相位分布。(a) 光学暗环晶格阵列; (b) 光学亮环晶格阵列

Fig. 3 Theoretical phase distributions of optical ring lattice array at $z=0$. (a) Optical dark-ring lattice array; (b) optical bright-ring lattice array

意义。此外还可以看出,在图 3(a)光学暗环晶格阵列的相位分布中,各晶格依然存在相位梯度,即相位最大值到最小值之间的渐变。图 3(b)的光学亮环晶格阵列中,各光环晶格相位是一致的(相位值 0 与 2π 为同相位)。

图 4(a),(b)分别为光环晶格阵列传播到 110 cm 处的理论光强分布。与图 2 在源平面 $z=0$ 处光环晶格阵列光强对比,发现光学暗环晶格阵列中各晶格发生一定程度的逆时针旋转,而光学亮环晶格无旋转特征。这是因为暗环晶格在传播过程

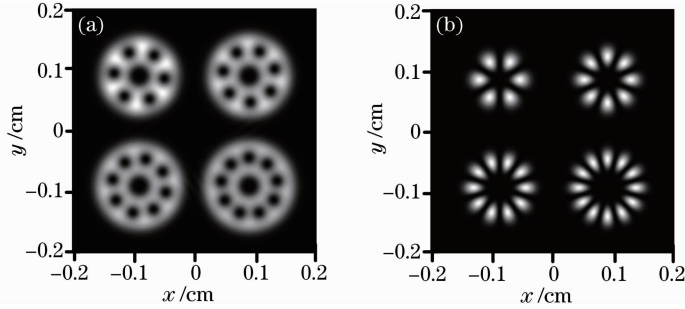


图 4 光环晶格阵列 $z=110$ cm 处理论光强分布。(a) 光学暗环晶格阵列; (b) 光学亮环晶格阵列

Fig. 4 Theoretical intensity distributions of optical ring lattice array at $z=110$ cm. (a) Optical dark-ring lattice array; (b) optical bright-ring lattice array

3 计算全息图的产生

3.1 共轭对称延拓傅里叶计算全息

为产生光环晶格阵列的计算全息图(CGH),采用共轭对称延拓傅里叶计算全息^[18]。基于共轭对称复函数的傅里叶变换(FT)是实函数这一特性,

中,随传播距离的增加产生了不同的 Gouy 相位,导致外围的暗花瓣(相位奇点)的位置相对晶格中心发生一定程度的偏转;而相反拓扑电荷数的 LG 涡旋光束共轴叠加而成的亮环晶格,其相位分布中无相位梯度的存在,因此无旋转特征。观察还可以发现 A,B,C,D 处各晶格光斑大小不同,这是因为光斑大小是由形成晶格的两束 LG 涡旋光束中拓扑电荷数绝对值较大的光束决定,拓扑电荷数绝对值越大,光斑越大。此外由于光束的衍射,光环晶格阵列中各晶格光斑发生了一定程度的展宽。

将物光波共轭对称延拓后作 FT,进行适当的编码可生成全息图。其原理如下:

设定一物光波复振幅 $f_0(m,n)$ 由幅度和相位两部分组成,即

$$f_0(m,n) = A(m,n)\exp[i\varphi(m,n)], \quad m = 1,2,\dots,M/2-1, n = 1,2,\dots,N-1. \quad (6)$$

将上述物光波进行共轭对称延拓可得复振幅分布为

$$f(m,n) = \begin{cases} f_0(m,n), & m = 1,2,\dots,M/2-1, \quad n = 1,2,\dots,N-1 \\ f_0^*(M-m,N-n), & m = M/2+1,\dots,M-1, \quad n = 1,2,\dots,N-1 \\ 0, & m = 0 \text{ or } n = 0 \text{ or } m = M/2 \end{cases} \quad (7)$$

令列数 M 和行数 N 均为偶数,并使 $f(0,n) = f(m,0) = f(M/2,n) = 0$,对称中心位置为 $(M/2,N/2)$ 。 $f(m,n)$ 的离散 FT 为

$$F(\mu,\nu) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n) \exp\left[-i2\pi\left(\frac{m\mu}{M} + \frac{n\nu}{N}\right)\right], \quad \begin{matrix} \mu = 0,1,\dots,M-1 \\ \nu = 0,1,\dots,N-1 \end{matrix} \quad (8)$$

式中 μ 和 ν 为分别为水平和垂直方向的频域样本序号。将(6)式和(7)式代入(8)式中整理可得

$$F(\mu,\nu) = \frac{2}{MN} \sum_{m=1}^{M/2-1} \sum_{n=1}^{N-1} \left\{ A(m,n) \cos\left[2\pi\left(\frac{m\mu}{M} + \frac{n\nu}{N}\right) - \varphi(m,n)\right] \right\}, \quad \begin{matrix} \mu = 0,1,\dots,M-1 \\ \nu = 0,1,\dots,N-1 \end{matrix} \quad (9)$$

从(9)式可以看出物光波复振幅 $f_0(m,n)$ 经过共轭对称延拓和 FT 后,得到包含了物光波的幅度信息 $A(m,n)$ 和相位信息 $\varphi(m,n)$ 的二维离散实值函数 $F(\mu,\nu)$ 。将其映射至 $0\sim 255$ 并取整,可编码得到 8 bit 深度的全息图,利用该全息图可以再现原始物光波。

3.2 光环晶格阵列的计算全息图

基于上述共轭对称延拓傅里叶计算全息,利用(3)式编码产生光环晶格阵列的CGH。图5(a)是图2(a)中光学暗环晶格阵列的CGH,图5(b)为图2(b)光学亮环晶格阵列的CGH。

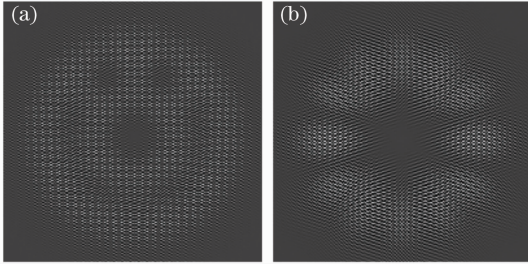


图5 光环晶格阵列的CGHs。(a) 光学暗环晶格阵列；(b) 光学亮环晶格阵列

Fig. 5 CGHs of optical ring lattice array. (a) Optical dark-ring lattice array; (b) optical bright-ring lattice array

4 实验装置与结果

4.1 实验装置

实验装置如图6所示。半导体激光器($\lambda = 633 \text{ nm}$, $w_0 = 0.5 \text{ mm}$)发射的激光,其功率经渐变密度衰减片(GDA)衰减到1 mW,经过扩束系统(BE)后获得均匀的准平面光波。准平面光波照射在反射式空间光调制器(Holoeye, LCR_2500)上。通过计算机PC1将光环晶格阵列的CGH加载在SLM的液晶屏上,加载CGH的液晶屏可充当一个动态衍射元件,对入射的激光束进行调制,便可以产生+1级(包含光环晶格阵列及其共轭像)、0级及-1级图像。通过光阑A选择光环晶格阵列,经中性密度衰减片(NDA),被CCD照相机(CoolSNAP Turbo 1394)实时拍摄并保存在计算机PC2中。

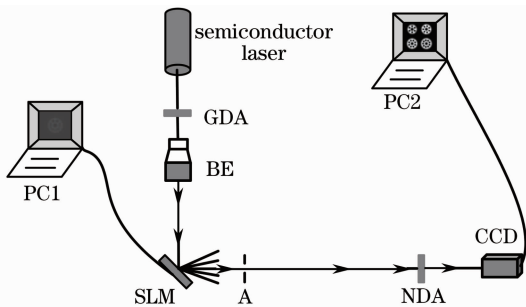


图6 实验装置示意图

Fig. 6 Schematic diagram of experimental setup

4.2 实验结果与分析

使用CCD在距离SLM 110 cm位置处拍摄实验结果。图7(a),(b)分别为实验拍摄的光学暗环

晶格阵列与光学亮环晶格阵列的光强分布图。

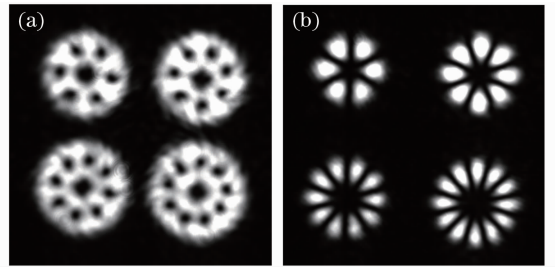


图7 光环晶格阵列 $z=110 \text{ cm}$ 处实验光强分布。

(a) 光学暗环晶格阵列；(b) 光学亮环晶格阵列

Fig. 7 Experimental intensity distributions of optical ring lattice array at $z=110 \text{ cm}$. (a) Optical dark-ring lattice array; (b) optical bright-ring lattice array

可以看出在图7(a)实验产生的光学暗环晶格阵列中,暗环晶格中心光强为零,各晶格中心外围分布着一定数量的暗花瓣,围绕晶格中心形成一暗环。A, B, C, D处暗环晶格外围的暗花瓣数分别为6, 7, 8, 9。而在图7(b)所示的光学亮环晶格阵列中,晶格中心光强同样为零,晶格外围分布的一系列亮花瓣围绕各晶格中心形成一个光学亮环。A, B, C, D处的亮环晶格外围的亮花瓣数分别为6, 8, 10, 12。实验结果与图4(a),(b)所示的理论结果完全一致。

基于上述研究方法,还可以扩展研究更为复杂的光环晶格阵列,如利用18束LG涡旋光束,光电实验产生 3×3 的光学亮环晶格阵列,如图8所示。此结果为后期研究更为复杂的复合涡旋光束奠定了基础。

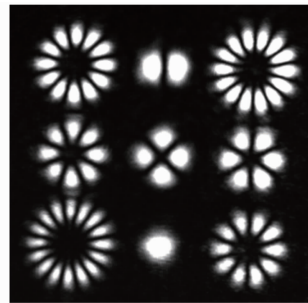


图8 3×3 光学亮环晶格阵列实验光强分布

Fig. 8 Experimental intensity distribution of 3×3 optical bright-ring lattice array

5 结论

研究了一种利用LG涡旋光束共轴叠加产生 2×2 光环晶格阵列的方法。从理论上对光环晶格阵列的形成与分布特性进行了分析。基于共轭对称延拓傅里叶计算全息,而非传统的物光与参考光的干

涉,编码生成了光环晶格阵列的计算全息图,并通过光电实验产生了与理论结果完全一致的光环晶格阵列。此方法还可以扩展研究更为复杂的光环晶格阵列。这种光环晶格阵列相对单一的光环晶格,有更多的控制参数和更加丰富有趣的光束分布,此光环晶格阵列有望用来对同时刻但不同位置的原子进行多重捕获或操控,为提高光束对原子的捕获效率提供了强有力的理论和实验依据。

参 考 文 献

1 J E Curtis, D G Grier. Structure of optical vortices[J]. Phys Rew Lett, 2003, 90(13): 133901.
 2 N R Heckenberg, R McDuff, C P Smith, *et al.*. Laser beams with phase singularities[J]. Opt & Quant Electron, 1992, 24(9): S951-S962.
 3 L Allen, M W Beijersbergen, R J C Spreeuw, *et al.*. Orbital angular momentum of light and transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Phys Rev A, 1992, 45(11): 8185-8189.
 4 Ding Panfeng, Pu Jixiong. Propagation of Laguerre-Gaussian vortex beam[J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(9): 094204.
 丁攀峰, 蒲继雄. 拉盖尔高斯涡旋光束的传播[J]. 物理学报, 2011, 60(6): 094204.
 5 S Orlov, K Regelskis, V Smilgevičius, *et al.*. Propagation of Bessel beams carrying optical vortices[J]. Opt Commun, 2002, 209(1-3): 155-165.
 6 Meng Xiangjun, Zhu Yanying, Chen Zhiting, *et al.*. Properties of vortex beams with plane beam oblique incidence of fork-shaped grating[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(2): 0202008.
 孟祥君, 朱艳英, 陈志婷, 等. 平面光斜入射叉形光栅获取涡旋光束的特性[J]. 中国激光, 2013, 40(2): 0202008.
 7 V V Kotlyar, A A Kovalev, R V Skidanov, *et al.*. Diffraction of a finite-radius plane wave and a Gaussian beam by a helical axicon and a spiral phase plate[J]. J Opt Soc Am A, 2007, 24(7): 1955-1964.
 8 A S Ostrovsky, C R Parrao, V Arrizon. Generation of the

“perfect” optical vortex using a liquid-crystal spatial light modulator[J]. Opt Lett, 2013, 38(4): 534-536.
 9 Sun Shunhong, Pu Jixiong. Generation and propagation of double-vortex beams[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(s1): s100520.
 孙顺红, 蒲继雄. 双涡旋光束的产生与传输[J]. 光学学报, 2011, 31(s1): s100520.
 10 M W Beijersbergen, L Allen, H E L O van der Veen, *et al.*. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum[J]. Opt Commun, 1993, 96(1): 123-132.
 11 P Jia, Y Yang, C J Min, *et al.*. Sidelobe-modulated optical vortices for free-space communication[J]. Opt Lett, 2013, 38(4): 588-590.
 12 Li Donghua, Pu Jixiong, Wang Xiqing. Optical torques upon a micro object illuminated by a vortex beams[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(s1): s102012.
 李东华, 蒲继雄, 王喜庆. 涡旋光束照射下特殊形状微型物体所受的力矩[J]. 中国激光, 2012, 39(s1): s102012.
 13 J Arlt, M J Padgett. Generation of a beam with a dark focus surrounded by regions of higher intensity; the optical bottle beam[J]. Opt Lett, 2000, 25(4): 191-193.
 14 P Xu, X D He, J Wang, *et al.*. Trapping a single atom in a blue detuned optical bottle beam trap[J]. Opt Lett, 2010, 35(13): 2164-2166.
 15 S F Arnold, J Leach, M J Padgett, *et al.*. Optical Ferris wheel for ultracold atoms[J]. Opt Express, 2007, 15(14): 8619-8625.
 16 S M Baumann, D M Kalb, L H MacMillan, *et al.*. Propagation dynamics of optical vortices due to Gouy phase[J]. Opt Express, 2009, 17(12): 9818-9827.
 17 P Vaity, R P Singh. Self-healing property of optical ring lattice[J]. Opt Lett, 2011, 36(15): 2994-2996.
 18 Huang Sujuan, Wang Shuozhong, Yu Yingjie. Computer generated holography based on Fourier transform using conjugate symmetric extension[J]. Acta Physica Sinica, 2009, 58(2): 952-958.
 黄素娟, 王朔中, 于瀛洁. 共轭对称延拓傅里叶计算全息[J]. 物理学报, 2009, 58(2): 952-958.

栏目编辑: 史 敏