

对 633 nm 波长下湿空气折射率计算公式的精确修正

陈强华 刘景海 罗会甫 何永熹 罗 军 王 锋

(北京理工大学机械与车辆学院先进加工技术国防重点学科实验室, 北京 100081)

摘要 目前公式法测量空气折射率大多采用 Boensch 等于 1998 年提出的改进 Edlen 公式, 其对湿空气的修正系数是基于 4 个波长(644.0、508.7、480.1、467.9 nm) 并在 19.6 °C~20.1 °C 范围内测得的数据, 这与当前光学精密测量多采用 633 nm He-Ne 激光波长且环境温度范围更大的实际情况存在矛盾, 从而导致其应用时产生的误差较大。为此, 提出了以相移干涉光路为基础的折射率测量实验光路, 在较大温度范围内(14.6 °C~24.0 °C) 测得了在 633 nm 波长下对湿空气折射率的修正系数并得到其修正公式。与文献结果比对表明其精度高于 Boensch 公式。该修正公式可广泛应用于 633 nm 激光精密测量中的空气折射率补偿。

关键词 测量; 空气折射率; 相移干涉; 修正系数

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.0308002

Correction to the Calculation Equations of Moist Air Refractive Index at the Wavelength of 633 nm

Chen Qianghua Liu Jinghai Luo Huifu He Yongxi Luo Jun Wang Feng

(Key Laboratory of Advanced Machining Fundamental Science for National Defense, School of Mechanical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract Revised Edlen's equations by Boensch and Potulski in 1998 are mostly used to calculate air refractive index at present. Since the correction coefficient of water vapour influence on refractive index is performed with four wavelengths (644.0 nm, 508.7 nm, 480.1 nm, and 467.9 nm) and the temperature between 19.6 °C and 20.1 °C, the accuracy will be influenced when the laser wavelength is 633 nm, which is mostly applied in optical precision measurement, and the environmental temperature is far away from 20 °C. To solve this problem, a refractive index measurement system based on phase step interferometry is presented. The correction coefficient of water vapour influence on refractive index is measured and the revised equations are acquired with the wavelength of 633 nm and the larger temperature range (14.6 °C~24.0 °C). The comparison results show that the accuracy by presented equations is better than that by Boensch's equations.

Key words measurement; air refractive index; phase step interferometry; correction coefficient

OCIS codes 120.3180; 120.3940; 120.4570

1 引 言

在空气环境下进行纳米测量时, 环境因素导致的空气折射率变化成为限制测量不确定度的主要原因之一^[1-4]。以激光干涉纳米长度测量为例, 当测量位移量 L 为 100 mm, 空气折射率 n 为 1.00027, 激光在真空中的波长 λ_0 为 632.8 nm 时, 10^{-8} 量级

的空气折射率的变化引起的测量误差可达纳米量级, 因此必须进行空气折射率修正。

空气折射率测量方法通常分为直接测量和间接测量两大类。直接测量大多以长度干涉仪为基础, 采用抽真空或插入真空室的方式, 以获得大气环境及真空环境下的被测长度值变化, 从而能实时测量出空气

收稿日期: 2013-09-04; 收到修改稿日期: 2013-10-12

基金项目: 国家自然科学基金(51005022)、北京理工大学基础研究基金、北京高等学校“青年英才计划”(YETP1162)

作者简介: 陈强华(1978—), 男, 博士, 讲师, 主要从事光学精密测量方面的研究。

E-mail: chenqianghua@tsinghua.org.cn

折射率值^[5-6]。间接测量方法通过测量空气的气压、温度、湿度、二氧化碳含量等参数,根据公式计算求得相应的空气折射率^[7]。直接法不受环境状态的限制,在远离通常状态(20 ℃、101 kPa)下也能获得高的测量精度,且其能测量空气折射率的瞬态值,实时性好,因此在环境状态不稳定的应用中多采用直接法,其缺点在于成本较高、光路调节困难。间接法测量简单,当空气状态稳定时测量精度高,非常适合量块测量、线纹尺标定这类要求环境稳定的应用领域,且随着温度、压力、湿度传感器的精度及自动化程度的提高,该方法测量更加方便、快速,其缺点在于公式中的系数是采用有限数量的光波长测得的,当应用波长远离该范围时其误差增大,此外,湿度等系数来源于 20 ℃ 附近的数据,测量精度受到温度范围的限制。

用间接法修正空气折射率时,基本都是采用 1966 年的 Edlen 公式。然而,近几十年来情况发生了较大变化,包括温标的两次改值、空气密度与二氧化碳含量的变化以及水蒸气折射率新数据的发表

等,这些影响到 Edlen 公式的准确性,为此各国学者先后对 Edlen 公式进行了修改^[8-12],最近一次受广泛承认的修正是 Boensch 等^[13]于 1998 年给出的改进公式。

Boensch 改进公式中对湿度的修正系数是在 19.6 ℃~20.1 ℃ 范围内取了 4 个波长(644.0、508.7、480.1、467.9 nm)测得并计算所得数据,当温度超过该范围时其计算精度势必受到影响,另一方面,目前光学精密测量由于对光束横模模式和频率稳定性的高要求,所采用光源多为波长为 633 nm 的氦氖激光^[14-17],因此当应用 Boensch 公式时也会产生一定误差。为此,本文提出了以相移干涉光路为基础的折射率测量实验光路,以在 633 nm 波长以及更大温度范围内实现对湿空气折射率的精确修正。

2 测量方案及原理

Boensch 改进公式如下:

$$(n-1)_N \cdot 10^8 = 8092.33 + \frac{2333983}{130 - \delta^2} + \frac{15518}{38.9 - \delta^2}, \quad (1)$$

$$(n-1)_x = (n-1)_N \cdot [1 + 0.5327 \cdot (x - 0.0004)], \quad (2)$$

$$(n-1)_{tp} = \frac{p \cdot (n-1)_x}{93214.60} \cdot \frac{[1 + 10^{-8} \cdot (0.5953 - 0.009876 \cdot t) \cdot p]}{1 + 0.0036610 \cdot t}, \quad (3)$$

$$n_{tpf} - n_{tp} = -f \cdot (3.8020 - 0.0384 \cdot \delta^2) \cdot 10^{-10}, \quad (4)$$

式中 $(n-1)_N$ 为标准状态下的空气折射率, δ 为真空中波数(单位: μm^{-1}), $(n-1)_{tp}$ 为标准干燥空气在温度 t 、压力 p 时的折射率,(4)式则为其湿度修正公式,表示含有 f 水蒸气分压力的湿空气和总压力相同的干燥空气的折射率之差。对湿度参数在 633 nm 波长以及更大温度范围内进行精确修正,光路系统如图 1 所示,稳频 He-Ne 激光器输出的波长为 633 nm 的激光束通过分光棱镜 BS_1 后被分成两部分,其中反射光经光纤耦合器耦合进入光纤,从光纤另一端输出并经过准直器后形成平行光入射进入真空室。进入真空室的平行光束被一个分束器 BS_2 分成两部分,其中反射光束经光开关照射到样品上并随后入射到测量反射镜上,被反射后再次透射经过分束器,从真空室光窗出射,最后通过透镜-针孔装置在 CCD 上形成测量信号图像。从分束器透射的光束经过一个补偿板后入射到参考反射镜上,被反射后再次入射到分束器并被反射,然后从真空室光窗出射,最后通过透镜-针孔装置在 CCD 上形成

参考信号图像。该分束器、样品、测量反射镜、补偿板和参考反射镜组成一个相移干涉光路。

补偿板固定在一个由压电陶瓷(PZT)驱动的可转动平台上,使补偿板进行转动,以此为相移干涉光路提供一系列的相移参考信号。对补偿板旋转角度的测量由一个辅助的角度干涉光路实现,利用从稳频 He-Ne 激光器输出并经分光棱镜 BS_1 透射的光束作为角度干涉光路的光源,该光束经分光棱镜 BS_3 透射后被分光棱镜 BS_4 分为两部分,反射部分光经反射镜 R_7 入射到固定在该旋转平台的反射镜 R_8 上,被反射后沿原光路返回并被分光棱镜 BS_1 反射后被一个光电探测器接收,透射部分光经反射镜 R_4 、 R_5 入射到固定在该旋转平台的反射镜 R_6 上,被反射后再次经过 R_5 、 R_4 、 BS_1 返回至 BS_1 ,调整反射镜 R_4 、 R_5 的角度使被 R_6 反射回的光与被 R_8 反射回的光分开但平行(从图中视角看两束光重合在一起),该光束被 BS_1 反射后被另一个光电探测器接收,测量两个探测器的信号及其相对变化就可以得

到补偿板的旋转角度及方向。

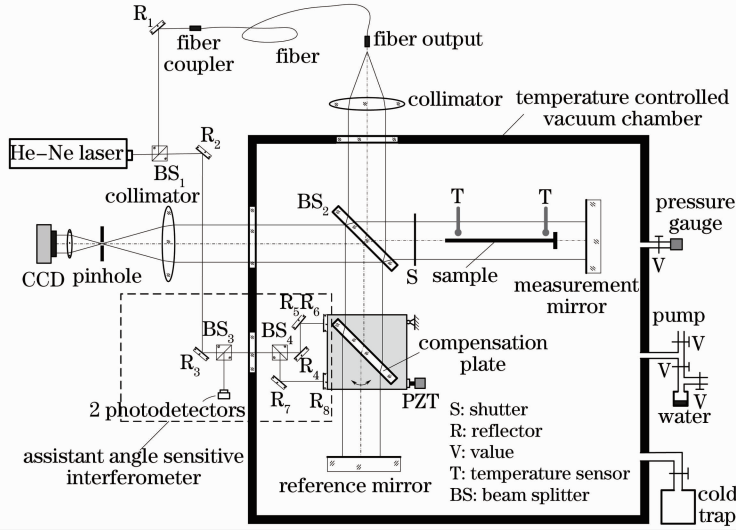


图 1 633 nm 波长下湿空气折射率测量公式修正实验光路系统示意图

Fig. 1 Schematic of moist air refractive index measurement system configuration at the wavelength of 633 nm

相移干涉光路对样品长度 L 的测量在真空状态下进行,测量公式为

$$L = \frac{\lambda_0}{2}(I + F), \quad (5)$$

式中 λ_0 为激光在真空中的波长, I 为干涉级次的整数,其值可根据 L 的粗略值由(5)式算出, F 为干涉级次的小数。

测量样品长度时,测量信号和参考信号在 CCD 上产生干涉图案并被记录。其中,测量信号图像一直保持不变,而参考信号图像则由于 PZT 驱动的补偿板角度变化而产生有序变化,由此在 CCD 上获得一系列有序的干涉图案,根据移相算法可获得在 $[-\pi, \pi]$ 上的相位分布,从而得到干涉级次小数 F ,最后根据(5)式得到样品长度的精确值。

真空室可实现加热温度控制,结合外接的液氮冷却装置及真空泵可实现除湿与温度向上、向下的控制。此外,真空室配有高精度气压计和温度计,并通过阀门与一个装有少量蒸馏水的小容器相连,可在真空状态附近由负压作用为真空室提供水蒸气,其水蒸气气压可通过阀门调节。

对于真空室内的样品,有

$$n_{tpf} = \frac{\lambda_0}{2L}(N + \epsilon), \quad (6)$$

式中 L 为样品长度,其精确值在每次实验前由相移干涉仪测出, λ_0 为激光在真空中的波长, $N + \epsilon$ 为含整数和小数的干涉级次, n_{tpf} 为真空室中的环境折射率。

测量原理与过程如下:在设定的真空室温度 t

下对真空室除湿并抽至真空状态(此时并非绝对真空),改变补偿板角度由相移干涉仪测出样品长度 L 的精确值^[18]。然后,打开与装有蒸馏水的容器相连的阀门,使真空室保持一定水蒸气压力 f ,待状态稳定后由(6)式测得 n_{tpf} 值,同时根据(1)~(3)式计算得到相应的干燥空气情况下的 n_{tp} 值。然后重复对真空室除湿并抽至真空状态并重复上一步骤,从而得到一系列的 $n_{tpf} \sim n_{tp} \sim f$ 值。由于真空室存在一定的缓慢漏气现象,每次实验时其漏气速度都不同,因此每次实验开始的真空状态需要保持一段时间并记录气压变化,以得到这段时间的气压变化率,并对 f 进行修正。最后得到湿空气折射率的修正公式

$$n_{tpf} - n_{tp} = -a \cdot f, \quad (7)$$

式中 n_{tpf} 为湿空气折射率, n_{tp} 为相应的干燥空气折射率, f 为水蒸气分压力(Pa), a 为修正系数。

3 实验结果及验证

实验在德国联邦物理技术研究院(PTB)长度精密测量实验室进行。样品为热膨胀系数极低的 Zerodur 微晶玻璃,长度约为 299 mm,其精确长度在每次实验前由相移干涉仪直接测出,真空环境的测量不确定度可达 0.1 nm。温度计为 Automatic Systems Labs F700,分辨率可达 0.001 °C,气压计采用 Leybold CTR90,1000 Pa 时的标定精度可达 0.075%。

以实验中一组温度为 19.3 °C 时的测量数据及计算过程为例,所测得的水蒸气分压力等参数及计

表 1 19.3 °C 时 633 nm 波长下 n_{tpf} 、 n_{tp} 、 f 的测量及计算数据

Table 1 Values of n_{tpf} , n_{tp} , f at 633 nm and 19.3 °C

f /Pa	n_{tp}	n_{tpf}	$n_{tpf} - n_{tp} / 10^{-8}$
55.64	1.0000015529	1.00000013336	-2.193
118.93	1.00000032392	1.00000027629	-4.763
205.19	1.00000055713	1.00000048174	-7.539
315.10	1.00000085708	1.00000073476	-12.232
415.81	1.00000112318	1.00000096547	-15.771
504.94	1.00000136292	1.00000116930	-19.362
605.09	1.00000163146	1.00000139991	-23.155
687.10	1.00000185685	1.00000159465	-26.220
775.43	1.00000209410	1.00000179721	-29.689
891.08	1.00000240479	1.00000206783	-33.696
995.71	1.00000268757	1.00000231180	-37.577

算所得 n_{tpf} 、 n_{tp} 如表 1 所示。

由表 1 中数据可计算 19.3 °C 时的湿空气折射率的修正系数,结果如图 2 所示。由图可知修正系数 $a = 3.80204 \times 10^{-10}$ 。

改变真空室温度并重复上述步骤,从 14.6 °C ~ 24.0 °C 之间取 11 个温度点分别进行测量,其测量结果如表 2 所示。

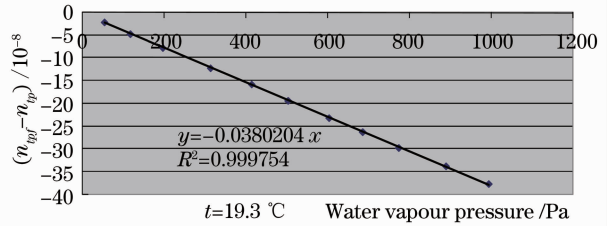


图 2 19.3 °C 时 633 nm 波长下湿空气折射率修正系数

Fig. 2 Correction coefficient of moist air refractive index at 633 nm and 19.3 °C

表 2 不同温度时 633 nm 波长下湿空气折射率修正系数

Table 2 Correction coefficient of moist air refractive index at 633 nm and different temperatures

Temperature /°C	Correction coefficient / 10^{-10}	Temperature /°C	Correction coefficient / 10^{-10}
14.6	3.86332	20.1	3.76041
15.6	3.84697	21.2	4.03620
16.6	3.83652	22.2	4.01419
17.5	3.79961	23.1	3.74119
18.4	3.80925	24.0	3.72376
19.3	3.80204		

将表 2 中各温度下的修正系数取平均值可得 14.6 °C ~ 24.0 °C 之间湿空气折射率的修正公式为

$$n_{tpf} - n_{tp} = -3.8394 \cdot f \cdot 10^{-10}. \quad (8)$$

(1)~(3)式及(8)式即为本文所提出的 633 nm 波长下湿空气折射率的计算公式。为验证其精度,将其应用于文献[19]的实验数据,与其空气折射率直接测量结果以及 Edlen 公式、Boensch 改进公式计算结果进行对比,如表 3 所示。从对比结果可以

看出,本文所提出的修正公式精度高于 Boensch 公式,且明显高于 Edlen 公式。需要指出的是,由于实验光路比较复杂,调节难度大,因此不可避免地会带来一些误差,此外,实验过程中的温度漂移、PZT 带来的移相误差、CCD 测量干涉条纹的非线性误差和量化误差等都是影响测量精度的因素,其综合影响还有待于进一步深入研究。

表 3 四种方法的湿空气折射率结果对比

Table 3 Comparison of moist air refractive index among four methods

Atmosphere state			Refractive index by different methods / 10^{-4}				Error		
t /°C	f /Pa	p /Pa	I: Edlen	II: Boensch	III: Ref. [19]	IV: Our method	Between I&III	Between II&III	Between IV&III
21.6	1075.21	101600	2.6743	2.7064	2.7060	2.7063	3.2×10^{-6}	4.0×10^{-8}	2.5×10^{-8}
21.6	1072.75	101585	2.6737	2.7063	2.7225	2.7061	4.9×10^{-6}	1.6×10^{-6}	1.6×10^{-6}

4 结 论

目前空气折射率测量中广泛应用的 Boensch 改进 Edlen 公式对湿空气的修正系数是基于 4 个波长 (644.0、508.7、480.1、467.9 nm) 并在 20 °C 附近范围内测得的数据,这与当前光学精密测量大多采用 633 nm He-Ne 激光波长且环境温度范围更大的实际应用存在误差,并导致其应用受限。为此,提出了以相移干涉光路为基础的折射率测量实验光路,实现了在 633 nm 波长下对湿空气折射率的修正,实验比对结果表明其精度高于 Boensch 改进公式,且应用的温度范围更大(14.6 °C ~ 24.0 °C)。该修正公式可广泛应用于 633 nm 激光精密测量中的空气折射率补偿。

参 考 文 献

- 1 Chen Qianghua, Luo Huifu, Wang Sumei, *et al.*. Measurement of air refractive index fluctuation based on interferometry with two different reference cavity lengths[J]. *Appl Opt*, 2012, 51(25): 6106–6110.
- 2 Dong Wei, Kiyoshi Takamasu, Hirokazu Matsumoto. Multiple pulse train interference-based measurement of refractive index of air using femtosecond optical frequency comb[C]. *SPIE*, 2012, 8563: 856314.
- 3 Wei Haoming, Xing Tingwen, Li Yun, *et al.*. Measurement errors in 632.8 nm high precision phase-shifting Fizeau interferometer[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2010, 47(4): 041202.
魏豪明, 邢廷文, 李云, 等. 632.8 nm 高精度移相菲佐干涉仪测量误差分析[J]. *激光与光电子学进展*, 2010, 47(4): 041202.
- 4 Ma Jichi, Li Yan, Sun Wenke, *et al.*. Fabry-Perot interferometer using tunable diode laser[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(7): 1296–1300.
马骥驰, 李岩, 孙文科, 等. 可调波长半导体激光法布里-珀罗干涉仪[J]. *光学学报*, 2008, 28(7): 1296–1300.
- 5 Miyata Kaoru, Oozeki Hidekazu, Nakagawa Hideyuki, *et al.*. Two-wavelength laser interferometer system which reduces the uncertainty caused by the fluctuation of the refractive index of air[J]. *Int J Automation Technol*, 2011, 5(2): 126–131.
- 6 Masashi Ishige, Masato Aketagawa, Banh Quoc Tuan, *et al.*. Measurement of air-refractive-index fluctuation from frequency change using a phase modulation homodyne interferometer and external cavity laser diode[J]. *Meas Sci & Technol*, 2009, 20(8): 084019.
- 7 Edlen Bengt. The refractive index of air[J]. *Metrologia*, 1966, 2(2): 71–80.

- 8 K P Birch, M J Downs. An updated Edlen equation for the refractive index of air[J]. *Metrologia*, 1993, 30(3): 155–162.
- 9 K P Birch, M J Downs. Correction to the updated Edlen equation for the refractive index of air[J]. *Metrologia*, 1994, 31(4): 315–316.
- 10 Zhang Zhuo, Chen Zhong, Zhong Li. An updated Edlen equation under low air pressure based on pattern search method[J]. *Acta Metrologia Sinica*, 2005, 26(3): 221–224.
张琢, 陈中, 钟丽. 基于模式搜索法的低气压段 Edlen 公式的改进[J]. *计量学报*, 2005, 26(3): 221–224.
- 11 Philip E Ciddor. Refractive index; new equations for the visible and near infrared[J]. *Appl Opt*, 1996, 35(9): 1566–1573.
- 12 Richard J Mathar. Refractive index of humid air in the infrared: model fits[J]. *J Opt A: Pure & Appl Opt*, 2007, 9(5): 470–476.
- 13 G Boensch, E Potulski. Measurement of the refractive index of air and comparison with modified Edlen' formulae [J]. *Metrologia*, 1998, 35(2): 133–139.
- 14 Li Liyan, Wang Jian, Han Chunyang, *et al.*. Integration single frequency laser interferometer used to nanometer measurement [J]. *Chinese J Lasers*, 2011, 38(4): 0408001.
李立艳, 王坚, 韩春阳, 等. 用于纳米测量的集成化单频激光干涉仪[J]. *中国激光*, 2011, 38(4): 0408001.
- 15 Hou Wenmei, Zhang Yunbo, Le Yanfen, *et al.*. Elimination of the nonlinearity of heterodyne displacement interferometers[J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(9): 0908006.
侯文玫, 张运波, 乐燕芬, 等. 外差激光干涉测长非线性误差的消除[J]. *中国激光*, 2012, 39(9): 0908006.
- 16 He Le, Wang Xiangchao, Ma Mingying, *et al.*. Novel method for measuring non-orthogonality of interferometer system in step and scan lithographic tool[J]. *Chinese J Lasers*, 2007, 34(8): 1130–1135.
何乐, 王向朝, 马明英, 等. 一种检测光刻机激光干涉仪测量系统非正交性的新方法[J]. *中国激光*, 2007, 34(8): 1130–1135.
- 17 Zhao Meirong, Qu Xinghua, Lu Boyin. OPD multiplied new laser interferometer with nanometric accuracy [J]. *Chinese J Lasers*, 2000, 27(5): 431–434.
赵美蓉, 曲兴华, 陆伯印. 光程差倍增的纳米级精度激光干涉仪[J]. *中国激光*, 2000, 27(5): 431–434.
- 18 R Schoedel, G Boensch. Precise interferometric measurements at single crystal silicon yielding thermal expansion coefficients from 12 °C to 28 °C and compressibility [C]. *SPIE*, 2001, 4401: 54–62.
- 19 Chen Qianghua, Luo Huifu, Wang Sumei, *et al.*. Measurement of air refractive index based on surface plasmon resonance and phase detection by dual-frequency laser interferometry [J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(1): 0108001.
陈强华, 罗会甫, 王素梅, 等. 基于表面等离子体共振和双频激光干涉相位测量的空气折射率测量[J]. *中国激光*, 2013, 40(1): 0108001.

栏目编辑:何卓铭