

非局域非线性介质中的非傍轴空间光孤子

陈继龙¹ 石智伟¹ 李华刚^{2*}

(¹ 广东工业大学信息工程学院, 广东 广州 510006)
(² 广东第二师范学院物理系, 广东 广州 510303)

摘要 空间光孤子在非线性光学中占有非常重要的地位, 而大多数理论都是在傍轴条件下得到的, 无法满足初始光束大角度入射情况的应用。利用亥姆霍兹理论研究了非局域非线性介质中的一维非傍轴空间光孤子。在强和弱非局域的情况下, 得到了非局域非线性非傍轴方程的精确解析解。通过数值研究发现非局域程度可以影响孤子的束宽, 但不影响其稳定性。反之, 非傍轴系数可以影响孤子稳定性, 但不影响其宽度。

关键词 非线性光学; 非傍轴; 非局域; 稳定性

中图分类号 O473 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL201441.0302005

Nonparaxial Spatial Optical Solitons in the Nonlocal Nonlinear Media

Chen Jilong¹ Shi Zhiwei¹ Li Huagang²

¹ School of Information Engineering, Guangdong University of Technology,
Guangzhou, Guangdong 510006, China

² Department of Physics, Guangdong University of Education, Guangzhou, Guangdong 510303, China

Abstract Spatial optical solitons in nonlinear optics occupy a very important position, while most of the theories are obtained under paraxial constraints, and can not meet the application under the condition of the large incident angle of the initial beam. One-dimensional nonparaxial spatial optical solitons in nonlocal nonlinear media using Helmholtz theory are investigated. An exact analytical solution to the nonlocal nonlinear nonparaxial propagation equation in the cases of high and weak nonlocalities is deduced. It's numerically found that the degree of nonlocality can affect the widths of nonlocal soliton beams, but has no effect on their stabilities. Contrarily, nonparaxiality can affect their stabilities, but has no effect on their widths.

Key words nonlinear optics; nonparaxial; nonlocality; stability

OCIS codes 190.3270; 190.6135

1 引 言

多年以来, 非局域非线性响应在空间光孤子中起着非常重要的作用。非局域性存在于不同的物理介质中, 如液晶^[1]、光折变介质^[2]、铅玻璃^[3-4]等。非局域程度可由非局域响应函数的宽度与束宽的比值来定义, 可分为局域、弱非局域、一般非局域和强非局域 4 类^[5]。

非傍轴可分为两大类: 高强度和大角度传输^[6]。

第一类主要指的是在非线性介质中超窄光束的传输。1993 年, Akhmediev 等^[7]已经对一般非线性薛定谔方程描述此类光束的适宜性和局限性提出了怀疑。对于超窄光束, 自聚焦标量理论已经无效, 于是相应的矢量非傍轴理论得到发展^[8-9]。基于此理论, Yariv 等^[10-11]分析了亮和暗非傍轴孤子。相对于第一种类型, 第二类非傍轴源自于光束以大角度(光束与纵轴夹角)传输演化^[6]。此时, 可用标量的

收稿日期: 2013-08-26; 收到修改稿日期: 2013-09-19

基金项目: 中国博士后基金(2013M531822)、广东省自然科学基金(S2012040007188)

作者简介: 陈继龙(1988—), 男, 硕士研究生, 主要从事亥姆霍兹孤子方面的研究。E-mail: 291948113@qq.com

导师简介: 石智伟(1975—), 男, 博士, 副教授, 主要从事非线性光学方面的研究。E-mail: szwstar@gdut.edu.cn

* 通信联系人。E-mail: lihuagang@gdei.edu.cn

非线性亥姆霍兹方程进行讨论,从而克服了非线性薛定谔方程的局限性^[12]。自聚焦克尔介质中的精确亮和暗孤子解析解^[13-14]已被发现,随之,双组份^[15]、边界^[16]和双稳^[17]亥姆霍兹孤子解也被得到。在非线性介质界面,孤子的折射效应具有内在的角度特征,从而可以很好地验证非傍轴亥姆霍兹理论^[6,18-20]。

本文解析研究了强和弱非局域两种情况下,非局域非线性非傍轴孤子传输的精确解,并用数值方法研究了非局域程度和非傍轴系数对孤子束宽和稳定性的影响。

2 理论模型

对于简单的一维情况,光场满足亥姆霍兹方程

$$\frac{\partial^2 E}{\partial Z^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial X^2} + k_0^2 n^2(E)E = 0, \quad (1)$$

式中 $k_0 = \omega/c$ 为真空中的传播常数, c 是光速, ω 为角频率,而 k 为介质中的波数, $n^2(E) = n_0^2 + 2n_0 \Delta n$, Δn 表示非线性引起的折射率改变,满足

$$\omega_m^2 \frac{\partial^2 \Delta n}{\partial X^2} - \Delta n + n_2 |E|^2 = 0, \quad (2)$$

其中, n_2 是非线性系数。(1)式描述了线性极化单色光场 $E(X, Z) = A(X, Z) \exp(ikZ - i\omega t)$ 在非局域非线性介质(如液晶)中的非傍轴非线性传输^[11]。假设 $z = Z/L_D, x = \sqrt{2}X/\omega_0, u(x, z) = \sqrt{kn_2 L_D/n_0} A(x, z), d_0 = d/\sqrt{2}, \Delta n = n_0 \phi/(kL_D), L_D = k\omega_0^2/2, n_0$ 为线性折射率, ω_0 为非傍轴孤子的束宽,而 ω_m 为非局域非线性响应函数的特征宽度, $d = \omega_m/\omega_0$ 代表了非局域程度。于是(1)、(2)式可变为

$$\kappa \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \phi u = 0, \quad (3a)$$

$$d_0^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \phi + |u|^2 = 0, \quad (3b)$$

式中 $\kappa = 1/(k^2 \omega_0^2)$ 为非傍轴系数, ϕ 表征非线性引起的无量纲折射率改变。明显地,当 $\kappa \rightarrow 0$ 和 $d \rightarrow 0$ 时,(3)式可恢复到非线性薛定谔方程。此时方程不再受傍轴条件限制,对于光束以任意角度入射的物理系统^[6]和超窄孤子光束传输的物理系统^[8]都可以做很好的讨论说明。对于(3b)式,可写为如下卷积形式:

$$\phi = \int_{-\infty}^{+\infty} R(x-x') I(x', z) dx', \quad (4)$$

式中 $I(x, z) = |u(x, z)|^2, R(x) = 1/(\sqrt{2}d) \cdot \exp(-\sqrt{2}|x|/d)$ 。

3 精确的孤子解析解

3.1 强非局域情况

对于强非局域情况,此时响应函数 $R(x)$ 的特征宽度远大于光束束宽。为了得到孤子解析解,在点 $x' = x$ 处对 $R(x')$ 进行泰勒展开并联合(3a)、(4)式可得^[21]

$$\kappa \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{P_0}{\sqrt{2}d} u - \frac{1}{2} \mu P_0 x^2 u = 0, \quad (5)$$

式中 $\mu = -R_0'' > 0 [R_0'' = \partial_x^2 R(x)|_{x=0}]$, $P = \int |u(x, z)|^2 dx$ 为光束功率, P_0 为 $z = 0$ 处的输入功率,因功率守恒,用 P_0 代替了 P 。因 $\omega_m \ll \omega_0$, 高阶项对结果几乎没有影响,所以(5)式略掉高阶项。假设(5)式的高斯形式试探解为

$$u(x, z) = \frac{\sqrt{P_0} \exp[i\theta(z)]}{\sqrt{\sqrt{\pi} \tau \omega(z)}} \exp\left[-\frac{x^2}{2\omega^2(z)} + i\tau(z)x^2\right], \quad (6)$$

式中 θ 为孤子复振幅的相位, ω 为束宽, τ 为光束波前曲率。把(6)式代入(5)式可得

$$\tau = 0, \omega = \omega_0 = 1/(\mu^{1/4} P_0^{1/4}),$$

$$\theta = \frac{-d\omega_0^2 \pm \sqrt{d^2 \omega_0^4 - 2d^2 \omega_0^2 \kappa + 2\sqrt{2}d\omega_0^4 \kappa P_0}}{2d\omega_0^2 \kappa},$$

至此得到解析解。图1(a)为强非局域($d = 2.01$)情况下的孤子解。为了验证孤子的稳定性,以 $u|_{z=0} = \nu(1 + \rho) \exp(-iVx)$ [ν 表征无微扰非傍轴孤子, $\rho = 2\%$ 为随机微扰, V 为无量纲横向速率参

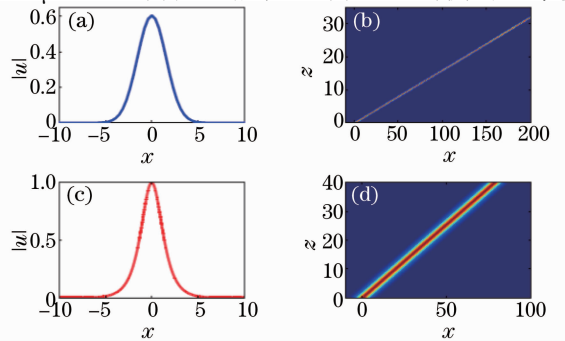


图1 (a)强非局域($d=2.01, P_0=1$)和(c)弱非局域($d=0.11, P_0=2$)情况下的孤子解;(b)、(d)为图(a)、(c)中两孤子解的传输($\kappa=1 \times 10^{-3}, V=10$)

Fig. 1 Soliton solutions in the cases of (a) high ($d=2.01, P_0=1$) and (b) weak ($d=0.11, P_0=2$) nonlocalities; (b), (d) simulation propagations of the solitons of Fig. (a) and (c), respectively ($\kappa=1 \times 10^{-3}, V=10$)

数(入射角度)]为初始解对(5)式作数值模拟可得如图1(b)所示的结果,明显孤子是稳定的。

3.2 弱非局域情况

对于弱非局域情况,此时响应函数 $R(x)$ 的特征宽度远小于光束束宽。为了得到孤子解析解,在点 $x'=x$ 处对 $I(x',z)$ 进行泰勒展开并联合(3a)、(4)式可得^[21]

$$\kappa \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + (|u|^2 + \gamma \frac{d|u|^2}{dx^2})u = 0, \quad (7)$$

式中 $\gamma = 1/2 \int_{-\infty}^{+\infty} R(x)x^2 dx \ll 1$ 。同理,因 $w_m \ll w_0$,高阶项对结果几乎没有影响,所以此处也略掉高阶项。假设试探解 $u(x,z) = v(x)\exp(i\beta z)$, v 表征非傍轴孤子,是对称指数类实函数, β 为正的传播常数,代入(7)式可得

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + 2(v^2 + \kappa\beta^2 - \beta)v + 2\gamma v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0. \quad (8)$$

积分可得(8)式的隐式解为

$$\pm x = \frac{1}{\nu_0} \operatorname{arctanh}\left(\frac{\sigma}{\nu_0}\right) + 2\sqrt{\gamma} \operatorname{arctan}(2\sqrt{\gamma}\sigma), \quad (9)$$

式中 $\nu_0^2 = 2(\beta - \kappa\beta^2)$, $\sigma^2 = (\nu_0^2 - v^2)/(1 + 4\gamma\nu_0^2)$ 。明显可看出,当 $\gamma \rightarrow 0, \kappa \rightarrow 0$ 时,其恢复到傍轴的局域情况 $v(x) = \nu_0 \operatorname{sech}(x)$ 。图1(c)为弱非局域($d=0.11$)情况下的孤子解析解。由(8)式易得孤子的功率为 $P(\beta) = \nu_0 + (1 + 4\gamma\nu_0^2)/(2\sqrt{\gamma}) \cdot \operatorname{arctan}(2\sqrt{\gamma}\nu_0)$,可知 $dP/d\beta > 0$,也就是说孤子功率随传播常数是单调递增的,由此可知孤子是稳定的^[22-23]。进一步对(7)式作数值模拟传输,结果如图1(d)所示,同样可看出孤子是稳定的。

4 数值孤子解

本文利用分步傅里叶和频谱重置法^[24]数值讨论了非局域程度和非傍轴系数对孤子束宽和稳定性的影响。图2(a)为不同非局域程度($d=0.11, 1.01, 2.01$)下的孤子解,从图中可看出孤子的束宽随非局域的程度增加而增加,但是从图2(b)可知,孤子的功率峰值 $|u|_{\max}^2$ 是不随传输距离变化而变化的,也就是说,孤子是稳定的。图2(c)为 $d=0.11$ 时孤子的数值解的传输模拟,与图1(d)是一致的,这进一步说明(9)式所示的解析解的正确性。接下来讨论非傍轴系数 κ 对孤子的束宽和稳定性的影响,如图3(a)所示,不同的非傍轴系数($\kappa=1 \times 10^{-3}, 5 \times 10^{-3}, 1 \times 10^{-2}$)不会影响孤子的束宽,而正如

图3(b)所示,孤子的功率峰值 $|u|_{\max}^2$ 是随传输距离变化而变化,所以非傍轴系数会影响孤子的稳定性。

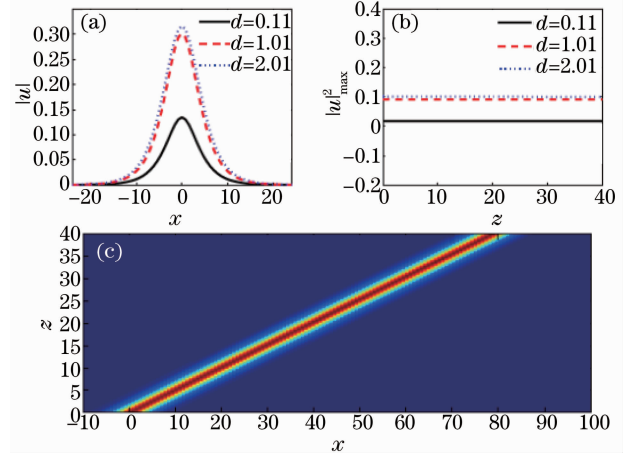


图2 不同非局域程度下的(a)孤子解和(b)孤子功率的峰值演化;(c) $d=0.11$ 时数值孤子解的传输($\kappa=1 \times 10^{-3}, V=10, P_0=1.25$)

Fig. 2 (a) Profiles of the soliton solutions and (b) evolutions of soliton power peak values with different nonlocalities; (c) simulated propagation at $d=0.11$ of a numerical soliton solution ($\kappa=1 \times 10^{-3}, V=10, P_0=1.25$)

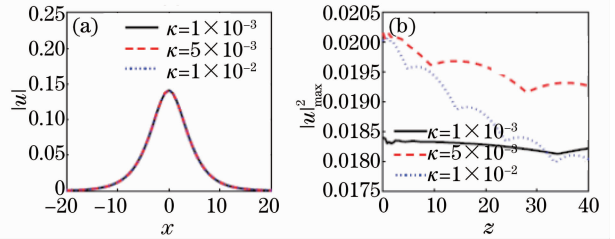


图3 不同非傍轴系数的(a)孤子解和(b)孤子功率的峰值演化($d=0.11, V=10, P_0=1.25$)

Fig. 3 (a) Profiles of the soliton solutions and (b) evolutions of soliton power peak values with different nonparaxialities ($d=0.11, V=10, P_0=1.25$)

5 结 论

研究了非局域介质中的亥姆霍兹孤子。在强和弱非局域两种情况下,利用泰勒展开获得了孤子的解析解。通过数值模拟发现非局域程度可影响孤子的束宽,不会影响孤子的稳定性,而非傍轴系数可影响孤子的稳定性,却不影响孤子的束宽。在实际的应用中可以控制光束的输入角度以观察亥姆霍兹孤子。由于液晶中的非局域非线性效应来源于液晶分子在激光作用下的重取向过程,所以改变液晶盒上的偏压,可以改变液晶分子的取向,从而改变非局域

程度。在电压高于阈值电压的情况下,电压越低,非局域程度越强,电压越高,非局域程度越弱,随着电压的升高,会最终变成局域的情况。利用液晶的这种性质,可通过控制外加电压调节非局域程度,从而可得到不同亥姆霍兹孤子。

参 考 文 献

- 1 C Conti, M Peccianti, G Assanto. Route to nonlocality and observation of accessible solitons[J]. *Phys Rev Lett*, 2003, 91(7): 073901.
- 2 M Segev, B Crosignani, A Yariv, *et al.*. Spatial solitons in photorefractive media[J]. *Phys Rev Lett*, 1992, 68(7): 923—926.
- 3 C Rotschild, O Cohen, O Manela, *et al.*. Solitons in nonlinear media with an infinite range of nonlocality: first observation of coherent elliptic solitons and of vortex-ring solitons[J]. *Phys Rev Lett*, 2005, 95(21): 213904.
- 4 Y V Kartashov, V A Vysloukh, L Torner. Multipole surface solitons in thermal media[J]. *Opt Lett*, 2009, 34(3): 283—285.
- 5 W Krolikowski, O Bang, N I Nikolov, *et al.*. Modulational instability, solitons and beam propagation in spatially nonlocal nonlinear media[J]. *J Opt B: Quantum Semiclass Opt*, 2004, 6(5): s288—s294.
- 6 J Sanchez Curto, P Chamorro Posada, G S McDonald. Nonlinear interfaces: intrinsically nonparaxial regimes and effects[J]. *J Opt A*, 2009, 11(5): 054015.
- 7 N Akhmediev, A Ankiewicz, J M Soto Crespo. Does the nonlinear Schrodinger equation correctly describe beam propagation[J]. *Opt Lett*, 1993, 18(6): 411—413.
- 8 S Chi, Q Guo. Vector theory of self-focusing of an optical beam in Kerr media[J]. *Opt Lett*, 1995, 20(15): 1598—1600.
- 9 B Crosignani, P D Porto, A Yariv. Nonparaxial equation for linear and nonlinear optical propagation[J]. *Opt Lett*, 1997, 22(11): 778—780.
- 10 A Yariv, S Mookherjea. Nonparaxial spatial solitons and propagation-invariant pattern solutions in optical Kerr media[J]. *Opt Lett*, 2004, 29(11): 1254—1256.
- 11 A Ciattoni, B Crosignani, S Mookherjea, *et al.*. Nonparaxial dark solitons in optical Kerr media[J]. *Opt Lett*, 2005, 30(5): 516—518.
- 12 G Fibich. Small beam nonparaxiality arrests self-focussing of optical beams[J]. *Phys Rev Lett*, 1996, 76(23): 4356.
- 13 P Chamorro Posada, G S McDonald, G New. Exact soliton solutions of the nonlinear Helmholtz equation: communication[J]. *J Opt Soc Am B*, 2002, 19(5): 1216—1217.
- 14 P Chamorro Posada, G S McDonald. Helmholtz dark solitons[J]. *Opt Lett*, 2003, 28(10): 825—827.
- 15 J M Christian, G S McDonald, P Chamorro Posada. Helmholtz-Manakov solitons[J]. *Phys Rev E*, 2006, 74(6): 066612.
- 16 J M Christian, G S McDonald, P Chamorro Posada. Helmholtz bright and boundary solitons[J]. *J Phys A*, 2007, 40(7): 1545—1560.
- 17 J M Christian, G S McDonald, P Chamorro Posada. Bistable Helmholtz solitons in cubic-quintic materials[J]. *Phys Rev A*, 2007, 76(3): 033833.
- 18 J Sanchez Curto, P Chamorro Posada, G S McDonald. Dark solitons at nonlinear interfaces[J]. *Opt Lett*, 2010, 35(9): 1347—1349.
- 19 J Sánchez Curto, P Chamorro Posada, G S McDonald. Giant Goos-Hanchen shifts and radiation-induced trapping of Helmholtz solitons at nonlinear interfaces[J]. *Opt Lett*, 2011, 36(8): 3605—3607.
- 20 McCoy E A, Christian J M, G S McDonald. Nonparaxial refraction and giant Goos-Hanchen shifts at nonlinear optical interfaces[J]. *Phys Rev A*, 2012, 85(1): 013836.
- 21 Q Guo, B Luo, F Yi, *et al.*. Large phase shift of nonlocal optical spatial solitons[J]. *Phys Rev E*, 2004, 69(1): 016602.
- 22 W Krolikowski, O Bang. Solitons in nonlocal nonlinear media: exact solutions[J]. *Phys Rev E*, 2000, 63(1): 016610.
- 23 E W Laedke, K H Spatschek, L Stenflo. Evolution theorem for a class of perturbed envelope soliton solutions[J]. *J Math Phys*, 1983, 24(12): 2764—2769.
- 24 Mark J Ablowitz, Ziad H Musslimani. Spectral renormalization method for computing self-localized solutions to nonlinear systems[J]. *Opt Lett*, 2005, 30(16): 2140—2142.

栏目编辑:史 敏