

基于多平面全息成像的三维显示

杨磊^{1,2} 夏军^{1,2} 张晓兵¹ 谢意² 康明武² 张求知²

(¹ 东南大学电子科学与工程学院, 江苏 南京 210096; ² 光电控制技术重点实验室, 河南 洛阳 471009)

摘要 提出了一种基于分数傅里叶变换的多平面成像方法。由空间光调制器给出时序加载全息图的同步信号到外部控制电路, 外部控制电路根据时序信号控制聚合物分散液晶屏的开关, 使非成像位置的聚合物分散液晶屏为开态, 让光通过; 使成像位置的屏为关态, 接收图像。时序加载不同的全息图, 在不同屏上得到了不同的像, 利用人眼的视觉暂留效应, 实现了多平面全息成像的三维显示。该投影方法可以通过控制光学系统参数和计算全息图时的采样条件调节深度范围, 系统简单, 易于实现。

关键词 全息; 三维显示; 分数傅里叶变换; 相位恢复

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL201441.0209017

Three-Dimensional Display by Holographic Imaging on Multiple Focal Planes

Yang Lei^{1, 2} Xia Jun^{1, 2} Zhang Xiaobing¹ Xie Yi² Kang Mingwu² Zhang Qiuzhi²

(¹ School of Electronic Science and Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)
(² Science and Technology on Electro-Optic Control Laboratory, Luoyang, Henan 471009, China)

Abstract A method of imaging on multiple focal planes based on fractional Fourier transformation is presented. It is used to compute the holograms, so that different images are projected at different depths in the same system. By using synchronization information sent by the spatial light modulator, the circuits control the switch of the polymer doped liquid crystal screens. That means only the one with the right depth is switched off corresponding to the projected image, others let light pass through. With the sequential loaded holograms on the spatial light modulator, different holographic images are presented on multiple focal planes. Three-dimensional (3D) display by holographic display imaging on multiple focal planes is realized as a result of visual staying phenomenon. The imaging depth can be adjusted according to parameters of the optical system and sampling conditions. Besides, the system is simple and easy to carry out.

Key words holography; three-dimensional display; fractional Fourier transformation; phase retrieval

OCIS codes 090.2870; 070.2575; 070.6120

1 引 言

人类通过立体视觉获得空间的深度感和层次感, 主要是依靠焦点调节、单眼移动视差、双目会聚、双目视差四个方面的生理暗示获得立体视觉^[1]。三维(3D)成像技术必须至少依据其中一种生理暗示机理产生深度信息来实现显示^[2]。目前, 已经产业化的 3D 显示技术多采用双目视差的方法提供深度

信息。它们将图景成像在单一距离的平面(显示屏幕)上, 而不顾及情景的深度关系, 这会造成调焦与会聚的冲突: 为了看到一个清晰的立体的像, 观察者必须要将眼睛会聚到一个距离, 但又需要将双眼调焦到另一个距离。由于人眼是一个耦合的系统, 同时调焦和会聚是很难做到的。而调焦与会聚的冲突会造成深度感知失真和视觉疲劳^[3]。

收稿日期: 2013-10-15; **收到修改稿日期:** 2013-11-13

基金项目: 国家 973 计划 (2013CB328803)、国家 863 计划 (2012AA03A302, 2013AA011004)、航空科学基金 (20125169021)

作者简介: 杨磊 (1986—), 男, 博士研究生, 主要从事硅基液晶全息显示方面的研究。E-mail: l.yang7@hotmail.com

导师简介: 夏军 (1974—), 男, 博士, 副教授, 主要从事全息显示、集成成像、显示视觉评价等方面的研究。

E-mail: xiajun@seu.edu.cn (通信联系人)

全息显示通过对于物体光波波前的记录和重建使物体在空间内成再现像,从而提供给人眼视觉系统所需的全部深度信息,符合人的观看生理习惯,故被认为是理想的 3D 显示方式。计算全息技术用计算机生成全息图 (CGH)^[4-5] 模拟物光和参考光的干涉,将物体信息记录在全息图中,通过对加载全息图的空间光调制器 (SLM)^[6-7] 的照射,进行物光波前的重现,实现物体的显示。计算全息图的算法是对于全息面与成像面之间变换关系的描述。由于相位全息图比振幅全息图具有更高的衍射效率,因此本文采用计算相位全息图的方法。

对于传统的全息成像,相位全息图的计算方法一般采用经典的 Gaschberg-Saxton (GS) 迭代方法^[8],其具体思想是,在全息面和成像面上施加振幅约束条件,使得相位项通过不断迭代,逐渐收敛到最优值,GS 算法中采用傅里叶变换来描述光的传播,

而这种描述必须是焦平面之间的传播关系,即成像距离等于透镜焦距。

本文提出一种基于分数傅里叶变换 (FRFT) 的改进的 GS 算法,可以将物体成像在透镜后的多个平面上。通过将不同景深的图像分时的成像在不同的深度位置上,利用人眼的视觉暂留效应,使得人眼看到的是不同平面上图像的总和,实现了三维显示。

2 多平面全息成像原理

2.1 分数傅里叶变换算法

分数傅里叶变换最早是在 1980 年由 Namias^[9] 提出来的,起初 Namias 的想法只是把传统的傅里叶变换进行拓展,定义一个更广泛的变换公式,为了解决量子力学中的偏微分方程而提出的。其数学公式为

$$F(u) = C_p \int f(x) \exp[i\pi(x^2 \cot \varphi - 2xu \cdot \csc \varphi + u^2 \cot \varphi)] dx = C_p \int f(x) \exp\{i\pi[x^2 \cot(a\pi/2) - 2xu \cdot \csc(a\pi/2) + u^2 \cot(a\pi/2)]\} dx, \quad (1)$$

式中 a 是分数傅里叶变换的阶数, $\varphi = a\pi/2$, 1993 年, Mendlovic 等^[10-11] 把分数傅里叶变换和光学传播结合了起来,并且推出了在透镜系统中的分数傅里叶变换的表达式

$$F(u) = \int f(x) \cdot \exp\left\{i\pi\left[\frac{x^2}{\lambda f_e \tan(a\pi/2)} + \frac{u^2}{\lambda f_e \tan(a\pi/2)} - \frac{2xu}{\lambda f_e \sin(a\pi/2)}\right]\right\} dx, \quad (2)$$

式中 $f(x)$ 为全息面的光场复振幅, $F(u)$ 为成像面的光场复振幅,如图 1 所示,其中 f_e 称为标准焦距,它把系统中的参数联系起来,图中参数的具体数值为 $R = \tan(a\pi/4)$, $Q = \sin(a\pi/2)$,因此,成像距离 z 与透镜焦距 f_e 的关系为

$$z = f_e \cdot \tan(a\pi/4) \cdot \sin(a\pi/2). \quad (3)$$

从(1)~(3)式中,可以看出与传统的傅里叶变

换不同,分数傅里叶变换在描述光的传播时,成像距离可以是任意值,这样表征光学系统比傅里叶变换更加灵活。

同时在分数傅里叶变换中,当变换阶数 $a = 1$ 时,分数傅里叶变换的公式就变成了标准的傅里叶变换公式,而相应地,在图 1 中就有 $z = f_e$,这说明傅里叶变换是分数傅里叶变换的一种特殊情况。

基于分数傅里叶变换的改进 GS 算法的原理是在全息面和成像面上施加振幅约束条件,让相位项进行不断的迭代最终收敛到最优值的一个过程,具体流程如图 2 所示。在全息面,光场的复振幅取常数值,相位是随机相位,经过分数傅里叶变换操作传播到成像面,在成像面上,保留相位项,用目标图像的强度来代替光场的振幅,然后进行逆分数傅里叶变换操作使光场传播回到全息面,在全息面,继续保留相位项,把振幅项去掉,用单位强度替换所有像素的振幅项,再继续进行分数傅里叶变换传播到成像面,如此进行循环操作,通过一定次数的迭代之后,在全息面上光场的相位值收敛到最优值,那么此时

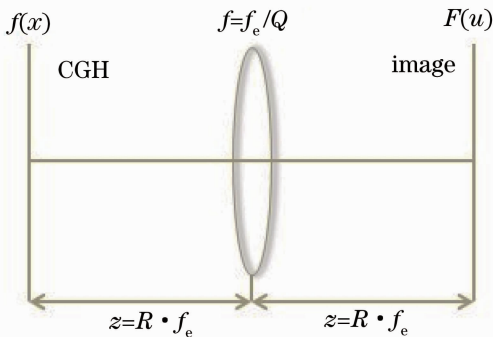


图 1 分数傅里叶变换的光学描述

Fig. 1 Optical implementation of fractional Fourier transformation

的相位分布就成为二维(2D)图像在全息面上的相位,经过编码之后得到的全息图就是 2D 图像的相位全息图,这个相位全息图的作用就是在成像面上重建清晰的 2D 图像。这个全息图的计算过程一般也被称为相位恢复过程。

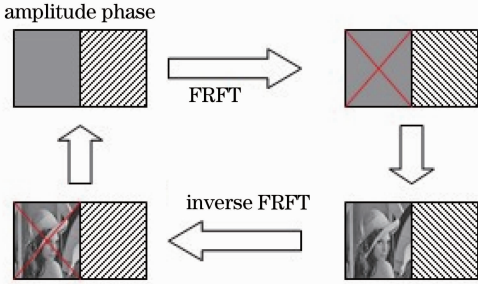


图 2 改进的 GS 算法流程图

Fig. 2 Flow diagram of the modified GS algorithm

2.2 多平面全息图的重建

相位全息图生成之后,就可以进行全息图的重建工作,全息图的重建同样要采用分数傅里叶变换所对应的光学结构来实现^[12]。

利用分数傅里叶变换可以将图像投影到透镜之后的任意平面上^[13]。这是因为在分数傅里叶变换公式中,在透镜焦距 f 。取定的情况下,阶数 a 的变化导致了成像距离 z 的变化,由(3)式可得阶数 a 取值范围为 $0\sim 2$,与之对应的成像距离 z 的取值为 0 到无穷远处。从理论上讲,只要在软件中进行离散傅里叶变换的计算时满足采样定理,该算法得到的全息再现像就可以成像在透镜后任意距离的平面上。可以根据实际需要选择成像距离 z ,由(3)式得到阶数,然后采用分数傅里叶变换迭代算法计算相位全息图,最后把全息图加载到空间光调制器上,利用图 3 所示的分数傅里叶变换光学系统把图像重建在距离 z 处。

当在 SLM 上时序地加载距离随变换阶数变化

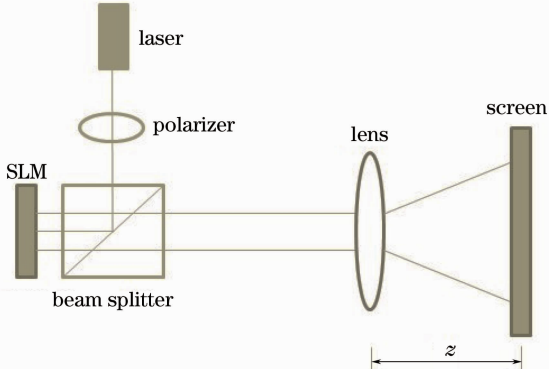


图 3 全息图的再现

Fig. 3 Schematic diagram of holographic reconstruction

的相位全息图,就可以实现多平面的分时投影成像,如图 4 所示。

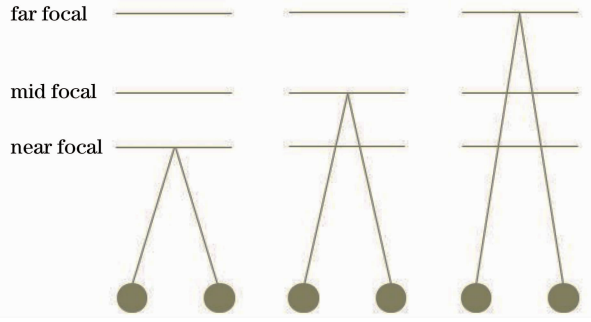


图 4 多平面全息成像示意图

Fig. 4 Schematic diagram of holographic imaging on multiple focal planes

作为接收多平面成像载体的聚合物分散液晶(PDLC)膜是把预聚物与液晶以某种比例混合,经过相分离,液晶从聚合物中析出形成微滴,聚合物固化把液晶微滴包裹在其中的一种复合膜。PDLC 的工作原理为:不加电场时,聚合物中的液晶微滴的指向矢随机杂乱取向,此时由于液晶的寻常光折射率 n_o 与聚合物的折射率 n_p 不匹配,所以液晶微滴对光有较强的散射作用,PDLC 外观呈现不透明或半透明乳白状,此时处于关态;当施加电压高于阈值时,微滴中液晶分子的指向矢将沿外电场方向排列,如果 n_o 与 n_p 匹配,光可以通过 PDLC 膜,从而 PDLC 膜将呈现透明状,此时处于开态。若撤去电场作用,则膜又恢复到关态^[14]。

同时,通过外部电路控制 PDLC 屏的开关与 SLM 投影图像同步,就可实现多平面分时成像。

3 实验结果与分析

3.1 实验与结果

实验装置如图 5 所示:采用 $\lambda=532\text{ nm}$ 的绿色激光进行全息重建,激光器出射光经过分光棱镜投

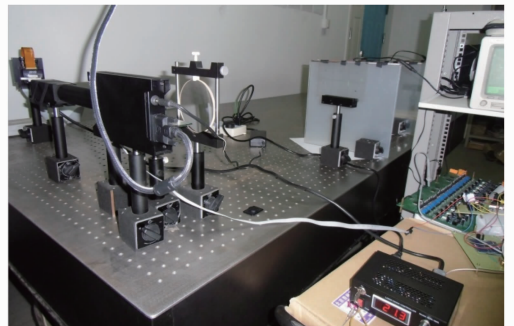


图 5 实验装置图

Fig. 5 Schematic diagram of experimental setup

射在 SLM 上,包含相位全息图信息的光经过分光棱镜和透镜成像在 PDLC 屏上。

在本实验中对于三幅计算全息图分别取阶数 $a_1=1.1, a_2=1.25, a_3=1.4$, 成像透镜的焦距 $f_e=0.5\text{ m}$, 由(3)式可得三幅图的重现距离分别为 $z_1=0.5782\text{ m}, z_2=0.6913\text{ m}, z_3=0.7939\text{ m}$ 。由几何关系可知, A 为倒立的像, B 和 C 为正立的像。将 PDLC 屏分别放置在三个成像距离处, 依次得到的全息再现像如图 6 所示。

实验中,在成像透镜的后焦面上用一个空间滤波片有效地滤去了零级波,但是高次衍射级仍会存在。由图 6 可知,对于不同的阶数,分数傅里叶变换全息图都可以很好地成像,即成像质量不随阶数而改变,因此,在不降低成像质量的情况下,该系统比傅里叶投影系统具有了很大的灵活性。

SLM 时序加载全息图的同步信号输出到外部电路,使用软件强制 SLM 刷新频率为 50 Hz , 即每

幅全息图的持续加载时间为 20 ms 。外部电路从接收到的 SLM 时序信号中找出加载每幅全息图的触发信号,以此为计时起点,每 20 ms 为一个计数周期。外部电路同时控制激光器的输出与 PDLC 屏的电压。

在每一个计数周期内,SLM 只投影一幅全息图,由同步电路控制与该图像成像位置对应的 PDLC 屏上的电压为零,即该屏为关态,接收图像;其他两个屏上的电压大于阈值电压,即为开态,让光线透过。这样就实现了单幅图的全息成像。时序加载不同的全息图,同步电路依次控制不同的屏为关态,使成像在不同的位置,就完成了多平面的全息投影。如图 7 所示,三个屏上由近及远依次得到 A、B、C 三个像。人眼由于视觉暂留效应,认为是同时看到了不同平面上的图像,即感知到不同的深度信息,因此实现了三维显示。

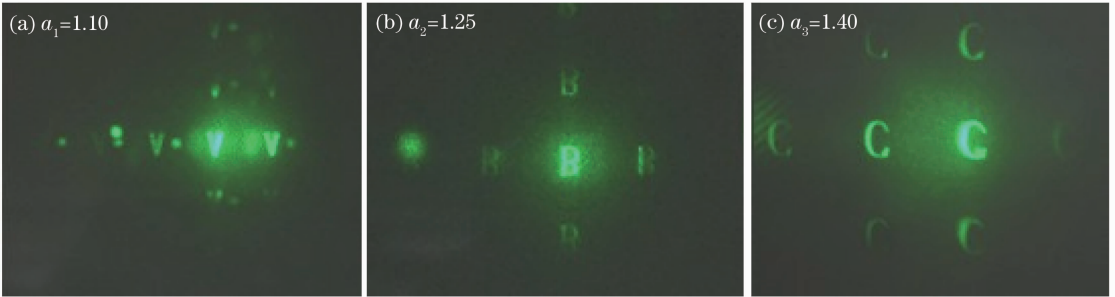


图 6 不同阶数全息图的重现像

Fig. 6 Holographic reconstruction of holograms with different orders

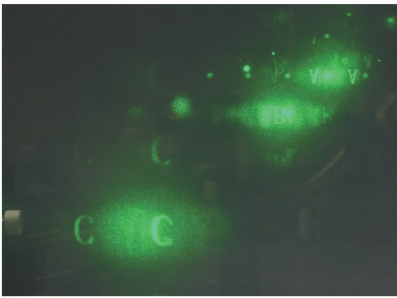


图 7 多平面全息成像

Fig. 7 Holographic image on multiple focal plane

3.2 分析与讨论

在本实验中使用的改进的 GS 算法是在全息面和成像面上施加振幅约束条件,让相位项不断迭代,最终使全息面上光场的相位值收敛到最优值的。为此,定义迭代误差

$$R_{\text{MS}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (f_{i,j} - g_{i,j})^2}{M \times N}}, \quad (4)$$

式中 M 和 N 分别为 x 方向和 y 方向的采样点数,为采样到第 (i, j) 个点时像面复振幅值,为目标图像的第 (i, j) 个像素的复振幅值。

对于不同阶数的三幅全息图分别计算了迭代误差,如图 8 所示, x 轴代表的是迭代次数, y 轴代表的是均方根(RMS)值。可以看到随着迭代次数的增加,像面复振幅值与目标图像的复振幅值越来越接近。可以看出对于三个不同的阶数,该迭代算法的收敛速度都很快。经过 10 次迭代以后,不同阶数的 RMS 都减少到很小的值,经过 20 次迭代以后, RMS 值基本不再改变。所以在本实验选择较小的迭代次数来提高运算速度。

在本实验中三幅计算全息图分别取阶数 $a_1=1.1, a_2=1.25, a_3=1.4$, 实现的成像深度为 $0.5782 \sim 0.7939\text{ m}$ 。取不同的阶数和采用不同的成像透镜可以改变这个成像距离,但是都必须满足奈奎斯特采样定理,即相邻采样点的相位跳变值不能超过 π ,

否则会造成混叠现象。由此可得出分数傅里叶变换阶数所应满足的关系式：

$$\left| \frac{\pi dx^2}{\lambda f_e \tan(a\pi/2)} \right| \left[\left(\frac{M}{2} \right)^2 - \left(\frac{M}{2} - 1 \right)^2 \right] < \pi, \quad (5)$$

$$\left| \frac{\pi dy^2}{\lambda f_e \tan(a\pi/2)} \right| \left[\left(\frac{N}{2} \right)^2 - \left(\frac{N}{2} - 1 \right)^2 \right] < \pi. \quad (6)$$

在实验中,全息面的采样间隔 $dx=dy=12.3 \mu\text{m}$,

x 方向和 y 方向的采样点数分别为 $M=1280, N=1024$ 。由(5)、(6)式得到阶数范围是 $0.396 < a < 1.604$,由(3)式可得到最大成像深度为 $0.0937 \sim 0.9063 \text{ m}$ 。类似地,可以通过改变光学系统参数和采样条件得到需要的成像深度范围。

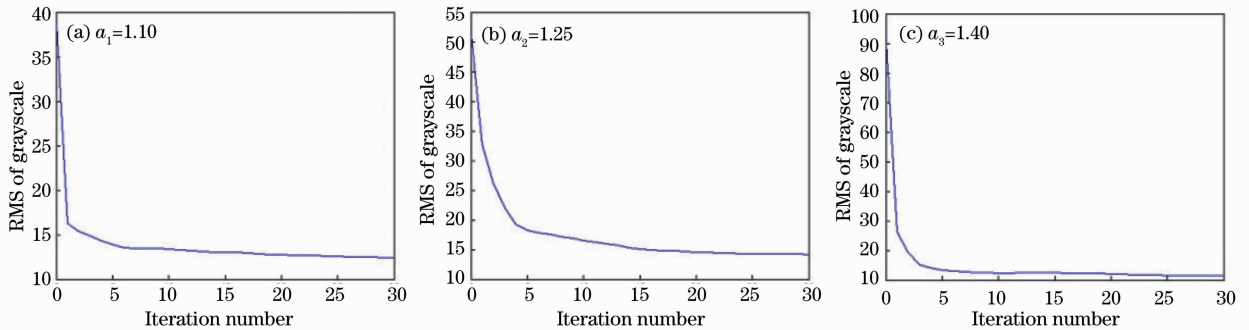


图8 不同阶数全息图 RMS 误差值

Fig. 8 RMS error between the projected image and the original image for different orders

4 结 论

提出了一种新的相位全息图的计算方法,该方法是一种基于分数傅里叶变换的迭代算法,它是一种改进的 GS 算法,利用这种算法生成的计算全息图,可以把图像投影到透镜之后的任意平面上。据此,将含有不同深度信息的全息图成像在透镜后的不同平面上。使用空间光调制器时序加载全息图,并用同步控制信号控制聚合物分散液晶屏的开关,利用人眼的视觉暂留效应,实现了多平面全息成像的三维显示。对于成像的深度范围进行了讨论,可以通过控制光学系统参数和计算全息图时的采样条件得到需要的深度范围,实验系统简单、可行。

参 考 文 献

- 1 Wang Qionghua. 3D Display and Device[M]. Beijing: Science Press, 2011. 18-23.
王琼华. 3D 显示技术与器件[M]. 北京: 科学出版社, 2011. 18-23.
- 2 J-Y Son, B Javidi, K-D Kwack. Methods for displaying three-dimensional images[C]. Proceeding of IEEE, 2006, 94(3): 502-523.
- 3 S J Watt, K J MacKenzie, L Ryan. Correcting focus cues in stereoscopic viewing: real-world performance from multiple-focal-planes displays[C]. IMID 2012 Digest, 2012. 132.
- 4 Jia Jia, Wang Yongtian, Liu Juan, *et al.*. Progress of dynamic 3D display of the computer-generated hologram[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(5): 050002.
贾甲,王涌天,刘娟,等. 计算全息三维实时显示的研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(5): 050002.
- 5 Wang Hao, Bi Yong, Li Fang, *et al.*. Enlargement technology of reconstructed image of computer generated hologram based on

spatial light modulator[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(3): 0309001.

王皓,毕勇,李芳,等. 基于空间光调制器的计算全息再现像放大技术[J]. 中国激光, 2013, 40(3): 0309001.

- 6 Shen Chuan, Zhang Cheng, Liu Kaifeng, *et al.*. Research on issues about reconstructed holographic image based on a pixelated spatial light modulator[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(3): 0309001.

沈川,张成,刘凯峰,等. 基于像素结构空间光调制器的全息再现像问题研究[J]. 光学学报, 2012, 32(3): 0309001.

- 7 Wang Yue, Shen Chuan, Zhang Cheng, *et al.*. Research on color holographic display with space division multiplexing based on liquid crystal on silicon[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(12): 1209001.

王岳,沈川,张成,等. 基于硅基液晶的空分复用彩色全息显示研究[J]. 中国激光, 2012, 39(12): 1209001.

- 8 Gerchberg R W, Saxton W O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures[J]. Optik, 1972, 35: 237.

- 9 Victor Namias. The fractional order Fourier transform and its application to quantum mechanics[J]. J Inst Maths Appl, 1980, 25(3): 241-265.

- 10 David Mendlovic, Haldun M Ozaktas, Adolf W Lohmann. Graded-index fibers, Wigner-distribution functions, and the fractional Fourier transform[J]. Appl Opt, 1994, 33(26): 6188-6193.

- 11 Haldun M Ozaktas, David Mendlovic. Fractional Fourier optics[J]. J Opt Soc Am A, 1995, 12(4): 743-751.

- 12 Adolf W Lohmann. Image rotation, Wigner rotation, and the fractional Fourier transform [J]. J Opt Soc Am A, 1993, 10(10): 2181-2186.

- 13 Chang Chenliang, Xia Jun, Lei Wei. Holographic image projection using fractional Fourier transformation [J]. Opt Commun, 2012, 285(1): 24-28.

- 14 Cheng Cheng, Liu Weiwei, Chen Yang, *et al.*. Preparation of color-PDLC electronic-controlled switchable windows[J]. Glass, 2009, 36(10): 7-9.

程成,刘伟伟,陈扬,等. 聚合物分散液晶彩色电控调光玻璃的试制[J]. 玻璃, 2009, 36(10): 7-9.

栏目编辑: 何卓铭