

基于相移量提取的两步相移数字全息术

邓丽军¹ 杨 勇^{1*} 石炳川¹ 马忠洪¹ 盖 琦² 翟宏琛¹

(¹南开大学现代光学研究所教育部光电信息技术科学重点实验室, 天津 300071)
²天津理工大学中环信息学院, 天津 300380)

摘要 提出了一种以再现参考光的峰值信噪比为判断条件的获取实际相移量的两步相移数字全息迭代方法。分析了再现参考光波的峰值信噪比与相移误差的关系。通过峰值信噪比的 1 阶、2 阶导数来判断迭代方向及峰值信噪比是否达到最大,从而优化迭代过程、降低相移误差,并采用光学实验验证了该方法的可行性。

关键词 全息; 峰值信噪比; 迭代算法; 两步相移数字全息术; 相移误差

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.0209014

Two-Step Phase-Shifting Digital Holography Based on Extraction of Phase Shift

Deng Lijun¹ Yang Yong¹ Shi Bingchuan¹ Ma Zhonghong¹ Ge Qi² Zhai Hongchen¹

(¹Key Laboratory of Opto-Electronic Information Science and Technology, Ministry of Education, Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin 300071, China)
²Zhonghuan Information College, Tianjin University of Technology, Tianjin 300380, China)

Abstract An iterative method to extract actual phase shift in two-step phase-shifting digital holography is proposed, in which peak signal-to-noise ratio (PSNR) of the reconstructed reference wave is taken as a judging condition. The relationship between PSNR of the reconstructed reference wave and phase shift error is investigated. According to the 1st and 2nd order derivative of PSNR, the iterative direction and whether PSNR undergoes a maximum can be determined. Optical experiment is performed to demonstrate its validity.

Key words holography; peak signal-to-noise ratio; iterative algorithm; two-step phase-shifting digital holography; phase shift error

OCIS codes 090.1995; 110.6880; 110.0180; 100.3010; 100.5088

1 引 言

相移数字全息术由于能够消除数字全息再现时零级和共轭像的干扰、提高 CCD 空间带宽积的利用率、改善再现质量、提高测量精度而被广泛地应用于数字全息术中^[1-3]。在相移测量过程中,由于相移器件的误差、探测器的非线性误差和外界环境扰动等因素的影响,往往使得实际相移量与理论相移量存在一定的误差。相移量的精确直接决定了最后的

测量精度。为了确定实际相移量,求解线性方程的最小二乘拟合法^[4-5]、迭代法^[6-8]、衍射统计分布法^[9-13]等计算方法被相继提出。

最小二乘拟合法及迭代法通常以再现物光波与实际记录的物光波的光强偏差作为相移准确与否的判断标准。但是,物光波本身光强分布的不均匀性将会影响该标准的正确性。此外,迭代步长的选择对算法收敛速度有明显影响,步长太小,在增大或减

收稿日期: 2013-11-07; 收到修改稿日期: 2013-12-16

基金项目: 国家自然科学基金(61227010)、中央高校基本科研业务费专项资金(NKU65012161)、天津市应用基础及前沿技术研究计划(11JCYBJC01400)

作者简介: 邓丽军(1985—),男,博士研究生,主要从事数字全息方面的研究。E-mail: jxldeng2008@163.com

导师简介: 翟宏琛(1944—),男,博士,教授,主要从事数字全息、飞秒级超快瞬态过程探测等方面的研究。

E-mail: zhai@nankai.edu.cn

* 通信联系人。E-mail: yangyong@nankai.edu.cn

小时需要增加迭代次数达到极值;步长太大,又容易错过最大值,还需要减小步长反向寻找。衍射统计分布法的理论依据是记录面上物光波的衍射场的相位分布具有统计分布特性。但受到各种因素(例如全息图大小及采样点个数有限等因素)的影响,该方法获取到的相移量会有一定误差。

针对上述问题,本文基于两步相移数字全息,提出了一种以再现参考光强的峰值信噪比作为判断条件,利用改进后的迭代算法提取实际相移量的方法。

2 理论分析

记录两幅实际相移量为 δ' 的相移数字全息图,其光强分布可以表示为

$$\begin{aligned} I_1 &= I_o + I_r + O^* R + OR^*, \\ I_2 &= I_o + I_r + O^* R \exp(i\delta') + OR^* \exp(-i\delta'), \end{aligned} \quad (1)$$

式中 I_1, I_2 为记录的两幅相移数字全息图的光强分布, I_o, I_r 为记录的物光波和参考光的光强分布, $*$ 为光波复振幅的共轭。

通过(1)式,获得的+1级再现像可表示为

$$OR^* = \frac{I_1 - I_o - I_r - \exp(-i\delta')(I_2 - I_o - I_r)}{1 - \exp(-2i\delta')} \quad (2)$$

结合(1)、(2)式,可以获得在实际相移量为 δ' 下,正确再现的物光波和参考光波的光强分布 $(I_o)_{re}, (I_r)_{re}$:

$$\begin{aligned} (I_o)_{re} &= (|O|^2)_{re} = \frac{1}{4} [(I_1 - OR^* - O^* R + 2 |OR^*|)^{1/2} + (I_1 - OR^* - O^* R - 2 |OR^*|)^{1/2}]^2, \\ (I_r)_{re} &= (|R|^2)_{re} = I_1 - (I_o)_{re} - OR^* - O^* R. \end{aligned} \quad (3)$$

从(3)式可以看出,如果采用实际相移量 δ' ,再现出的参考光的光强分布 $(I_r)_{re}$ 应和记录的参考光强 I_r 相同,即 $(I_r)_{re} = I_r$ 。假如记录的参考光的光强分布为均匀分布,那么再现的参考光的光强分布 $(I_r)_{re}$ 也应是均匀分布。在实际实验中,可以通过对光束进行空间滤波来实现。

当相移误差 $\Delta\delta$ 存在时,如果仍然使用理论相移量 $\delta = \delta' - \Delta\delta$,则按(2)式计算出的+1级再现像的复振幅 $(OR^*)_{error}$ 是含有误差的:

$$(OR^*)_{error} = \frac{I_1 - I_o - I_r - \exp(-i\delta)(I_2 - I_o - I_r)}{[1 - \exp(-2i\delta)]} = \left[1 + \frac{i\Delta\delta \exp(-2i\delta)}{1 - \exp(-2i\delta)} \right] OR^* - \frac{i\Delta\delta}{1 - \exp(-2i\delta)} O^* R. \quad (4)$$

利用 $(OR^*)_{error}$ 计算出含有误差的再现物光波和参考光波的光强分布 $[(I_o)_{re}]_{error}, [(I_r)_{re}]_{error}$:

$$\begin{aligned} [(I_o)_{re}]_{error} &= [(|O|^2)_{re}]_{error} = \frac{1}{4} \{ [I_1 - (OR^*)_{error} - (O^* R)_{error} + 2 |(OR^*)_{error}|]^{1/2} + \\ &\quad [I_1 - (OR^*)_{error} - (O^* R)_{error} - 2 |(OR^*)_{error}|]^{1/2} \}^2 \\ [(I_r)_{re}]_{error} &= [(|R|^2)_{re}]_{error} = I_1 - [(I_o)_{re}]_{error} - (OR^*)_{error} - (O^* R)_{error}. \end{aligned} \quad (5)$$

从(4)、(5)式可以看出,含有误差的再现参考光的光强分布 $[(I_r)_{re}]_{error}$ 将会出现亮暗不均,这是由于 $[(OR^*)_{re}]_{error}$ 包含了 ± 1 级像的复振幅分布,从而使得 $[(I_r)_{re}]_{error}$ 也包含了 ± 1 级像的复振幅分布。随着相移误差的增大, $[(I_r)_{re}]_{error}$ 越来越不均匀。

为定量判断 $[(I_r)_{re}]_{error}$ 的均匀性,引入峰值信噪比(PSNR, R_{PSN})作为判断条件:

$$\zeta(\delta) = R_{PSN} \{ [(I_r)_{re}]_{error}, I_r \}. \quad (6)$$

当理论相移量 δ 与实际相移量 δ' 相差越大时(相移误差 $\Delta\delta$ 越大), $[(I_r)_{re}]_{error}$ 与 I_r 相差也就越大,信噪比 $\zeta(\delta)$ 也就越小。反之,当相移误差 $\Delta\delta$ 逐渐减小时, $[(I_r)_{re}]_{error}$ 与 I_r 相差也就变小,信噪比 $\zeta(\delta)$ 也就变大。当相移误差 $\Delta\delta = 0$ 时, $[(I_r)_{re}]_{error} = I_r$, 此

时的信噪比 $\zeta(\delta)$ 达到最大值。

以信噪比 $\zeta(\delta)$ 作为判断标准,通过迭代的方法不断改变理论相移量 δ 的值来使得信噪比达到最大,从而获得实际相移量 δ' 。在迭代过程中,为避免错过实际相移量,确定正确的迭代方向,通过判断(6)式的1阶导数 $\zeta'(\delta)$ 的正负来决定迭代方向。在迭代过程中,当 $\zeta'(\delta)$ 为正值时,则增加相移量并且正向寻找极值,否则减少相移量并且反向寻找。此外,信噪比 $\zeta(\delta)$ 的二阶导数 $\zeta''(\delta) < 0$ 时,信噪比将达到最大值,此时获取的理论相移量即可认为是实际相移量。

综上所述,本文提出了基于相移量提取的两步相移数字全息术的具体实现步骤:

1) 利用衍射统计分布法^[9], 设定理论相移量 δ 的迭代初始值:

$$\delta = \arccos \left[1 - \frac{\langle (I_2 - I_1)^2 \rangle}{4I_r(\langle I_2 \rangle / 2 + \langle I_1 \rangle / 2 - I_r)} \right], \quad (7)$$

式中 $\langle \cdot \rangle$ 表示对函数取平均值。

2) 利用 δ 计算判断条件 $\zeta(\delta)$, 并计算 $\zeta(\delta)$ 对 δ 的一阶和二阶导数 $\zeta'(\delta)$, $\zeta''(\delta)$ 。

3) 设定迭代步长 δ_s 。在迭代过程中, 如果 $\zeta'(\delta) > 0$, 则 $\delta_k = \delta_{k-1} + \delta_s$, 否则 $\delta_k = \delta_{k-1} - \delta_s$, 重复这一过程直到 $\zeta''(\delta) < 0$, k 为迭代次数。此时, 获取的理论相移量即为实际相移量。

在获取实际相移量后, 利用(2)、(3)式就可以准确得到+1级再现像 OR^* 的复振幅分布。通过模拟产生数字参考光波 R_s , 并与 OR^* 相乘, 得到物光波的复振幅分布:

$$O = R_s(OR^*). \quad (8)$$

在像面数字全息中, (8)式表示的物光波即是原始物光波的复振幅分布, 无需再进行衍射传播计算^[14]。由(8)式得到相应的包裹相位:

$$\varphi = \arctan \left(\frac{\text{Im } O}{\text{Re } O} \right), \quad (9)$$

式中 Im 表示取复振幅的虚部, Re 表示取实部。

值得注意的是, 要得到被测样品的相位分布 Φ 还要对(9)式进行解包裹, 同时消除数字参考光波对再现物光波的影响。本文采用最小二乘相位解包裹算法及相位掩模法获取正确的被测样品的相位分布 Φ ^[14-15]。

在正确获取被测样品的相位分布后, 可按下式获得被测样品的面形分布^[16]:

$$H = \frac{\lambda \Phi}{2\pi(n_s - n_1)}, \quad (10)$$

式中 n_s 为被测样品的折射率, n_1 为被测样品周围介质的折射率, 通常为空气($n_1 = 1$)。

3 实 验

在图 1 的实验装置中, 发光二极管(LED)发出的光经过滤波、准直后被分束镜(BS)分成 2 束, 一束经过显微物镜(MO)后形成光强均匀分布的参考光波, 另一束照射到被测样品后通过 MO 将被测样品放大成像至光电耦合器件(CCD)感光面上, 作为物光波。参考光波与物光波在 CCD 的感光面干涉形成像面全息图。LED 作为低相干光源能够有效地减少数字全息测量系统的相干噪声, 不仅能够使得参考光的光强分布更加均匀而且能提高数字全息的成像和重建精度。在实验中, 被测样品为自制的台阶型物体(台阶高度约为 100 nm, 折射率为 1.51), 反射镜 M_2 搭载在 Newport 公司生产的型号为 CMA-25CCCL 的高精密线性电动平移台上; 电动平移台的移动精度为 0.1 μm , 其控制器为 Newport-ESP301; 实验中 LED 光源的归一化光谱经 Ocean Optics 公司的 USB4000 光纤光谱仪测得, 如图 1 插图所示, 其中心波长为 $\lambda = 0.61 \mu\text{m}$, 半峰全宽 $\Delta\lambda = 14 \text{ nm}$, 相干长度为 $\lambda^2/\Delta\lambda = 26.57 \mu\text{m}$; CCD 型号为 CMLN-13S2M, 其像素尺寸为 3.75 $\mu\text{m} \times 3.75 \mu\text{m}$, 总像素数为 1280 pixel (H) \times 960 pixel (V)。为获取理论相移量为 $\delta = \pi/2 = 1.5708 \text{ rad}$ 的相移全息图, 需要移动反射镜 M_2 的距离为 0.1525 μm 。但由于电动平移台的移动精度只有 0.1 μm , 因此获取到的相移数字全息图总是含有相移误差。获得的具有理论相移量为 1.5708 rad 的两幅相移数字全息图如图 2(a)、(b)所示。从相移数字全息图的干涉条纹分布可以看出, 因为被测样品是台阶形状, 所以干涉条纹在台阶上下表面的相邻处变化。

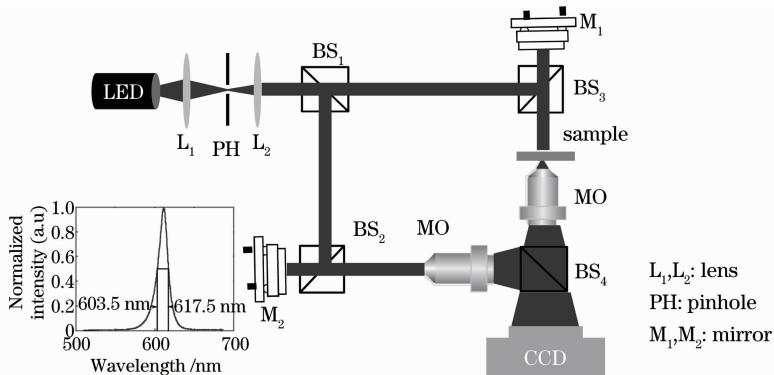


图 1 实验光路图, 插图为 LED 光源的归一化光谱分布

Fig. 1 Experimental setup. Inset is the normalized spectral distribution of LED source

此外,从数字全息图的频谱可以看出,如图 2 (c)、(d)所示,由于参考光和物光波的夹角不满足频谱分离条件,使得数字全息图的 ± 1 级和 0 级谱严重交叠,从而无法通过频谱滤波的方式再现物光波。

要再现物光波,必须获取实际相移量,并通过(2)式,才能准确获取 $+1$ 级再现像,从而得到被测样品的相位分布及面形。

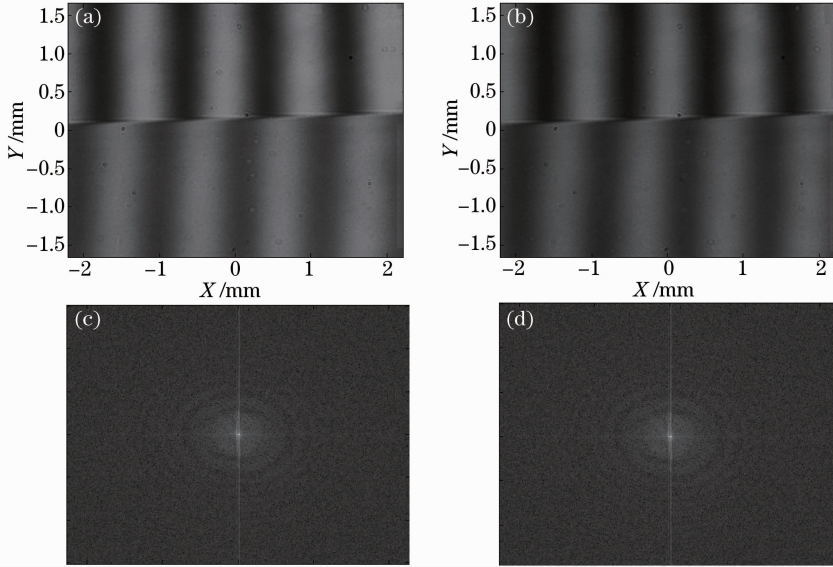


图 2 台阶型被测样品的(a),(b)相移数字全息图及(c),(d)频谱

Fig. 2 (a), (b) Phase-shifting holograms of step sample recorded by CCD with theoretical phase shift $\delta=1.5708$ rad and (c), (d) the spectra of (a) and (b)

利用(4)式,当理论相移量 $\delta=1.5708$ rad 时,再现出含有误差的参考光光强分布如图 3(a)所示。通过比较 CCD 记录的参考光的光强分布,如图 3(b)所示,可以看出,由于相移误差的存在,使得

再现出的参考光的光强分布包含了 ± 1 级像的复振幅分布,从而导致了再现参考光的光强分布出现不均匀。正是这样,以再现参考光的光强分布是否均匀来判断理论相移量是否为实际相移量。

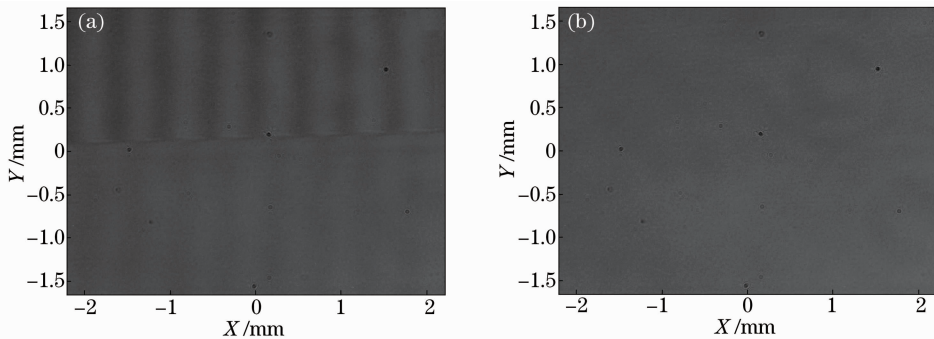


图 3 实验结果。(a) 利用理论相移量 $\delta=1.5708$ rad,再现出含有误差的参考光光强分布;
(b) CCD 记录的参考光的光强分布

Fig. 3 Experimental results. (a) Reference wave intensity reconstructed with theoretical phase shift $\delta=1.5708$ rad;
(b) intensity of reference wave recorded by CCD

按照本文所提方法,获取实际相移量 δ' 的过程如表 1 所示。利用(7)式求解迭代相移量的初始值 $\delta=1.5566$ rad,而后设定初始迭代步长 $\delta_s=0.001$ rad。通过 25 次迭代后 $\zeta''(\delta)<0$,此时的相移量 1.5591 rad,该相移量即为实际相移量 δ' 。

1.5591 rad,获取到的被测样品的包裹相位分布如图 4(a)所示,从图中看出,由于再现物光受到数字参考光波的影响,使得被测样品的包裹相位出现了相位畸变。为此,采用相位掩模法及最小二乘解包裹算法对包裹相位进行畸变矫正和相位展开,正确再现的被测样品的相位分布如图 4(b)所示。利用

结合(2)、(8)、(9)式,利用实际相移量 $\delta' =$

(10)式得到的被测样品的面形如图 4(c)、(d)所示。

通过分析图 4(c)虚线上的面形分布,如图 5(a)所示,可以获得台阶的高度 $h=94$ nm。为了验证本文所提方法能够有效地消除相移误差对再现精度的影响,还利用了 Veeco NT9100 轮廓仪对图 4(c)中虚线部分进行了对比检测。对比结果如图 5(b)所示,可见两种方法取得了很好的一致性,可以看出,本文所提方法能够很好地消除相移误差对再现像的影响,虽然采用了低相干光源 LED 作为光源,但是由于所提方法是采用迭代算法获取实际相移量,因此该方法同样适用于相干光源中。

表 1 实际相移量的获取过程

Table 1 Acquisition process of the actual phase shift

Parameter	Value /rad
Initial theoretical phase shift δ	1.556
Initial step size δ_s	0.001
1st iteration	1.5567
2nd iteration	1.5568
3rd iteration	1.5569
4th iteration	1.5570
\vdots	\vdots
24th iteration	1.5590
25th iteration	1.5591

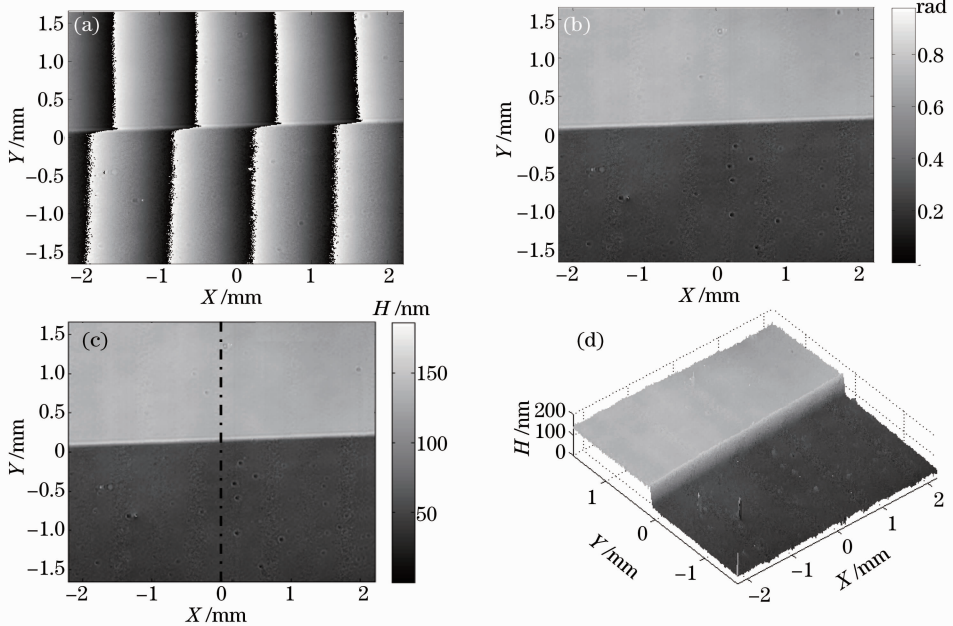


图 4 采用实际相移量的再现结果。(a), (b)被测样品的包裹相位分布及相位分布;(c), (d)被测样品的面形分布

Fig. 4 Reconstructed results based on actual phase shift. (a), (b) Wrapped phase and unwrapped phase distribution of the tested sample; (c), (d) surface profile of the tested sample

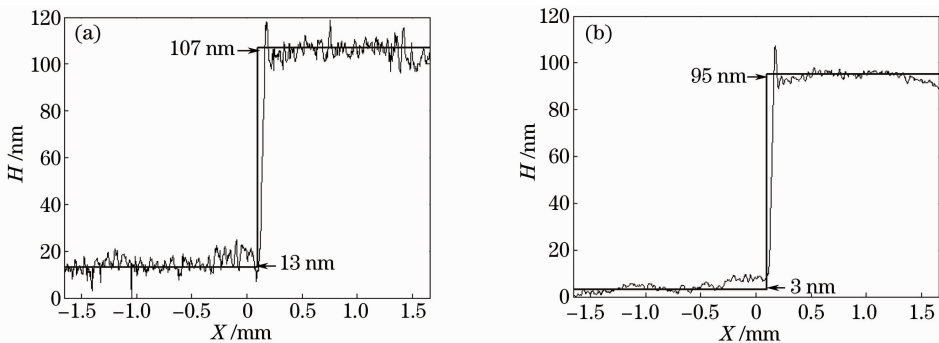


图 5 实验结果对比。利用(a)本文方法及(b)Veeco NT9100 轮廓仪获取到的图 4(c)中虚线上的面形分布

Fig. 5 Comparison of the experimental results. Surface profile along the dashed line in pane Fig. 4 (c) by (a) our method and (b) Veeco NT9100 profiler

4 结 论

在相移数字全息中,相移误差将直接决定再现像的再现精度。为了消除相移误差对再现精度的影响,提出了一种以再现参考光的峰值信噪比为判断条件的两步相移迭代方法。该方法能够通过迭代方法寻找出实际相移量,从而消除零级和共轭像,提高再现像的再现精度,实验结果证明了本文所提方法的有效法。

参 考 文 献

- 1 Liu Jungping, Poon Tingchung. Two-step-only quadrature phase-shifting digital holography[J]. *Opt Lett*, 2009, 34(3): 250–252.
- 2 Shaked Natan T, Zhu Yizheng, Rinehart Matthew T, *et al.*. Two-step only phase-shifting interferometry with optimized camera bandwidth for microscopy of live cell[J]. *Opt Express*, 2009, 17(18): 15585–15591.
- 3 Ding Hang, Hu Cuiying, Weng Jiawen, *et al.*. Phase-shifting digital holographic microscopy in reflection configuration[J]. *Chinese J Lasers*, 2011, 38(12): 1209001.
丁 航, 胡翠英, 翁嘉文, 等. 相移式反射数字全息显微成像术研究[J]. *中国激光*, 2011, 38(12): 1209001.
- 4 In Bok Kong, Seung Woo Kim. General algorithm of phase-shifting interferometry by iterative least-squares fitting[J]. *Opt Eng*, 1995, 34(1): 183–188.
- 5 Hoang Thang, Wang Zhaoyang, Vo Minh, *et al.*. Phase extraction from optical interferograms in presence of intensity nonlinearity and arbitrary phase shifts[J]. *Appl Phys Lett*, 2011, 99(3): 031104.
- 6 Qin Yi, Gong Qiong, Yang Xingqiang. A method for accurate phase shift in two-step phase-shifting digital holography[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2011, 40(8): 1281–1286.
秦 怡, 巩 琼, 杨兴强. 一种在二步相移数字全息中实现准确相移的方法[J]. *光子学报*, 2011, 40(8): 1281–1286.
- 7 Qin Yi, Gong Qiong. Extraction of real phase-shifting angle in two-step phase-shifting digital holography[J]. *Chinese J Lasers*, 2010, 37(7): 1807–1812.
秦 怡, 巩 琼. 二步相移数字全息中实际相移角的获取[J]. *中国激光*, 2010, 37(7): 1807–1812.
- 8 Zhang Li, Guo Chengshan, Rong Zhenyu, *et al.*. Phase-shifting

angle choice and phase-shifting error elimination in in-line phase-shifting digital holography[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, 33(3): 353–356.

- 张 莉, 国承山, 荣振宇, 等. 同轴相移数字全息中相移角的选择及相移误差的消除[J]. *光子学报*, 2004, 33(3): 353–356.
- 9 Xu X E, Cai L Z, Wang Y R, *et al.*. Simple direct extraction of unknown phase shift and wavefront reconstruction in generalized phase-shifting interferometry: algorithm and experiments[J]. *Opt Lett*, 2008, 33(8): 776–778.
- 10 Qin Yi, Gong Qiong, Ma Maofeng, *et al.*. Extraction of phase-shifting value based on random phase modulation in digital holography[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2012, 41(6): 732–736.
秦 怡, 巩 琼, 马毛粉, 等. 基于随机相位调制的数字全息相移量提取方法[J]. *光子学报*, 2012, 41(6): 732–736.
- 11 Vargas J, Antonio Quiroga J, Belenguer T. Phase-shifting interferometry based on principal component analysis[J]. *Opt Lett*, 2011, 36(8): 1326–1328.
- 12 Deng Jian, Wang Hankun, Zhang Desi, *et al.*. Phase shift extraction algorithm based on Euclidean matrix norm[J]. *Opt Lett*, 2013, 38(9): 1509–1561.
- 13 Wang Bo, Li Chongguang. Object wave reconstruction by using single in-line digital Fresnel hologram[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, 29(8): 2104–2108.
王 波, 李重光. 利用单幅同轴菲涅耳数字全息图重构物光波面[J]. *光学学报*, 2009, 29(8): 2104–2108.
- 14 Ma Lihong, Wang Hui, Jin Hongzhen, *et al.*. Experimental study on quantitative phase imaging by digital holographic microscopy[J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(3): 0309002.
马利红, 王 辉, 金洪震, 等. 数字全息显微定量相位成像的实验研究[J]. *中国激光*, 2012, 39(3): 0309002.
- 15 Wang Huaying, Liu Feifei, Song Xiufa, *et al.*. Phase aberration compensation in pre-magnification digital micro-holography with equal-curvature object beam and reference beam[J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(2): 0209001.
王华英, 刘飞飞, 宋修法, 等. 等曲率物光和参考光预放大数字全息显微术中的相位畸变补偿[J]. *中国激光*, 2013, 40(2): 0209001.
- 16 Wang Yunxin, Wang Dayong, Zhao Jie, *et al.*. 3D profile measurement for micro-optical component by using digital holographic microscopy[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(4): 0412003.
王云新, 王大勇, 赵 洁, 等. 基于数字全息显微成像的微光学元件三维面形检测[J]. *光学学报*, 2011, 31(4): 0412003.

栏目编辑:何卓铭