

同轴数字全息中的相位恢复算法

戎 路^{1,2} 王大勇^{1,2} 王云新^{1,2} 黄昊翀^{1,2}

(¹北京工业大学应用数理学院, 北京 100124; ²北京工业大学微纳信息光子技术研究所, 北京 100124)

摘要 同轴数字全息具有光路简单、光源相干性要求低、充分利用相机空间带宽积等优点,在各领域得到了广泛的应用,但其固有的离焦共轭像会严重降低再现像的质量。相位恢复算法能够借助记录面的光场强度,恢复出丢失的相位信息,去除共轭像的影响。对同轴全息的记录与再现、相位恢复算法的分类和基本步骤逐一进行了介绍,并按照约束条件、多物距、多波长、初始值优化这四个方面对各种相位恢复迭代算法进行了分析和讨论,列举了各种算法的约束条件和实验结果,最后对算法的发展进行了展望。

关键词 全息; 相位恢复; 图像再现技术; 显微术

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.0209006

Phase Retrieval Methods in in-Line Digital Holography

Rong Lu^{1,2} Wang Dayong^{1,2} Wang Yunxin^{1,2} Huang Haochong^{1,2}

¹ College of Applied Science of Beijing University of Technology, Beijing 100124, China

² Institute of Information Photonics Technology, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China

Abstract In-line digital holography is widely applied in many areas due to its simple optical path, low requirement of coherence and fully utilization of camera's bandwidth. The reconstruction quality of in-line digital holography, however, suffers from the superposition of twin-image contamination, which can be solved via phase retrieval algorithm. By iteratively applying certain constraints on an estimate of an object in real and reciprocal domain, the real image is well separated from the unwanted components. The recording and reconstruction process of in-line digital holography and fundamental phase retrieval methods including Gerchberg-Saxton (GS), error reduction (ER) and hybrid input-output (HIO) algorithms are introduced. Then, the phase retrieval algorithms for in-line digital holography is divided into four categories, i. e., constraints, multiple axially recording, wavelength divergency and initial guess. The constraints and experimental results of these phase retrieval algorithms are listed. Finally, a prospect is given for the possible improvement and potential applications of phase retrieval methods in in-line digital holography.

Key words holography; phase retrieval; image reconstruction techniques; microscopy

OCIS codes 090.1995; 100.5070; 100.3010; 110.0180

1 引 言

1948年, Gabor^[1]提出了全息术的概念,并因此获得了1971年诺贝尔物理学奖。最初的全息实验即采用同轴光路,相干光源照射物体得到的散射光与未散射的参考光在银盐干板上相干叠加形成干涉条纹,即为全息图,它包含了物光波前的幅值和相位信息。在再现过程中,光源以相同路径照射记录有全息图的银盐干板,在其前后两侧分别得到位于物

体原来位置的虚像和空间倒置的实像。20世纪60年代激光器的问世,以及Leith等^[2]提出的离轴全息概念,极大地促进了数字全息术的发展,实现了全息图记录、存储和再现全过程的数字化^[3-5]。与离轴数字全息相比,同轴数字全息具有光路结构简单、光源相干性要求低、后端光学元件少的特点;又由于其物参光同向,降低了干涉条纹密度,从而充分地利用了探测器有限的空间带宽积。因此,同轴数字全

收稿日期: 2013-10-16; 收到修改稿日期: 2013-12-03

基金项目: 国家自然科学基金(61077004, 61205010, 61307010)、北京市自然科学基金(1122004)、高等学校博士学科点专项科研基金(20121103120003)、北京市教育委员会科技计划(KM201310005031)、中国博士后科学基金(2013M540828)、北京市博士后科研活动(2013ZZ-17)、中央支持地方专项配套项目

作者简介: 戎 路(1984—),男,博士,助理研究员,主要从事数字全息、太赫兹成像和相干衍射成像等方面的研究。

E-mail: ronglu@bjut.edu.cn

息被广泛应用于不可见光波段^[6-8],生物显微成像^[9-12],振动、形貌、流速测量^[13-15]以及微粒观测^[16-20]等领域。

虽然同轴数字全息有着诸多的优势和广泛的应用,但其再现过程中零级衍射像和共轭像会同时以杂散光的形式出现在像面上,并与原始像重叠,严重削弱了再现像的质量。针对上述问题,许多研究者提出了包括多物距全息图相减、远场记录、多幅叠加、数字信号处理在内的几十种方法,但都只能抑制而非去除共轭像,不在此赘述,可详见 Hennelly 等^[21]的综述。随后提出的相移数字全息的概念虽然能够去除共轭像,但需要精密的相移装置和稳定的记录条件,很难做到实时观测^[22]。

另一方面,同轴数字全息的共轭像问题也是由于记录面的相位信息丢失所引起的。由于光波的频率较高,在实际测量中往往只能获取光场的强度或振幅信息,而相位信息在采集过程中却难以获取或者直接丢失。早在 20 世纪 70 年代, Gerchberg 等^[23]在傅里叶变换理论的基础上,提出了 Gerchberg-Saxton (GS) 算法,即物光波与衍射光场焦平面的复振幅存在傅里叶变换关系,通过迭代计算就可借助光场的强度信息,恢复丢失的相位信息的方法^[23]。将其应用到同轴数字全息中,能够去除共轭像的影响,实现完整波阵面(同时包含光波相位和振幅信息)的重建。本文对同轴全息的记录与再现、相位恢复算法的分类和基本运算步骤进行介绍,并从约束条件、多物距、多波长和初始值优化的角度对各种应用于同轴数字全息的迭代算法进行分析举例,最后对算法的发展进行了展望。

2 同轴全息的记录与再现

为了叙述清楚,首先简要介绍同轴数字全息的记录和再现过程。如图 1 所示,假定一束单位幅值的平行光 $\exp(jkz)$ 从物面(坐标系 $\xi-\eta, z=0$)传播到距离为 d 的记录面(坐标系 $x-y, z=d$),其中 z 表

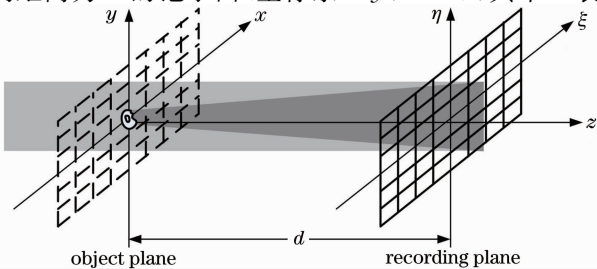


图 1 同轴数字全息记录过程示意图

Fig. 1 Schematic of recording process of in-line digital holography

示纵向距离, $k=2\pi/\lambda$ 表示传播介质中的波前。

当某一物体放置在物面的光束范围内,那么光束的复振幅可表示为

$$U_0(\xi, \eta) = 1 + b(\xi, \eta), \quad (1)$$

式中常数 1 表示物面光束中未散射的部分, $b(\xi, \eta)$ 为物体引起的散射光。记录面的复振幅可以表示为

$$U_d(x, y) = \exp(jkd) + \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{F}[b(x, y)]G_d(f_x, f_y)\}, \quad (2)$$

式中右边的第一项和第二项分别为记录面上参考光 R 和物光 O 的复振幅分布, \mathcal{F} 和 \mathcal{F}^{-1} 分别为傅里叶变换和逆傅里叶变换, $G_d(f_x, f_y)$ 为空间传递函数, 即

$$G_d(f_x, f_y) = \exp[jkd \sqrt{1 - (\lambda f_x)^2 - (\lambda f_y)^2}], \quad (3)$$

式中 $f_x = x/(N_x \Delta x)$ 和 $f_y = y/(N_y \Delta y)$ 分别表示横坐标和纵坐标上的物光频率, N_x 和 N_y 、 Δx 和 Δy 分别表示记录面上的探测器在这两个方向上的像素个数和像素尺寸。因此,探测器记录的全息图强度即为复振幅 $U_d(x, y)$ 的平方:

$$H(x, y) = |U_d(x, y)|^2 = |O + R|^2 = |O|^2 + |R|^2 + OR^* + O^*R. \quad (4)$$

式中 O^* 和 R^* 表示物光和参考光的共轭。

数字全息的再现过程是由计算机模拟光学全息中的光衍射过程,即用模拟再现参考光波与全息图相乘,得到的全息图平面的物光波前为

$$U'_0(\xi, \eta) = RH = R|O|^2 + R|R|^2 + (O|R|^2 + O^*R^2), \quad (5)$$

式中右边的第一项正比于弱的衍射光光强,可忽略不计,第二项为均匀衰减的平面波,剩下的 $O|R|^2$ 和 O^*R^2 正比于再现得到的原始物光波前及其共轭。它们的传播在全息图两侧距离为 d 的对称位置产生物体的虚像和实像,称之为共轭像。如图 2 所示,共轭像的存在会严重削弱再现成像质量,造成原始像暗淡导致细节难以分辨。

同轴数字全息还有采用球面光作为参考光的全息图记录方法,其记录与再现过程可参见 Latychevskaia 等^[24]的公式推导。与平行参考光记录方式相比,利用空间光滤波器所得到的球面光光束质量更加均匀,对样品起到一定的放大作用,因此分辨率更高,也适用于相关度较低的光源^[12]。但另一方面,对于太赫兹波等波长较长的光源,难以获得球面光照射;而多波长、多物距的方法也难以利用球面参考光的约束条件在全息图之间往复迭代,收敛速度受到限制。

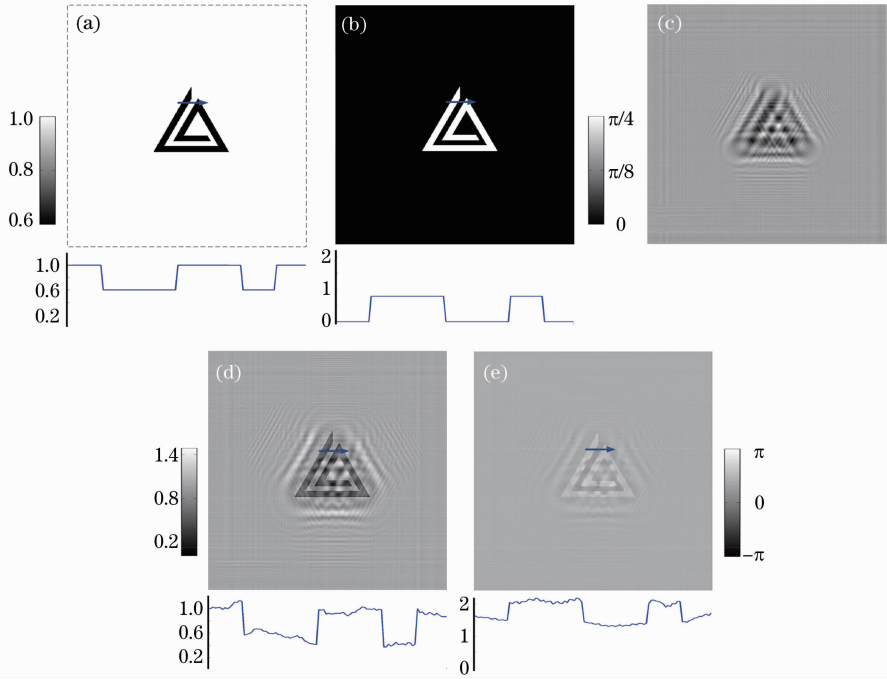


图2 同轴数字全息再现共轭像示意图。物面的幅值(a)和相位(b)分布;(c)模拟全息图;角谱算法直接再现获得的幅值(d)和相位(e)分布

Fig. 2 Conjugate images of the reconstructed images by in-line digital holography. (a) Amplitude and (b) phase of object plane; (c) simulation of the hologram; (d) amplitude and (e) phase obtained by angular spectral integral

3 相位恢复算法的分类

在GS算法的基础上, Fienup^[25-26]提出了误差减少(ER)算法和混合输入输出(HIO)算法等各种修正算法,对GS算法做了进一步改进。Yang等^[27-28]采用严格的数学推导,在20世纪90年代提出了杨-顾算法。另外,还有一种强度传输方程法(TIE)^[29],通过描述光波的强度传播把波的空间强度和相位联系起来,是一种非迭代的相位恢复算法。但迭代算法的再现精度更高,在同轴数字全息领域也得到了更多的运用与发展。

3.1 GS算法

GS算法是由输入和输出平面上的强度测量数据来恢复光场的相位分布。具体应用到同轴数字全息中,由于无法直接获得物面的强度信息,通常需要记录两幅或更多的全息图,通过不同物距记录面之间的往复迭代实现相位恢复。算法流程详细步骤如下:

1) 赋予第一个记录面坐标系 x_1-y_1 相位分布的初始估计值 $\varphi(x_1, y_1)$ [第二次迭代起该相位被步骤5) 计算得到的相位所取代], 与已知的光波振幅分布 $\sqrt{H_1(x_1, y_1)}$ 相乘, 得到输入平面(即第一个记录面)的光波函数 $U_1(x_1, y_1)$;

2) 利用角谱积分公式正向传播, 得到第二个记录面坐标系 x_2-y_2 上的复振幅分布 $U_2(x_2, y_2)$;

3) 保留 $U_2(x_2, y_2)$ 的相位部分, 并将其幅值替换为测量得到的振幅分布 $\sqrt{H_2(x_2, y_2)}$, 得到新的估计值 $U'_2(x_2, y_2)$;

4) 将 $U'_2(x_2, y_2)$ 回传到第一个记录面, 得到更新后的复振幅分布 $U'_1(x_1, y_1)$;

5) 取 $U'_1(x_1, y_1)$ 的相位部分代入步骤1)中, 替换 $\varphi(x_1, y_1)$ 。

重复步骤1)~5), GS算法过程中的理论约束是均方差之和(SSE, d_{SSE}), 当 d_{SSE} 小于预定的误差控制量 ϵ , 计算可被认作收敛而终止:

$$d_{SSE} = \frac{\sum \sum [|U'_1(x_1, y_1)| - \sqrt{H_1(x_1, y_1)}]^2}{\sum \sum H_1(x_1, y_1)}. \quad (6)$$

3.2 ER算法

ER算法通常只需要记录一幅全息图即可, 在物面和记录面之间的往复迭代过程中需要引入物面约束条件, 具体步骤如下:

1) 同GS算法的步骤1), 得到记录面坐标系 $x-y$ 的初始估计复振幅 $U_d(x, y)$;

2) 角谱积分公式回传得到物面坐标系 $\xi\eta$ 的复

振幅 $U_0(\xi, \eta)$;

3) 根据物体域(空域)约束条件,更新物面的复振幅分布为

$$U'_0(\xi, \eta) = \begin{cases} U_0(\xi, \eta), & (\xi, \eta) \notin \gamma \\ 1, & (\xi, \eta) \in \gamma \end{cases}, \quad (7)$$

式中 γ 表示在 $U_0(\xi, \eta)$ 与目标域(空间域)约束条件不符的点集。迭代过程中,空间域约束条件可以是正性约束或支持域约束条件;

4) 用角谱积分公式将 $U_0(\xi, \eta)$ 正向传播到记录面,频域约束条件是将迭代计算获得的记录面幅值替换为测量得到的全息图幅值,得到更新后的复振幅 $U'_d(x, y)$ 。

重复步骤 2)~4), 迭代的过程是在空频域之间来回变换,且在返回另一个域之前要先满足在此域的约束。

3.3 HIO 算法

HIO 算法与 ER 算法的差别在于步骤 3) 的空间域收敛条件中加入弛豫因子 β , β 可取在 0.5 到 1.0 之间的常数。在第一轮迭代和后几轮迭代的物面约束条件分别如下:

$$U_0^n(\xi, \eta) = \begin{cases} U_0^0(\xi, \eta), & (\xi, \eta) \notin \gamma \\ U_0^0(\xi, \eta) - \beta U_0^0(\xi, \eta), & (\xi, \eta) \in \gamma \end{cases}, \quad (8)$$

$$U_0^{n+1}(\xi, \eta) = \begin{cases} U_0^n(\xi, \eta), & (\xi, \eta) \notin \gamma \\ U_0^{n-1}(\xi, \eta) - \beta U_0^n(\xi, \eta), & (\xi, \eta) \in \gamma \end{cases}, \quad (9)$$

式中 $U_0^n(\xi, \eta)$ 的上指数 n 表示迭代的次数, $n \geq 2$ 。

与 GS 算法相比,ER 算法和 HIO 算法由于在物面和记录面都引入了收敛约束条件,提高了再现图像的质量和迭代效率。与 ER 算法相比,HIO 算法在物面中加入弛豫因子逐步改变幅值,不容易陷入迭代停滞状态,提高了抗噪性能。这三种迭代算法应用在同轴数字全息时对初始相位并非特别敏感,主要还是通过在物面和记录面上选取合适的约束条件来提高收敛速度。

4 迭代算法的优化

为了提高相位恢复算法的收敛速度,并满足不同波长和样品的需要,众多研究者提出了基于不同约束条件的迭代算法^[30-38],或通过多物距^[39-41]、多波长^[42-46]的方法记录多幅全息图,以及优化迭代初始值^[24, 47-48]等方法,对上述四类迭代算法逐一加以简要叙述和分析。

4.1 收敛条件

Liu 等^[30]将相位恢复算法运用在同轴数字全息的共轭像去除。该算法以包含弛豫因子的正性约束作为物面的约束条件,但只适用于纯幅值物体,无法得到纯相位或复数物体的相衬图像。随后,Liu^[31]又通过优化收敛条件提高了算法的抗噪性。Koren 等^[32-33]提出了新的收敛算法,由直接再现像的梯度因子得到物面的支持域范围,并采用焦面和离焦面之间来回迭代的方法消除共轭像,将相位恢复算法拓展到了复数物体,但只适用于高对比度的物体。Bleloch 等^[34]为去除电子全息图的共轭像,采用球面光作为参考光,利用参数已知的二次相位因子作为物面的约束条件。但这种方法假设物面的吸收系数不变,因此只适用于纯幅值物体。上述的迭代算法都直接采用全息图的幅值作为记录面的约束条件,Latychevskaia 等^[35]提出应在相同实验条件下获取移去样品的背景光强度,通过全息图除以背景图,得到归一化的全息图。由于对应的物面幅值不超过单位幅值,可将正性约束拓展到整个物面,从而摆脱支持域的束缚,使得这种基于球面参考光的迭代算法广泛适用于各种类型样品。并且,还能克服光源不均匀性、探测器非线性记录、光路中透镜和相机保护玻璃的缺陷等各种噪声对全息图质量的影响,大大提高了算法的抗噪性。

为了进一步提高算法的收敛速度,在此基础上本课题组提出了一种混合相位复原算法,除了用归一化的全息图幅值作为记录面的约束条件^[36],还将相位反转法与正性约束一起作为物面约束条件^[37]。假设在迭代过程中,从记录面传播到物面得到的复振幅分布为

$$U_0(\xi, \eta) = a(\xi, \eta) \exp[j\varphi(\xi, \eta)], \quad (10)$$

式中 $a(\xi, \eta)$ 和 $\varphi(\xi, \eta)$ 分别为物面的幅值和相位分布。用物面约束条件更新其复振幅分布

$$U'_0(\xi, \eta) = \begin{cases} a(\xi, \eta) \exp[-j\varphi(\xi, \eta)], & a(\xi, \eta) \leq 1 \\ \exp[-j\varphi(\xi, \eta)], & a(\xi, \eta) > 1 \end{cases}. \quad (11)$$

即全息图归一化后的物面如果有大于单位幅值的存在,可认为是共轭像与参考光干涉的结果,就用单位幅值来替代这些像素的幅值,同时对物面进行相位反转,形成新的物面复振幅分布。通过仿真和实验对比,该方法对于形状简单物体,具有更高的迭代效率和再现精度;对于形状复杂物体,可以找到物体的支持域。

随后,针对相位变化不大的物体 $[\varphi(\xi, \eta) \leq \pi/2]$,

进一步优化了物面约束条件^[36]。先通过 Sober 因子计算出物面的支持域范围,再如(7)式所示的物面约束条件,用单位幅值来替代支持域外的复振幅,最后用(8)式和(9)式弛豫因子约束条件分别更新支持域内复振幅的实部和虚部,形成新的复振幅分布,传播到记录面往复迭代。

采用刻蚀深度为 150 nm、周期为 300 μm 的相位光栅作为纯相位物体,对该算法进行验证。实验

中平行光中心波长为 705 nm,探测器像素尺寸为 6.7 $\mu\text{m} \times 6.7 \mu\text{m}$,像素个数为 1024 pixel \times 1024 pixel,记录距离为 177 mm。如图 3 所示,通过相位恢复迭代算法可以去除共轭像的影响,与角谱法成像结果相比,具有更高的再现精度。同时本方法通过仿真和实验证明,与 Liu^[31]和 Latychevskaia 等^[35]提出的算法相比,本算法的收敛速度更快,抗噪性也更好。

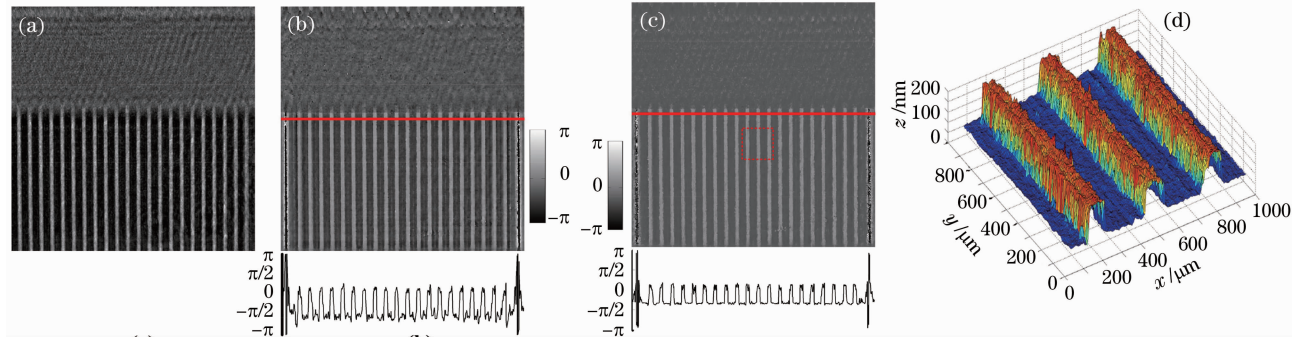


图 3 刻蚀深度 300 nm 相位光栅的全息图和再现结果。(a)全息图;(b)角谱再现得到的相位分布;(c)文献[37]中算法 100 次迭代后得到的相位分布;(d)图(c)红框中所对应相位图的三维显示

Fig. 3 Holograms and reconstruction results of phase grating with 300 nm etching depth. (a) Hologram; (b) phase distribution by angular spectral integral; (c) phase distribution after 100 iterations using algorithm in Ref. [37]; (d) three dimensional displaying of phase in the red box of Fig. (c)

综上所述,约束条件的优化有三大特点:1)对于包括可见光波段在内的高信噪比全息图,可采用归一化全息图的幅值作为记录面的约束条件,可以更好地提高算法的收敛速度和抗噪性,与之相对应地,正性约束适用于绝大部分待测物体,并且比其他物面约束条件的收敛速度更快;2)对于采样像素较少的同轴全息图,迭代算法本身可以通过记录面的部分幅值,恢复出记录面的相位和缺失像素幅值信息,也可以同压缩全息相结合,更新物面和记录面的约束条件;3)物面引入相位约束条件可以加快收敛速度,Bleloch 等^[34]证明了在球面参考光情况下,物面加入相位因子约束条件后,收敛速度比只采用正性约束的算法更快,通过仿真和实验证明该推论同样适用于平行参考光的情况^[38]。

4.2 多物距

很早就有学者提出了利用多幅不同物距的全息图来抑制共轭像影响的方法,但是这些信号处理或相位恢复方法都有着不同的问题。比如 Maleki 等^[48]提出的方法通过两个记录面之间的卷积传播,获得接近物面复振幅分布的近似值,但是这种方法需要额外的参考光,而且需要解决卷积法引入的奇异性问题。Zhang 等^[49]所提出方法的初始条件基于物光强度必须远弱于参考光的假设,而且再现精

度易受光源、记录介质均匀性的影响。随后,他们去除了额外的参考光,基于同一物光强度假设,获得了类似的再现结果^[50]。为了去除这一假设条件,Situ 等^[51]在参考光路中引入相位延迟,但无法保障测量的实时性;Das 等^[52]用全息图减去记录面强度均值的方法去除直流分量,但只适用于尺寸较小物体,而且相位再现精度较差。之后,Zhang 等^[40]又基于相位恢复的 GS 算法,提出以两幅或以上全息图的幅值作为约束条件,在各记录面之间往复迭代去除共轭像。这种方法因为没有物面约束条件,收敛速度较慢,易受初始相位值影响,需要记录大量不同物距的全息图才能获得较好的共轭像去除效果,因此不适用于实时观测。

本课题组提出一种基于两幅不同物距同轴数字全息图的相位恢复算法^[39],以两幅归一化全息图的幅值作为记录面约束条件,物面的约束条件与之前提出的约束条件^[35-36]有所不同:

$$U'_o(\xi, \eta) = \begin{cases} a(\xi, \eta) \exp[j\varphi(\xi, \eta)], & a(\xi, \eta) \leq 1 \\ 1, & a(\xi, \eta) > 1 \end{cases} \quad (12)$$

从(11)式可知,物面幅值超过 1 的区域是由离焦共轭像引起的,这些区域有两种可能:一种属于样品区域,即幅值不超过 1,相位在物面基准相位上浮动;

另一种更大的可能性是不属于样品区域,即在平行光照射下幅值为 1,相位等于物面基准相位,即为 0。所以可利用(12)式的相位分布约束加快收敛速度。

采用 USAF 分辨率板作为纯幅值物体,对该算法进行验证。实验中平行光中心波长为 660 nm,采

用相同的探测器。如图 4 所示,本算法与 Zhang 等^[40]和 Latychevskaia 等^[35]所提出的算法相比,本算法的收敛速度更快,再现精度更高。由于镀铬部分不透光,所以对对应位置的相位呈随机分布状态。

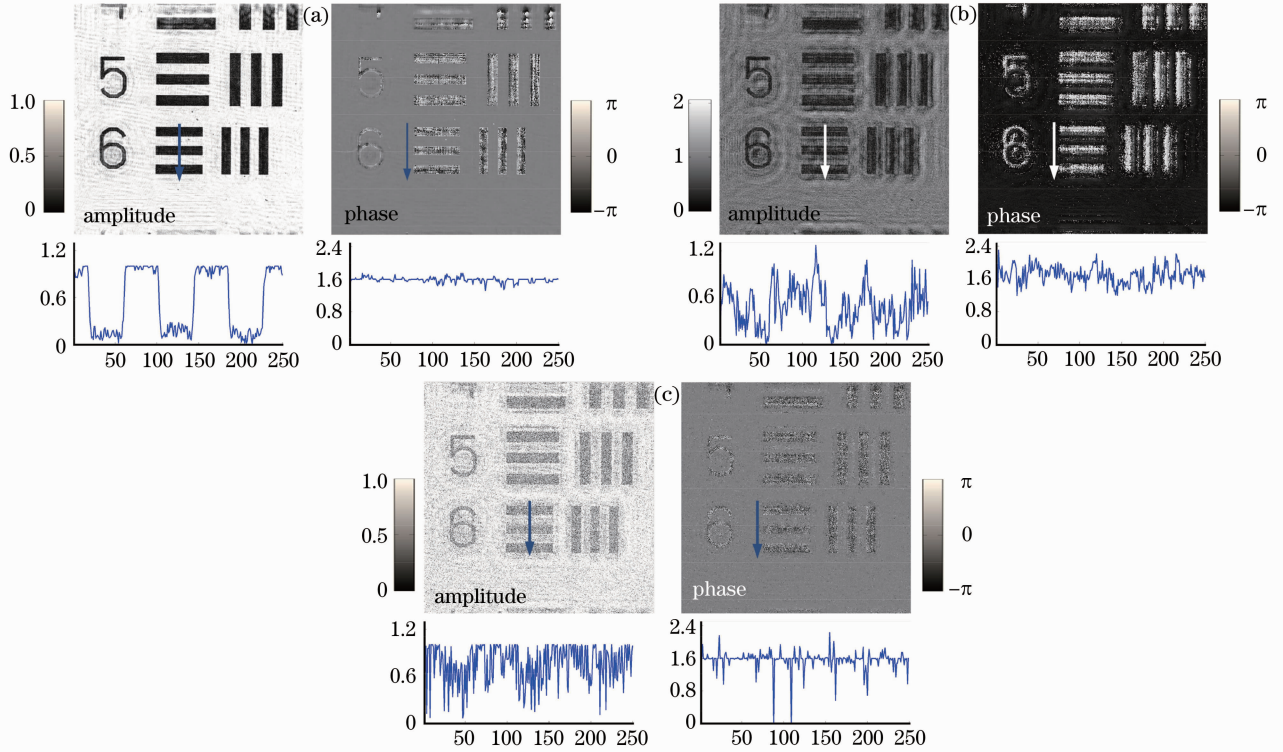


图 4 USAF 分辨率板再现结果。(a)文献[39]中算法 100 次迭代后再再现结果;(b)文献[35]中算法 200 次迭代后再再现结果;(c)文献[40]中算法 200 次迭代后再再现结果

Fig. 4 Reconstruction results using USAF resolution test target. The reconstruction results (a) after 100 iterations using algorithm in Ref. [39], (b) after 200 iterations using algorithm in Ref. [35] and (c) after 200 iterations using algorithm in Ref. [40]

同时,由于本方法利用角谱算法在物面和两个记录面之间往复迭代^[39],所以其收敛速度和再现精度均优于比单幅全息图和物面之间迭代的算法^[35],或者多个记录面之间迭代而没有物面约束条件的算法^[40],而且能做到实时测量。随后,又通过仿真和实验数据定量分析了纵向采样间距对算法收敛速度的影响^[41]。

综上所述,多物距算法主要有三大特点:1)多物距算法可以提高迭代收敛速度,当无法获得“干净”的背景图时,单幅全息图难以使用正性约束条件,而多物距方法可以利用记录面之间的往复迭代取得较好的再现精度。如果结合物面约束条件,多物距算法的收敛速度也能进一步提高;2)多物距算法可以实现快速自聚焦,同轴数字全息与离轴数字全息相同,都需要获得样品的准确记录距离,受共轭像和直流像干扰,基于卷积法或角谱法等直接再现的自聚

焦方法会出现伪峰点或伪谷点,容易误判真实记录距离,如果记录两幅不同物距的全息图,只要全息图的纵向记录间距足够小,采用 Guo 等^[53]提出的拉普拉斯二阶微分法可以快速、准确地获得记录距离;3)双物距全息图的获取,在可见光波段,可以用分光棱镜和两台相机同时记录,在 X 射线等领域,由于探测器位置固定,可以通过样品的前后位移来获取。

4.3 多波长

数字全息的相位再现像包含了物体的三维形貌信息,相位解包裹技术对物体的相位不连续性和噪声水平存在着严格的限制,并且无法解算阶梯状物体,较长的计算时间使其难以满足实时观测的需要。20 世纪 60 年代,多波长技术被引入到传统全息术^[54]中,通过选择两个合适的波长使合成波长大于物体的轴向尺寸,从而避免了相位解包裹。2003 年,Parshall 等^[55]将双波长技术引入到数字全息术

中,通过合适的波长配比来避免相位被包裹。Bao 等^[42-43]用将多波长技术引入到同轴数字全息中。与多物距方法类似,他们的方法没有引入任何物面约束条件,被迫需要大量不同波长全息图的幅值作为约束条件,在硬件上必须采用可调谐激光器作为光源,并且无论是收敛速度还是再现精度都不理想。Petrov 等^[44-45]通过模拟仿真证明在太赫兹波段,基于多物距的相位恢复算法同样适用于多波长方法。

研究发现,物面约束条件的引入同样能够减少多波长算法的迭代次数,如果结合双物距算法^[39],只需两种波长即可^[46]。首先,对每一幅不同波长的全息图进行迭代计算,利用归一化全息图的幅值作为记录面的初始估计值和约束条件,以(12)式作为物面的约束条件。在初次循环迭代以后,合并得到的物面相位为

$$\varphi_{\lambda_A}(\xi, \eta) = \begin{cases} \varphi_{\lambda_1}(\xi, \eta) - \varphi_{\lambda_2}(\xi, \eta), \\ \varphi_{\lambda_1}(\xi, \eta) > \varphi_{\lambda_2}(\xi, \eta) \\ \varphi_{\lambda_1}(\xi, \eta) - \varphi_{\lambda_2}(\xi, \eta) + 2\pi, \\ \varphi_{\lambda_1}(\xi, \eta) \leq \varphi_{\lambda_2}(\xi, \eta) \end{cases}, \quad (13)$$

式中 λ_1 和 λ_2 分别为全息图的波长, $\varphi_{\lambda_1}(\xi, \eta)$ 和

$\varphi_{\lambda_2}(\xi, \eta)$ 分别为迭代后得到的物面相位分布, $\varphi_{\lambda_A}(\xi, \eta)$ 为合成波长 λ_A 的物面相位分布:

$$\lambda_A = \lambda_1 \lambda_2 / (\lambda_2 - \lambda_1). \quad (14)$$

所得的合成波长对应的相位图换算成不同波长的对应相位,乘以物面的幅值,得到物面复振幅分布,并开始新一轮的迭代。

采用刻蚀深度为 $1 \mu\text{m}$ 、周期为 $300 \mu\text{m}$ 的相位光栅作为纯相位物体,对该算法进行验证。实验采用可调谐激光器作为光源,在 643 nm 和 658 nm 波长条件下记录全息图,探测器参数不变,记录物距分别为 99 mm 和 100 mm 。此时对应的合成波长为 $28.2 \mu\text{m}$,远大于光栅的刻蚀深度。如图 5 所示,通过多波长相位恢复算法能够去除共轭像的影响,实现了台阶形物体的相位再现。

综上所述,多波长相位恢复算法通过合成波长实现台阶型物体的相位解算,当算法中引入物面约束条件和双物距算法,不仅收敛速度能够得到数量级的提高,而且只需双波长即可,克服了对可调谐激光器的依赖,大大降低了全息图记录硬件的要求。

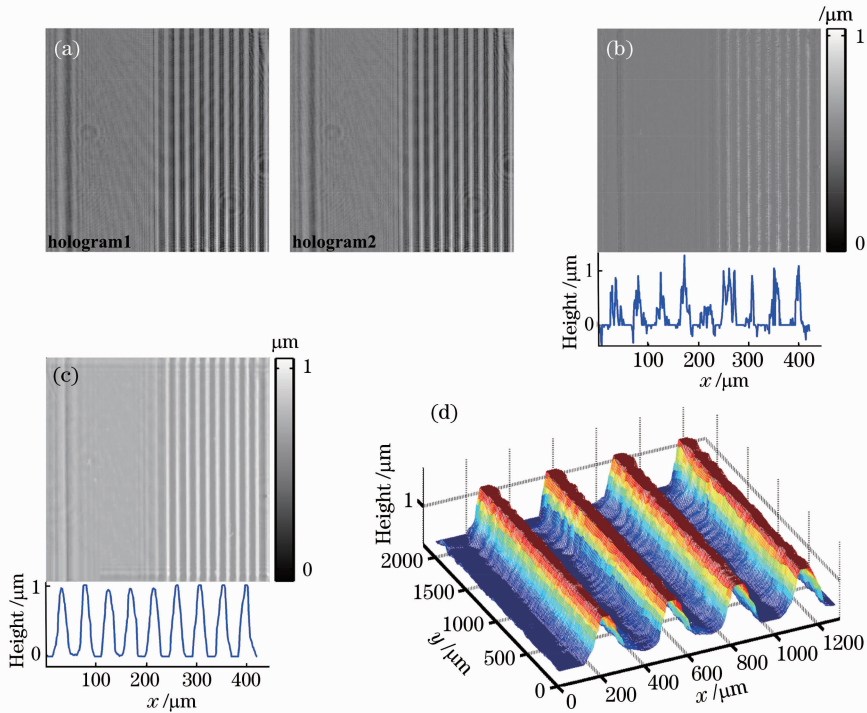


图 5 刻蚀深度 $1 \mu\text{m}$ 相位光栅的全息图和再现结果。(a)物距 99 mm 处,中心波长为 643 nm 和 658 nm 分别对应的全息图;(b)文献^[43]中算法和(c)文献^[46]中算法经过 100 次迭代后得到的样品高度信息和(d)所对应部分区域的三维显示
Fig. 5 Holograms and reconstruction results of phase grating with $1 \mu\text{m}$ etching depth. (a) Holograms of 643 nm and 658 nm with object distance of 99 mm ; height distributions of sample obtained after 100 iterations using algorithm in (b) Ref. ^[43] and (c) Ref. ^[46], respectively; (d) three dimensional displaying of Fig. (c)

4.4 初始值

上述的相位恢复算法大都采用卷积法和角谱法等直接再现结果作为物面的初始复振幅估计值,或者全息图幅值乘以随机相位作为记录面的初始复振幅估计值。如前所述,约束条件对迭代算法收敛速度的影响比初始值优化的权重更高。但是,对于没有物面约束条件的多物距再现算法或者超大尺寸的同轴全息图^[12],初始值的优化就显得很有必要,而

这一领域的研究相对较少。Maleki 等^[48]指出,可以用双物距算法的再现结果作为迭代算法的初始估计值,但该解算公式的分母可能会出现周期性零值,需要其他算法配合解决奇异性问题。此外,这种算法只适用于马赫-曾德尔光路,并不能直接用于同轴全息光路。

给出了一种基于同轴全息光路的双物距初始值优化算法^[47]:

$$U_0(x_0, y_0) = 1 - \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{\tilde{D}_1(f_x, f_y) - \tilde{D}_2(f_x, f_y) G_d(f_x, f_y)}{T(f_x, f_y, z_1, z_2)} \right], \quad (15)$$

式中

$$T(f_x, f_y, z_1, z_2) = \exp(-2jkz_2)G_{z_2+d}(f_x, f_y) - \exp(-2jkz_1)G_{z_1}(f_x, f_y), \quad (16)$$

式中 z_1, z_2 和 d 分别为物面到两个记录面的距离和记录面的间距, $\tilde{D}_1(f_x, f_y)$ 和 $\tilde{D}_2(f_x, f_y)$ 分别表示 $D_1(x, y)$ 和 $D_2(x, y)$ 的傅里叶变换

$$D_i(x, y) = \exp(-jkz_i)[H_i(x, y) - I_{\text{avg}}(x, y, z_i)], \quad i = 1, 2, \quad (17)$$

式中 $H_i(x, y)$ 和 $I_{\text{avg}}(x, y, z_i)$ 分别表示不同物距上归一化全息图的强度和对应的强度均值。由于在记录面之间的衍射传播过程中采用角谱传递,保证了分母 $T(f_x, f_y, z_1, z_2)$ 不等于 0, 解决了 Maleki 算法中的奇异性问题^[48], 并可以作为迭代算法的初始值加快双物距算法的再现速度^[39]。

本算法得到的复振幅分布能够很大程度上抑制共轭像的影响,同时作为双物距算法的初始估计值,能够大幅度减少迭代次数。

此外, Latychevskaia 等^[24]同样基于物光强度必须远弱于参考光的假设,给出了球面光条件下归一化全息图的优化初始值。

综上所述,初始值优化算法借助双物距或者球面光的条件,只能抑制而非去除共轭像的影响,但与采用记录面幅值或者角谱法等直接再现的结果相

采用洋葱根尖切片教学样片作为样品,对该算法进行验证。实验中平行光中心波长为 660 nm, 探测器参数不变。如图 6 所示,与角谱直接再现相比,

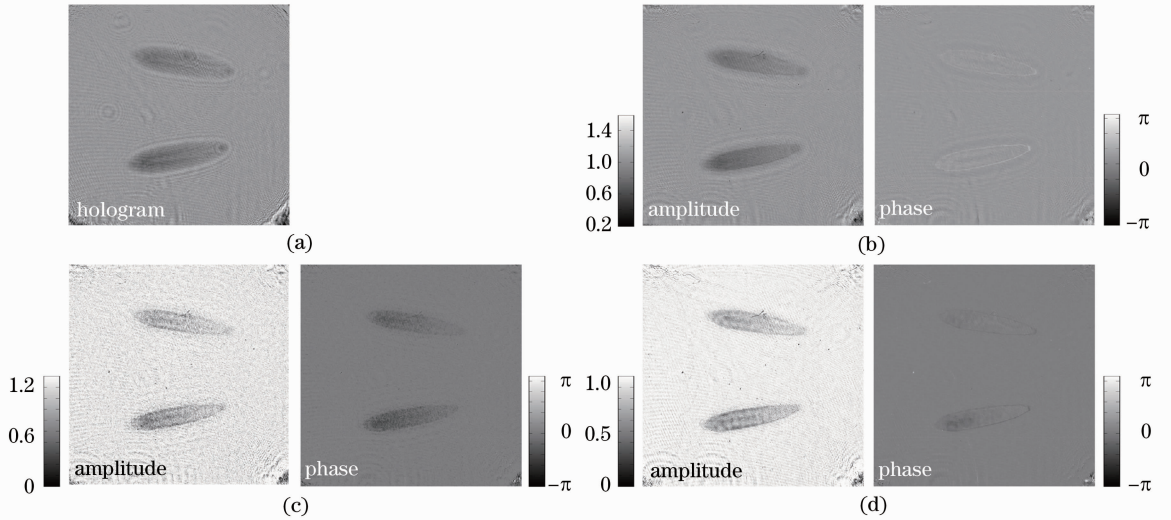


图 6 洋葱根尖切片的全息图和再现结果。(a)全息图;(b)角谱再现得到的复振幅分布;(c)文献[47]中方法的再现结果;(d)并作为文献[39]中方法的初始值,经过 30 次迭代后的复振幅分布

Fig. 6 Holograms and reconstruction results of the onion root tip slice. (a) Hologram; (b) complex amplitude by angular spectrum integral; (c) reconstruction result using the way in Ref. [47]; (d) complex amplitude after 30 iterations using the algorithm in Ref. [39]

比,初始值优化算法得到的结果更接近记录面或物面的真实分布,作为迭代计算的初始值能够大大减少迭代次数,提高计算效率。

5 结 论

相位恢复算法借助记录光场的强度信息,复原出丢失的相位信息,实现完整波阵面的重建,已被证明可以有效地去除同轴数字全息的共轭像,各种改进算法的提出使得相位恢复算法广泛应用于不同波段的光源和不同领域之中,区别在于收敛速度和对样品条件的限制。收敛速度除了受约束条件和初始值的影响,又与仿真和实验参数密切相关,比如多波长方法的波长间隔、多物距方法的采样间距、初始值优化方法的物参光光强比、全息图的信噪比都会对算法的收敛速度和稳健性产生影响。

另一方面,已有的迭代算法并非尽善尽美。例如,当全息图的信噪比很低时,如何选取高信噪比的幅值作为记录面的约束条件,或者发展出类似压缩全息^[56-58]的方法改进物面的约束条件;能否衍生出类似采用空间光调制器^[59]等其他手段获取包含不同信息的全息图;对于利用亚像素微位移等超分辨率方法获得的超大尺寸同轴全息图^[14],能否采用全息图分割或者重点区域提取^[60]等方式降低计算负荷,提高同轴全息的再现速度;相位恢复算法能否适用于部分相干数字全息和非相干数字全息。上述这些问题都值得探索并深入地研究。

由于篇幅的限制没有穷举所有的同轴数字全息相位恢复算法和每种算法的详细步骤,这就需要读者自己通过所列举的文献进行比对分析。希望能通过此文,加深读者对同轴数字全息和相位恢复算法的认识,加强在实践中的应用。

参 考 文 献

- 1 D Gabor. A new microscopic principle[J]. *Nature*, 1948, 161(4098): 777-778.
- 2 E Leith, J Upatnieks. Wavefront reconstruction with diffused illumination and three-dimensional objects[J]. *J Opt Soc Am*, 1964, 54(11): 1295-1301.
- 3 J Goodman, R Lawrence. Digital image formation from electronically detected holograms[J]. *Appl Phys Lett*, 1967, 11(3): 77-79.
- 4 J Cooley, J Tukey. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series[J]. *Math Comput*, 1965, 19(90): 297-301.
- 5 U Schnars, W Jüptner. Direct recording of holograms by a CCD target and numerical reconstruction[J]. *Appl Opt*, 1994, 33(2): 179-181.
- 6 M Tezge, J Faigel. X-ray holography with atomic resolution[J]. *Nature*, 1996, 380(6569): 49-51.
- 7 P Korecki, G Materlik, J Korecki. Complex Gamma-ray hologram: solution to twin images problems in atomic resolution imaging[J]. *Phys Rev Lett*, 2001, 86(8): 1534-1537.
- 8 K Xue, Q Li, Y Li, *et al.*. Continuous-wave terahertz in-line digital holography[J]. *Opt Lett*, 2012, 37(15): 3228-3230.
- 9 H W Fink, H Schmid, E Ermantraut, *et al.*. Electron holography of individual DNA molecules[J]. *J Opt Soc Am A*, 1997, 14(9): 2168-2172.
- 10 J Garcia-Sucerquia, W Xu, S K Jericho, *et al.*. Digital in-line holographic microscopy[J]. *Appl Opt*, 2006, 45(5): 836-850.
- 11 W Xu, M H Jericho, I A Meinertzhagen, *et al.*. Digital in-line holography for biological applications[J]. *Proceeding of the National Academy of Science*, 2001, 98(20): 11301-11305.
- 12 A Greenbaum, A Ozcan. Maskless imaging of dense samples using pixel super-resolution based multi-height lensfree on-chip microscopy[J]. *Opt Express*, 2012, 20(3): 3129-3143.
- 13 G Pedrini, P Fröning, H Fessler, *et al.*. In-line digital holographic interferometry[J]. *Appl Opt*, 1998, 37(26): 6262-6269.
- 14 D Lebrun, D Allano, L Méès, *et al.*. Size measurement of bubbles in a cavitation tunnel by digital in-line holography[J]. *Appl Opt*, 2011, 50(34): H1-H9.
- 15 D Allano, M Malek, F Walle, *et al.*. Three-dimensional velocity near-wall measurements by digital in-line holography: calibration and results[J]. *Appl Opt*, 2013, 52(1): A9-A17.
- 16 G Pan, H Meng. Digital holography of particle fields: reconstruction by use of complex amplitude[J]. *Appl Opt*, 2003, 42(5): 827-833.
- 17 Li Guangyong, Yang Yan. Digital holography particle image velocimetry applied for measurement of the rotating flow fields[J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(6): 0609001.
李光勇,杨岩. 数字全息粒子图像测速技术应用用于旋转流场测量的研究[J]. *中国激光*, 2012, 39(6): 0609001.
- 18 N Verrier, C Remacha, M Brunel, *et al.*. Micropipe flow visualization using digital in-line holographic microscopy[J]. *Opt Express*, 2010, 18(8): 7807-7819.
- 19 W Xu, M Jericho, I Meinertzhagen, *et al.*. Digital in-line holography of microspheres[J]. *Appl Opt*, 2002, 41(25): 5367-5375.
- 20 H Sun, H Dong, M A Player, *et al.*. In-line digital video holography for the study of erosion processes in sediments[J]. *Meas Sci & Technol*, 2002, 13(10): 7-12.
- 21 B Hennelly, D Kelly, N Pandey, *et al.*. Review of twin reduction and twin removal techniques in holography[C]. *Proceeding of the China-Ireland Information and Communications Technologies Conference*, 2009. 241-245.
- 22 I Yamaguchi, T Zhang. Phase-shifting digital holography[J]. *Opt Lett*, 1997, 22(16): 1268-1270.
- 23 R Gerchberg, O Saxton. A practical algorithm for the determination of the phase from image and diffraction plane pictures[J]. *Optik*, 1972, 35(2): 237-246.
- 24 T Latychevskaia, H Fink. Simultaneous reconstruction of phase and amplitude contrast from a single holographic record[J]. *Opt Express*, 2009, 17(13): 10697-10705.
- 25 J Fienup. Reconstruction of an object from the modulus of its Fourier transform[J]. *Opt Lett*, 1978, 3(1): 27-29.
- 26 J Fienup. Phase retrieval algorithms: a comparison[J]. *Appl Opt*, 1982, 21(15): 2758-2769.
- 27 G Yang, B Gu, B Dong. Theory of the amplitude-phase retrieval in any linear-transform system and its applications[C]. *SPIE*, 1992, 1767: 457-458.
- 28 G Yang, B Dong, B Gu, *et al.*. Gerchberg-Saxton and Yang-Gu algorithms for phase retrieval in a nonunitary transform system: a comparison[J]. *Appl Opt*, 1994, 33(2): 209-218.
- 29 M Teague. Deterministic phase retrieval: a Green's function solution[J]. *J Opt Soc Am*, 1983, 73(11): 1434-1441.

- 30 G Liu, P D Scott. Phase retrieval and twin-image elimination for in-line Fresnel holograms[J]. *J Opt Soc Am A*, 1987, 4(1): 159—165.
- 31 G Liu. Object reconstruction from noisy holograms; multiplicative noise model[J]. *Opt Commun*, 1990, 79(6): 402—406.
- 32 G Koren, D Joyeux, F Polack. Twin-image elimination in in-line holography of finite-support complex objects [J]. *Opt Lett*, 1991, 16(24): 1979—1981.
- 33 G Koren, F Polack, D Joyeux. Iterative algorithms for twin-image elimination in in-line holography using finite-support constraints[J]. *J Opt Soc Am A*, 1993, 10(3): 423—433.
- 34 A Bleloch, A Howie, E James. Amplitude recovery in Fresnel projection microscopy[J]. *Appl Surf Sci*, 1997, 111: 180—184.
- 35 T Latychevskaia, H Fink. Solution to the twin image problem in holography[J]. *Phys Rev Lett*, 2007, 98(23): 233901.
- 36 J Zhao, D Wang, F Zhang, *et al.*. Hybrid phase retrieval approach for reconstruction of in-line digital holograms without twin image[J]. *Opt Eng*, 2011, 50(9): 091310.
- 37 L Rong, Y Li, S Liu, *et al.*. Iterative solution to twin image problem in in-line digital holography[J]. *Opt & Lasers in Eng*, 2013, 51(5): 553—559.
- 38 Pan Xingchen, Liu Cheng, Zhu Jianqiang. Improved Fienup's iteration method for image reconstruction in digital holography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(6): 0609002.
潘兴臣, 刘 诚, 朱健强. 用改进的 Fienup 迭代算法进行数字全息重建[J]. *光学学报*, 2012, 32(6): 0609002.
- 39 Lu Rong, Feng Pan, Wen Xiao, *et al.*. Twin image elimination from two in-line holograms via phase retrieval[J]. *Chin Opt Lett*, 2012, 10(6): 060902.
- 40 Y Zhang, O Pedrini, W Osten, *et al.*. Whole optical wave field reconstruction from double or multi in-line holograms by phase retrieval algorithm[J]. *Opt Express*, 2003, 11(24): 3234—3241.
- 41 Han Bing, Xiao Wen, Pan Feng, *et al.*. Optimization of space sampling distance of phase retrieval algorithm for in-line digital holography [J], *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, 49(12): 120903.
韩 冰, 肖 文, 潘 锋, 等. 同轴数字全息相位恢复算法采样距离优化研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, 49(12): 120903.
- 42 P Bao, F Zhang, G Pedrini, *et al.*. Phase retrieval using multiple illumination wavelengths[J]. *Opt Lett*, 2008, 33(4): 309—311.
- 43 P Bao, G Pedrini, W Osten. Optical surface profile measurement using phase retrieval by tuning the illumination wavelength[J]. *Opt Commun*, 2012, 285(24): 5029—5036.
- 44 N V Petrov, V G Bespalov, M V Volkov. Phase retrieval of THz radiation using set of 2D spatial intensity measurements with different wavelengths[C]. *SPIE*, 2012, 8281: 82810J.
- 45 N V Petrov, A N Galiaskarov, T Yu Nikolaeva, *et al.*. The features of optimization of a phase retrieval technique in THz frequency range[C]. *SPIE*, 2012, 8413: 84131T.
- 46 Y Li, W Xiao, F Pan, *et al.*. Phase retrieval from double axially displaced holograms for dual-wavelength in-line holography[J]. *Chin Opt Lett*, 2014, 12(2): 020901
- 47 D Wang, L Rong, Y Wang. Wavefront reconstruction by hybrid phase retrieval in using two intensity measurements[C]. *Digital Holography and Three-Dimensional Imaging*, 2013. DTh4A. 7.
- 48 M H Maleki, A J Devaney. Noniterative reconstruction of complex-valued objects from two intensity measurements[J]. *Opt Eng*, 1994, 33(10): 3243—3253.
- 49 Y Zhang, X Zhang. Reconstruction of a complex object from two in-line holograms[J]. *Opt Express*, 2003, 11(6): 572—578.
- 50 Y Zhang, O Pedrini, W Osten. Reconstruction of in-line digital holograms from two intensity measurements[J]. *Opt Lett*, 2004, 29(15): 1787—1789.
- 51 G Situ, J P Ryle, U Gopinathan, *et al.*. Generalized in-line digital holographic technique based on intensity measurements at two different planes[J]. *Appl Opt*, 2008, 47(5): 711—717.
- 52 B Das, C S Yelleswarapu. Dual plane in-line digital holographic microscopy[J]. *Opt Lett*, 2010, 35(20): 3426—3428.
- 53 C Guo, Q Yue, G Wei, *et al.*. Laplacian differential reconstruction of in-line holograms recorded at two different distances[J]. *Opt Lett*, 2008, 33(17): 1945—1947.
- 54 B Hildebrand, K Haines. Multiple-wavelength and multiple-source holography applied to contour generation[J]. *J Opt Soc Am*, 1967, 57(2): 155—162.
- 55 D Parshall, M Kim. Digital holographic microscopy with dual-wavelength phase unwrapping[J]. *Appl Opt*, 2006, 45(3): 451—459.
- 56 M L Moravec, J K Romberg, R G Baraniuk. Compressive phase retrieval[C]. *SPIE*, 2007, 6701: 670120.
- 57 D J Brady, K Choi, D L Marks, *et al.*. Compressive holography [J]. *Opt Express*, 2009, 17(15): 13040—13049.
- 58 W Chan, M L Moravec, R G Baraniuk, *et al.*. Terahertz imaging with compressed sensing and phase retrieval[J]. *Opt Lett*, 2008, 33(9): 974—976.
- 59 M Malek, P Picart. Full amplitude and phase retrieval in in-line digital holography with a spatial phase modulation[C]. *Digital Holography and Three-Dimensional Imaging*, 2013. DTh4A. 3.
- 60 O László, G Zoltán, F. András, *et al.*. In-line hologram segmentation for volumetric samples [J]. *Appl Opt*, 2013, 52(1): A45—A55.

栏目编辑: 何卓铭