

不同压力模型下边缘去除函数对比分析

吉建伟^{1,2} 魏朝阳¹ 胡 晨¹ 张海超³ 徐学科³ 邵建达¹

¹ 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800
² 中国科学院大学, 北京 100049
³ 上海恒益光学精密机械有限公司, 上海 201800

摘要 在计算机控制光学表面成形(CCOS)技术中,由于边缘处压力分布的不均匀,会在工件边缘产生边缘效应,边缘效应会严重阻碍面形误差的收敛,边缘效应问题已成为数控加工技术中亟待解决的关键问题之一。针对边缘处压力阶跃分布模型和线性分布模型进行了理论仿真及实验验证,实验结果表明,对于方形工件,在露边量较大(实验中露边量为去除函数束径的 1/3)和露边量较小(实验中露边量为去除函数束径的 1/24)的情况下,两种模型得到的去除函数结果相差不大,都能够一定程度上反映出实际结果;当露边量适中(实验中露边量为去除函数束径的 1/6)时,线性模型下的去除函数更接近实验结果,阶跃模型在去除函数中心区域与实验结果偏离较大。

关键词 光学制造; 计算机控制光学表面成形; 边缘效应; 去除函数; 线性模型; 阶跃模型

中图分类号 TQ171.684 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL201441.1216002

A Comparison and Analysis of Removal Function Based on Edge Effect with Different Pressure Distribution Models

Ji Jianwei^{1,2} Wei Chaoyang¹ Hu Chen¹ Zhang Haichao³ Xu Xueke³ Shao Jianda¹

¹ Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China
² University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China
³ Shanghai Hengyi Optics and Fine Mechanics Co., Ltd, Shanghai 201800, China

Abstract The edge effect appears at the edge of workpiece as a result of the uneven distribution of pressure in computer controlled optical surfacing (CCOS) and this restricts the fabrication accuracy in practice seriously. The edge effect has become one of the urgent problems of numerical control machining technology. Theoretical simulation and experimental verification are done based on liner pressure distribution model and skin pressure distribution model. The experimental results show that when the distance between the workpiece and the tool borders is relatively large (the distance is 1/3 of aperture of removal function in experiment) or short (the distance is 1/24 of aperture of removal function in experiment). Little difference between removal functions based on both of the models is observed and the effectiveness of the models is proved that when the distance is medium (the distance is 1/6 of aperture of removal function in experiment), the removal function based on linear model is closer to the experimental result and the skin model has a bigger deviation with the experiment result in the central area.

Key words optical fabrication; computer controlled optical surfacing; edge effect; removal function; liner model; skin model

OCIS codes 220.4610; 220.5450; 240.5450

1 引 言

计算机控制光学表面成形技术(CCOS)是 20 世纪 70 年代发展起来的一项新型光学加工技

术^[1-2],它是一种具有确定性和可重复性的定量抛光技术,能显著提高光学加工的效率 and 精度。在数控小工具抛光过程中,计算驻留时间的前提是去除

收稿日期: 2014-05-29; **收到修改稿日期:** 2014-07-10

作者简介: 吉建伟(1991—),男,硕士研究生,主要从事数控小工具中高频误差控制及其工艺方面的研究。

E-mail: jijw924@163.com

导师简介: 魏朝阳(1980—),男,博士,副研究员,主要从事先进光学制造方面的研究。

E-mail: siomwei@siom.ac.cn(通信联系人)

函数稳定^[3],但当抛光模抛光工件边缘时,会有露边现象,这种露边现象使得抛光模下的压强分布发生变化,从而使去除函数发生变化。所以,如果在计算工件边缘处的驻留时间时,采用的去除函数仍然是抛光模在工件内部时的去除函数,那么算得的结果与实际所需要的驻留时间有较大的偏差,按照这个驻留时间进行加工,会导致在工件边缘处有“塌边”现象。这种塌边现象会使得工件边缘处的去除量难以控制,严重阻碍面形误差的收敛^[4]。

为了解决这一问题,需要知道抛光模在工件边缘处的实际去除情况。1) 针对两种比较常见的边缘压力分布模型: 阶跃模型^[5-7]和线性模型^[8],通过理论推导,得出了两种模型在方形工件上的压力分布;2) 结合抛光模行星运动的运动方式,得出了抛光模在方形工件边缘处的理论去除函数模型;3) 通过实验,验证了两种压力模型的有效性并且对两种模型进行了对比分析。

2 理论建模仿真

根据普雷斯顿方程知道 $dh/dt = KPv$, 其中 K 为普雷斯顿系数, v 为光学元件表面某一点在 t 时刻与抛光模的相对运动速度, P 为该点在 t 时刻的抛光压力。当有露边现象时,主要是由于压力 P 发生改变而导致去除函数发生变化。当抛光模发生露边时,常见的压力分布模型有线性模型和阶跃模型。

2.1 压力分布模型

2.1.1 线性模型

如图1所示,抛光模半径为 r , 圆心为 O , 露边量为 d , 则抛光模中心距工件边缘距离为 $r-d$, 参考坐标系为 XOY , 圆 O 与工件边缘交点为 A, D , 与 X 轴交点为 B, C , 与 Y 轴交点为 E 。在线性模型中, 认为某点压力与该点到工件边缘距离成线性关系, 即:

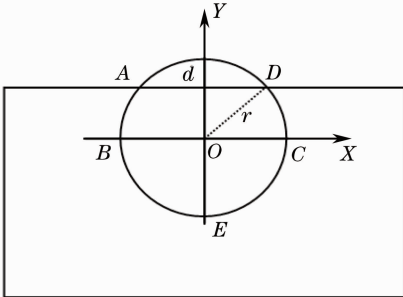


图1 抛光模的露边情况示意图(线性模型)

Fig.1 General schematic of the tool extending beyond the edge of the square workpiece (linear model)

$$p = ky + p_0. \quad (1)$$

当抛光模以压力 N 作用于工件时, 由垂直方向上的力平衡及工件上 X 轴上下方的力矩平衡可知:

$$\int_s p ds = N, \quad (2)$$

$$\int_{up} y p ds = \int_{down} y p ds, \quad (3)$$

结合图1由(2)、(3)式可得:

$$\int_{ADE} p ds = N, \quad (4)$$

$$\int_{ABCD} y p ds = \int_{BEC} (-y) p ds, \quad (5)$$

由图1中几何关系可解得: A 点坐标为 $(-\sqrt{r^2 - (r-d)^2}, r-d)$, B 点坐标为 $(-r, 0)$, C 点坐标为 $(r, 0)$, D 点坐标为 $(\sqrt{r^2 - (r-d)^2}, r-d)$, E 点坐标为 $(-r, 0)$ 。因为工件上 Y 坐标相同区域压强相同, 所以有:

$$\int_{ADE} p ds = \int_{-r}^{r-d} (ky + p_0) \cdot 2 \sqrt{r^2 - y^2} dy, \quad (6)$$

$$\int_{ABCD} y p ds = \int_0^{r-d} y \cdot (ky + p_0) \cdot 2 \sqrt{r^2 - y^2} dy, \quad (7)$$

$$\int_{BEC} (-y) \cdot p ds = \int_{-r}^0 (-y) \cdot (ky + p_0) \cdot 2 \sqrt{r^2 - y^2} dy, \quad (8)$$

由(4)~(8)式联立可解得:

$$p_0 = \frac{\sigma N}{\sigma\alpha - \beta\gamma}, k = \frac{\gamma N}{\sigma\alpha - \beta\gamma}, \quad (9)$$

式中

$$\alpha = 2 \left[\frac{1}{2} r^2 t + \frac{1}{4} r^2 \sin(2t) + \frac{\pi}{4} r^2 \right], \quad (10)$$

$$\beta = \frac{2}{3} [r^2 - (r-d)^2]^{3/2}, \quad (11)$$

$$\sigma = \frac{1}{8} r^4 t - \frac{1}{32} r^4 \sin(4t) + \frac{\pi}{16} r^4, \quad (12)$$

$$\gamma = \frac{1}{3} [r^2 - (r-d)^2]^{3/2}, \quad (13)$$

式中 $t = \arcsin[(r-d)/r]$ 。

将(9)式代入(1)式可得:

$$p = \frac{\sigma N}{\sigma\alpha - \beta\gamma} + \frac{\gamma N}{\sigma\alpha - \beta\gamma} y, \quad (14)$$

根据(14)式就可以得到半径为 r 的抛光模, 在露边量 d , 压力为 N 时的压强分布曲线。图2为半径为 25 mm 的抛光模, 在露边量为 10 mm, 压力为 30 N 时的压强分布曲线(若露边 10 mm, 压强仍为均匀

分布,则为 0.01782 MPa)。

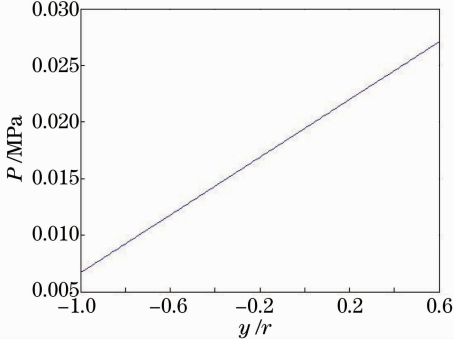


图2 线性模型下的接触区域内压强分布曲线
Fig. 2 Curve of pressure distribution in the contact area with linear model

2.1.2 阶跃模型

对于阶跃模型,如图3所示,接触区域可以由直线 m 分为 B 、 C 两部分。其中抛光模半径为 r ,露边量为 d ,则 C 部分宽度为 s 。根据墨西哥学者提出的阶跃分布模型,详见参考文献[5], s 可由以下经验公式求出:

$$s = \left(\frac{2}{r}\right) \cdot d \cdot (r - d), \quad (15)$$

令 B 区域压强为 p_0 , C 区域压强为 $p_0 + \Delta p$,则由(2)式可得:

$$\iint_B p_0 dx dy + \iint_C (p_0 + \Delta p) dx dy = N, \quad (16)$$

又令区域 $A = B + C$,则 $C = A - B$,代入(16)式化简可得到:

$$p_0 \cdot \iint_A dx dy + \Delta p \cdot \left(\iint_A dx dy - \iint_B dx dy\right) = N, \quad (17)$$

同理,(3)式代入化简可得:

$$p_0 \cdot \iint_A y dx dy + \Delta p \cdot \left(\iint_A y dx dy - \iint_B y dx dy\right) = 0, \quad (18)$$

令 $I_{IA} = \iint_A dx dy$, $I_{IB} = \iint_B dx dy$, $I_{YA} = \iint_A y dx dy$, $I_{YB} = \iint_B y dx dy$,代入(17)、(18)式中可以得到:

$$I_{IA} \cdot p_0 + \Delta p \cdot (I_{IA} - I_{IB}) = N, \quad (19)$$

$$I_{YA} \cdot p_0 + \Delta p \cdot (I_{YA} - I_{YB}) = 0, \quad (20)$$

由(19)、(20)式进一步可解得:

$$p_0 = \frac{N \cdot (I_{YA} - I_{YB})}{I_{IA} \cdot (I_{YA} - I_{YB}) - I_{YA} \cdot (I_{IA} - I_{IB})}, \quad (21)$$

$$\Delta p = \frac{-N \cdot I_{YA}}{I_{IA} \cdot (I_{YA} - I_{YB}) - I_{YA} \cdot (I_{IA} - I_{IB})}, \quad (22)$$

这样即可解得区域 B 、 C 的压强。

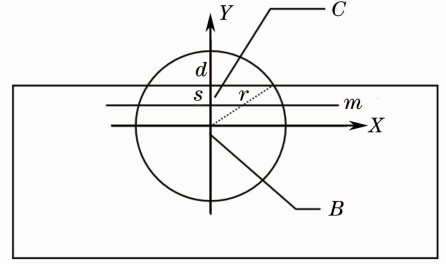


图3 抛光模的露边情况示意图(阶跃模型)
Fig. 3 General schematic of the tool extends beyond the edge of the square workpiece (skin model)

同样对于半径为 25 mm 的抛光模,在露边量为 10 mm,压力为 30 N 时的压强分布曲线(若露边 10 mm,压强仍为均匀分布,则为 0.01782 MPa)如图4所示。

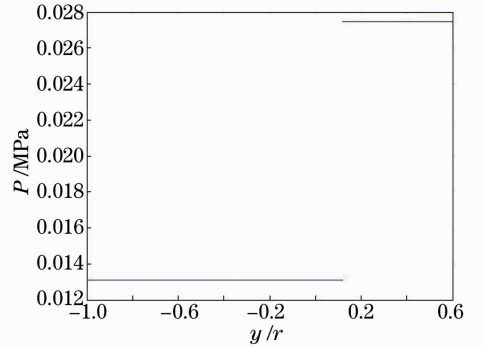


图4 阶跃模型下的接触区域内压强分布曲线
Fig. 4 Curve of pressure distribution in the contact area with skin model

2.2 边缘去除函数理论模型

得到边缘处压强分布情况的目的是得到边缘处的接近实际去除情况的去除函数,将此去除函数应用到驻留时间的求解当中,从而使得按照驻留时间进行加工时,加工后的工件面形不会有边缘效应问题。

如图5所示,在一双转子系统中,公转中心为 O ,露边量为 d ,抛光模半径为 r_0 ,偏心率为 e , O_1 、 O_2

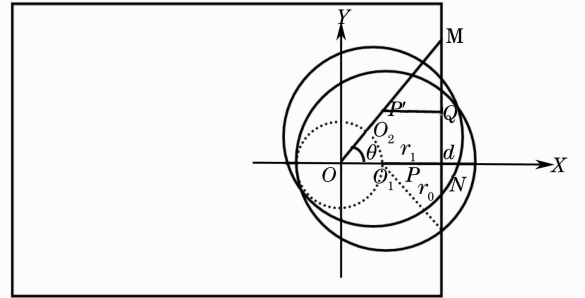


图5 行星运动下的露边示意图
Fig. 5 General schematic of the tool extending beyond the edge of the square workpiece with planet movement

为抛光模在对应位置处的圆心, P 为抛光模上距公转中心为 r_1 的一点(即 $O_p = r_1$), 经过 t 时刻, 抛光模转过 θ 角度(即 $\angle MON = \theta$), P 点运动到 P' 点, 延长 OP , OP' 分别与工件边缘交于 N 、 M 点, 过 P' 点作平行于 X 轴的直线 $P'Q$ 与工件边缘交于点 Q 。

此时公转中心距工件边缘距离为 $ON = r_0 + r_0 \cdot e - d$, 又由于 $\angle MON = \theta$, 则有 $OM = \frac{ON}{\cos \theta}$, 又由于 $\triangle OMN$ 与 $\triangle P'MQ$ 相似, 可得:

$$P'Q = \frac{ON \cdot MP'}{OM} = \frac{ON \cdot (OM - r_1)}{OM}, \quad (23)$$

若转动角度为 θ , 露边量减少 $r_0 \cdot e - r_0 \cdot e \cdot \cos \theta$, 即此时抛光模的露边量 d' 为

$$d' = d - r_0 \cdot e + r_0 \cdot e \cdot \cos \theta, \quad (24)$$

由(23)、(24)式可求得在转动角度为 θ 时的露边量, 以及此时点 P 到工件边缘的距离, 由此即可求得当转动角度为 θ 时, P 点处的压强。

由(24)式也可得出抛光模有露边时, θ 的极限值为

$$\theta_1 = \arccos\left(1 - \frac{d}{r_0 \cdot e}\right). \quad (25)$$

即当

$$\theta_1 \in \left[-\arccos\left(1 - \frac{d}{r \cdot e}\right), \arccos\left(1 - \frac{d}{r \cdot e}\right)\right]$$

时, $P(r) = P_1$; 当 θ 不在此范围时, $P(r) = P_2$; 其中 P_1 为线性模型或阶跃模型下的点 P 处的压强, P_2 为压强均匀分布情况下的压强, 为 $\frac{N}{\pi \cdot r^2}$ 。

对于双转子运动时的速度为

$$v(r) = \omega_1 \cdot [r^2 \cdot (1 + f)^2 + r_0^2 f^2 e^2 -$$

表 1 实验中去除函数位置

Table 1 Location of removal function in experiment

Location	Distance of the tool extending beyond workpiece is $d/24$	Distance of the tool extending beyond workpiece is $d/6$	Distance of the tool extending beyond workpiece is $d/3$
Distance between dwell point and workpiece border/mm	31.625	23	11.5

在实际实验过程中, 抛光液会有流失现象, 导致边缘处去除效率小于工件中心处的去除效率, 所以以绝对值作比较会有较大误差存在。但抛光液的流失只会使得抛光效率下降, 不会影响压力的分布情况, 从而不会影响边缘去除情况的分布比例, 因此可以先进行归一化然后与仿真结果作比较。

当露边量为 11.5 mm 时的加工及仿真结果如图 6 所示, 其中图 6(a)为实际实验的边缘去除函数

$$2rr_0 fe(1 + f)\cos(\theta)]^{1/2}, \quad (26)$$

由(26)式及 $dt = \frac{d\theta}{\omega_1}$ 可得, 去除函数为

$$R(r) = K \int_{-\theta_2}^{\theta_2} p v(r) d\theta, \quad (27)$$

式中当 $r \in [0, (1 - e)r_0]$ 时, $\theta_2 = \pi$;

当 $r \in [(1 - e)r_0, (1 + e)r_0]$ 时, $\theta_2 = \arccos\left[\frac{r^2 + (e^2 - 1) \cdot r_0^2}{2rer_0}\right]$ 。综上所述, 综合考虑压强 p 和速度 v , 可以得到去除函数为

$$R(r) = K \cdot \left[2 \int_{-\alpha}^{-\beta} p v(r) d\theta + \int_{-\beta}^{\beta} p(r) v(r) d\theta\right], \quad (28)$$

式中 $\alpha = \max[\theta_1, \theta_2]$, $\beta = \min[\theta_1, \theta_2]$ 。

3 实验设计及结果对比分析

根据以上公式, 可以求得抛光模在工件边缘处的去除函数。下面进行了工艺实验, 通过实验结果来验证两种边缘压力分布模型的有效性, 以及找出两种模型中更接近实际情况的一种压力分布模型。

实验工件为 430 mm × 430 mm 的方形工件。采用直径为 50 mm 的 3# 沥青抛光模, 抛光粉为罗地亚稀土抛光粉 (SNT-ALD-300K), 偏心距为 9.5 mm (即偏心率为 0.38), 数控机床压力指示器读数为 0.15 MPa, 可测得的实际压力为 39.8 N, 采用行星式运动, 其中公、自转速度分别为 75、100 r/mm, 驻留时间均为 5 min。用以上参数在工件边缘处做去除函数, 所做去除函数位置分别如表 1 所示 (d 为去除函数束径)。

情况(加工前后面形之差); (b) 为压力分布采用线性模型时的结果; (c) 为压力分布采用阶跃模型时的结果。由于去除函数在平行于边缘方向压力分布相同, 只需关注在垂直于边缘方向的压力分布, 即只需比较在垂直于边缘方向的去除函数情况, 所以可以取每一去除函数的过圆心的轮廓线作比较, 如图 7 所示。

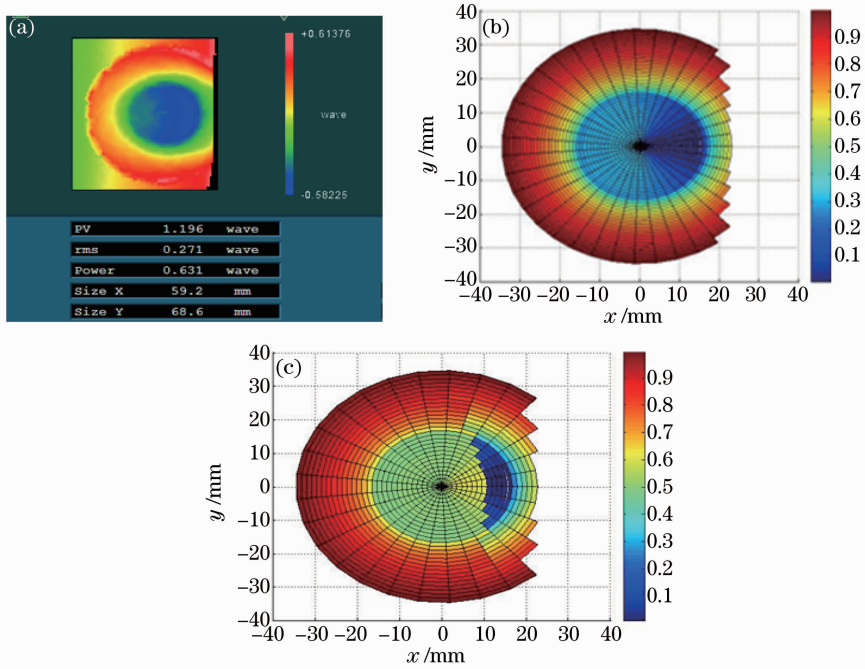


图 6 实验结果与仿真结果。(a) 实验结果；(b) 线性压力模型下仿真结果；(c) 阶跃压力模型下仿真结果
 Fig. 6 Results of experiment and simulation. (a) Experiment results; (b) simulation results with linear pressure distribution model; (c) simulation results with skin pressure distribution model

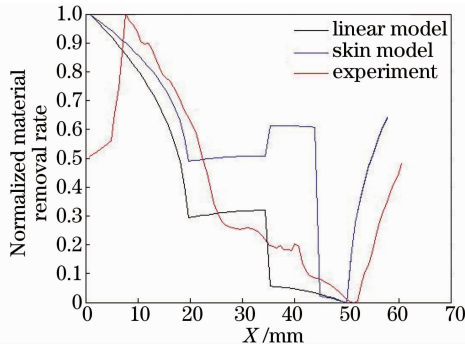


图 7 露边量为 $d/6$ 情况下实验及仿真结果中心剖面图

Fig. 7 Center profile of experiment and simulation when the distance between the workpiece and the tool borders is $d/6$

同理可得到露边量分别为 $d/24$ 和 $d/3$ 时的中心剖面图,如图 8 所示。

由图 7 和 8 可知,露边量较大($d/3$)及较小($d/24$)时,两种模型虽然相差不大,但线性模型更

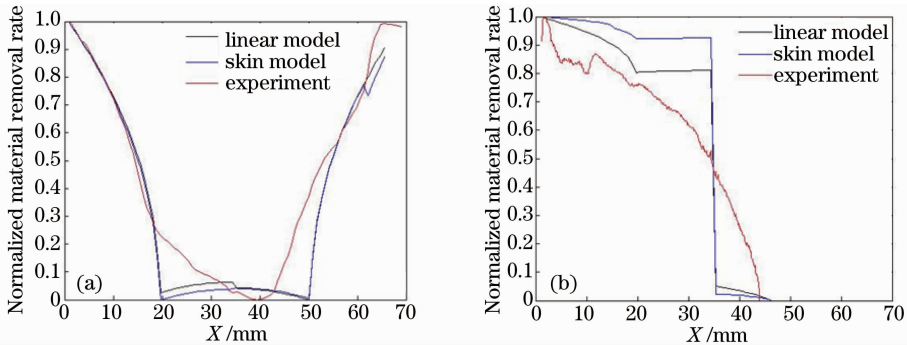


图 8 实验及仿真结果中心剖面图。(a) 露边量为 $d/24$ ；(b) 露边量为 $d/3$

Fig. 8 Center profile of experiment and simulation. (a) Distance between the workpiece and the tool borders is $d/24$;
 (b) distance between the workpiece and the tool borders is $d/3$

接近实验结果;当露边量适中($d/6$)时,阶跃模型与实验结果存在较大误差。

4 结 论

在小磨头行星运动状态下加工方形工件时,边缘去除函数的线性模型和阶跃模型分别做出了理论仿真,并通过实验验证了两种压力模型的有效性,得出线性模型下的边缘去除函数更加接近实验结果这一结论。为后面用驻留时间算法补偿边缘效应时采用何种模型的去除函数做出了理论及实验的验证,为解决 CCOS 技术中的边缘效应问题奠定了基础。

参 考 文 献

- 1 Jones R A. Optimization of computer controlled polishing[J]. Appl Opt, 1977, 16(1): 218—224.
- 2 Yang Li. Advanced Optical Manufacturing Technology [M]. Beijing: Science Press, 2001.
杨 力. 先进光学制造技术[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
- 3 Wan Yongjian, Shi Chunyan, Yuan Jiahu, *et al.*. Control method of polishing errors by dwell time compensation[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2011, 23(1): 97—100.
万勇建, 施春燕, 袁家虎, 等. 基于驻留时间补偿的抛光误差控制方法[J]. 强激光与粒子束, 2011, 23(1): 97—100.
- 4 Zhang Xuejun, Yu Jingchi, Sun Xiafei, *et al.*. Edge control in computer controlled optical polishing[C]. SPIE, 1995, 2536: 293—300.
- 5 Alberto Cordero-Davila, Jorge Gonzalez-Garcia, Mara Pedrayes-Lopez, *et al.*. Edge effects with the Preston equation for a circular tool and work-piece[J]. Appl Opt, 2004, 43(6): 1250—1254.
- 6 Deng Weijie, Zhang Feng, Zheng Ligong. Removal function model and experiment of edge effect [J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(9): 1743—1748.
邓伟杰, 张 峰, 郑立功. 边缘效应的去除函数模型及实验[J]. 红外与激光工程, 2011, 40(9): 1743—1748.
- 7 Luna-Aguilar E, Cordero-Davila A, Gonzalez Garcia J. *et al.*. Edge effects with preston equation [C]. SPIE, 2003, 4840: 598—603.
- 8 Shang Wenjin. Model Building and Simulation of Computer Control Deterministic Grinding and Polishing [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005.
尚文锦. 计算机控制确定性研抛的建模与仿真[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2005.

栏目编辑: 韩 峰