

# 基于二维经验模态分解的五步非等步在线三维检测

郑素珍<sup>1,2</sup> 曹益平<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 四川大学光电科学技术系, 四川 成都 610064)  
(<sup>2</sup> 西南石油大学理学院, 四川 成都 610500)

**摘要** 提出一种基于二维经验模态分解(2D EMD)的像素匹配方法,并结合五步非等步算法应用于在线三维面形测量中。将一正弦条纹投影到在线匀速运动的待测物体上,物体运动产生等效相移,在一个条纹周期范围内任意采集五帧变形条纹图。采用 2D EMD 方法对变形条纹图进行分解,可以得到与待测物体形貌变化一致的模态图像,通过大津法对其进行二值化处理,并截取可靠性较高的区域作为像素匹配模板进行像素匹配,使各帧条纹图中物点一一对应并计算出相应的等效相移量。再利用五步非等步相移算法解相可得到截断相位,采用相位展开算法得到连续相位,利用相位-高度映射公式可恢复出被测物体的三维面形。计算机模拟与实验验证了该方法的有效性。

**关键词** 测量;非等步相移;在线检测;二维经验模态分解;二值化;像素匹配

**中图分类号** O438 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.1208004

## Five Steps of Unequal Step Online Three-Dimensional Inspection Based on Two-Dimensional Empirical Mode Decomposition

Zheng Suzhen<sup>1,2</sup> Cao Yiping<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Department of Opto-Electronic, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)  
(<sup>2</sup> College of Sciences, Southwest Petroleum University, Chengdu, Sichuan 610500, China)

**Abstract** A new pixel matching method is proposed based on two-dimensional empirical mode decomposition (2D EMD). It combines with five steps of unequal step algorithm and is applied to the on-line three-dimensional shape measurement. A sinusoidal fringe is projected on the measured object moving with a constant speed. The object's movement can produce the corresponding phase shifting deformed patterns. And five arbitrary deformed patterns are captured by CCD within a duty cycle of the grating pattern. The deformed patterns are decomposed with 2D EMD method. The mode patterns which is consistent with the object's surface shape are obtained. And then Otsu algorithm is used to do the binarization. The higher reliability of the area is segmented to be regarded as a template to realize the pixel matching. And the equivalent shifted phase deformed patterns in which the points are one-to-one corresponding are calculated. Then, the five unequal steps phase shifting algorithm is used to obtain the wrapped phase, which forms unwrapped phase by the phase unwrapping algorithm. And the surface information of the measured object is retrieved via the phase-height formula. The computer simulations and experiments prove the feasibility of this method.

**Key words** measurement; unequal step phase shifting; online inspection; two-dimensional empirical mode decomposition; binarization; pixel matching

**OCIS codes** 120.2830; 120.5050; 120.6650; 100.5088

收稿日期: 2014-05-12; 收到修改稿日期: 2014-07-11

基金项目: 国家 863 计划(2007AA01Z333)、国家重大专项(2009ZX02204-008)、四川省学术和技术带头人培养基金(07GRC-01)、四川省教育厅科技项目(13ZA0191)

作者简介: 郑素珍(1979—),女,博士研究生,讲师,主要从事三维传感和光电信息处理等方面的研究。

E-mail: suzhen317@tom.com

导师简介: 曹益平(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事三维传感、光电信息处理及光机电一体化等方面的研究。

E-mail: ypecao@scu.edu.cn(通信联系人)

# 1 引 言

物体的三维面形是其重要的特征之一,近年来对物体形貌的检测已有许多方法,如傅里叶变换轮廓术(FTP)<sup>[1-3]</sup>、窗口傅里叶变换法<sup>[4-5]</sup>、小波变换法<sup>[6-7]</sup>、S变换法<sup>[8-11]</sup>以及相位测量轮廓术(PMP)<sup>[12]</sup>等。随着现代工业的快速发展和科技进步,光学在线三维检测技术以其非接触、快速测量、精度高等优点已在工业生产线中得到了大量应用,并且对其精度与速度的要求都在不断提高。在线三维测量主要有FTP和PMP两种方法,FTP只需要对一帧变形条纹图进行相位解调,即可恢复出物体的三维形貌信息,具有速度快和易采集的特点,但是由于在对变形条纹图进行处理的过程中要进行滤波操作,必须保证所采集到的各级频谱之间不出现混叠现象,因此范围会受到限制,精度也相对较低。PMP是目前采用面结构光三维测量方法中精度最高的方法,通过采集变形条纹图并进行像素匹配和正确解相,即可恢复出物体的三维面形。目前基于PMP的在线三维测量通常采用等步长或定步长算法解调相位<sup>[13-15]</sup>,由于等步长或定步长算法都要求采集的 $N$ 帧变形条纹步距严格相等,而实际的在线测量系统中CCD采集到的变形条纹步距通常不严格相等,若仍代入等步距相移算法求解相位分布将会产生较大的误差,因此在实际应用中有较大的局限性。

本文提出一种基于二维经验模态分解<sup>[16]</sup>的像素匹配方法,结合石文仙等<sup>[17]</sup>提出的五步非等步相移算法应用于在线三维检测。由于二维经验模态分解是一种完全的二维分析方法,能有效分解单一方向条纹图和任意方向条纹图。变形条纹图经过二维经验模态分解后可得到与物体形貌变化一致的模式图像分布,将其二值化后用于像素匹配,得到各帧变形条纹的等效相移量,再代入五步非等步解相公式中求得截断相位。

# 2 基本原理

## 2.1 在线三维检测的基本原理

常见的在线三维检测系统原理图如图1所示,其中CRT为显示器,PC为计算机,CCD为线阵摄像机,DLP为投影仪。由DLP投影一周期为 $p$ 的固定正弦光栅到被测物体表面,被测物体位于流水线传送带上,随流水线移动时可产生等效相移,经CCD同步采集 $N$ 帧变形条纹图,变形条纹图经像

素匹配可得到等效静态变形条纹图。因为物体沿 $X$ 轴运动,所以 $Y$ 轴坐标不变,经像素匹配后可得出 $N$ 帧变形条纹图最大相关点的坐标为 $m_n(x_n, y_0)$ ,那么 $x_n - x_0$ 即为第 $n$ 帧变形条纹图相对于第零帧变形条纹图对应物点像素坐标的改变量,也即物体的位移量,则等效相移量为

$$\delta_n = \frac{x_n - x_0}{p} \times 2\pi, (n = 0, 1, 2, \dots, N - 1), \tag{1}$$

取 $N=5$ ,则CCD采集到的变形条纹图 $I_n(x, y)$ , ( $n=0, 1, 2, 3, 4$ )可表示为

$$I_n(x, y) = R(x, y) \{ A(x, y) + B(x, y) \cos[\phi(x, y) + \delta_n] \}, (n = 0, 1, \dots, 4), \tag{2}$$

式中 $R(x, y)$ 为物体表面反射率, $A(x, y)$ 为背景光强, $B(x, y)$ 为条纹对比度, $\phi(x, y)$ 包含了物体的高度信息,为变形条纹的相位分布。五帧变形条纹图 $I_n(x, y)$ , ( $n = 1, 2, 3, 4, 5$ )通过像素匹配后可得到五帧物点像素坐标相同的变形条纹图为 $I'_n(x, y)$ , ( $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ),若采集到的五帧条纹为等步长,利用Stoilov算法可解得相位分布

$$\phi(x, y) = \arctan \left\{ \frac{2[I'_2(x, y) - I'_4(x, y)]}{2[I'_3(x, y) - I'_1(x, y) - I'_5(x, y)]} \cdot \sin \delta \right\}, \tag{3}$$

式中相移量 $\delta$ 可通过(4)式计算得到:

$$\sin \delta = \sqrt{1 - \left\{ \frac{I'_1(x, y) - I'_5(x, y)}{2[I'_2(x, y) - I'_4(x, y)]} \right\}^2}. \tag{4}$$

通过(3)式得到的是截断相位,采用相位展开算法可得到连续相位分布,最后利用相位和高度的映射公式便可恢复出物体的三维形貌。

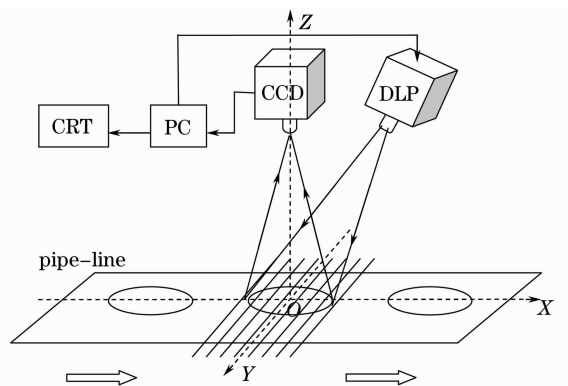


图1 在线PMP三维检测系统

Fig. 1 On-line PMP three-dimensional measurement system

## 2.2 五步非等步相移算法基本原理

将计算机产生的一正弦光栅条纹投影在待测物体上,在一个条纹周期范围内任意采集五帧变形条

纹图。实际应用中噪声无法避免,为了体现本方法的抗噪性能,采用添加有噪声分量的正弦光栅投影,得到的变形结构光场表示为

$$I_n(x, y) = R(x, y)\{A(x, y) + B(x, y)\cos[\phi(x, y) + \delta_n]\} + n_{ois}(x, y), (n = 0, 1, \dots, 4). \quad (5)$$

这里  $\delta_n$  为  $(-\pi, \pi)$  范围内的任意值,且  $\delta_0 = 0$ ,  $n_{ois}(x, y)$  为随机噪声。由(5)式所表示的五帧变形条纹,可推出如下关系[为书写方便,以下省掉  $(x, y)$ ]:

$$I_3 - I_1 = RB[\cos(\phi + \delta_3) - \cos(\phi + \delta_1)], \quad (6)$$

$$I_4 + I_2 - 2I_0 =$$

$$RB[\cos(\phi + \delta_4) + \cos(\phi + \delta_2) - 2\cos\phi], \quad (7)$$

若  $I_3 - I_1 \neq 0, \cos\phi \neq 0$ ,那么可得到

$$\frac{I_4 + I_2 - 2I_0}{I_3 - I_1} = \frac{\cos(\phi + \delta_4) + \cos(\phi + \delta_2) - 2\cos\phi}{\cos(\phi + \delta_3) - \cos(\phi + \delta_1)}, \quad (8)$$

令  $X = I_4 + I_2 - 2I_0, Y = I_3 - I_1$ , (8)式可写为

$$\frac{X}{Y} = \frac{\cos(\phi + \delta_4) + \cos(\phi + \delta_2) - 2\cos\phi}{\cos(\phi + \delta_3) - \cos(\phi + \delta_1)}, \quad (9)$$

由(9)式可求得

$$\phi = \arctan\left(\frac{X\cos\delta_3 - X\cos\delta_1 - Y\cos\delta_4 - Y\cos\delta_2 + 2Y}{X\sin\delta_3 - X\sin\delta_1 - Y\sin\delta_4 - Y\sin\delta_2}\right), \quad (10)$$

若  $I_3 - I_1 = 0$ ,

$$\phi = -(\delta_1 + \delta_3)/2, \quad (11)$$

若  $\cos\phi = 0$ ,

$$\phi = \pi/2. \quad (12)$$

所以,综合(10)~(12)式,可得截断相位

$$\phi = \begin{cases} -(\delta_1 + \delta_3)/2, & I_3 - I_1 = 0 \\ \pi/2, & \cos\phi = 0 \\ \arctan\left(\frac{X\cos\delta_3 - X\cos\delta_1 - Y\cos\delta_4 - Y\cos\delta_2 + 2Y}{X\sin\delta_3 - X\sin\delta_1 - Y\sin\delta_4 - Y\sin\delta_2}\right), & \text{else} \end{cases}, \quad (13)$$

式中  $X = I_4 + I_2 - 2I_0, Y = I_3 - I_1, \delta_n$  通过下面的像素匹配后得到。

## 3 基于二维经验模态分解的像素匹配与计算机仿真

提出一种基于二维经验模态分解的像素匹配方法,用于五步非等步在线三维面形检测。在基于PMP方法的在线测量中,因为物体随流水线在移动,因此拍摄到的各帧变形条纹中物体的位置发生了变化,应用点对点计算相位的PMP方法解调相位需要通过像素匹配方法,使得每帧变形条纹图中的物体具有相同的像素坐标。提出一种基于二维经验模态分解的像素匹配方法。CCD采集到流水线上的任意位置的五帧变形条纹图,保存于计算机中进行处理。每帧变形条纹图经过二维经验模态分解后,IMFs按频率从高到低的顺序依次排列,可以提取每帧条纹图的反映物体表面形貌变化的模态图像,记为  $M_n(x, y), (n = 1, 2, \dots, 5)$ 。因其反映了物体面形的灰度特征,所以可以将其作为像素匹配的

特征模板来实现像素匹配。众所周知,大津法<sup>[18]</sup>是一种很好的图像分割方法,它可以自适应地找到一个合适的阈值,将图像分成背景和有用信息两部分,可进行二值化处理。为提高匹配的速度,再利用图像处理中确定动态阈值的大津法对  $M_n(x, y)$  进行二值化处理,大津法处理后可以找到一个阈值,设为  $K$ 。再令  $M_n(x, y)$  图中高于  $K$  灰阶的像素点灰度值置为 1,小于  $K$  灰阶的像素点灰度值置为 0,二值化处理后的图记为  $M'_n(x, y), (n = 1, 2, \dots, 5)$ ,二值化过程可简单由(14)式表示。选取其中一幅二值化图中可靠性较高的区域作为像素匹配的特征模板,完成五帧变形图的像素匹配,再由(1)式即可得到各帧等效相移量  $\delta_n$ ,可有效实现在线三维检测。

$$M'_n(x, y) = \begin{cases} 1, & M_n(x, y) > K \\ 0, & \text{else} \end{cases}, (n = 1, 2, \dots, 5). \quad (14)$$

下面以计算机仿真实验为例来说明像素匹配过程,这里模拟的物体高度范围为  $0 \sim 30$  mm 的椭球面,如图 2(a)所示,大小为  $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$  的

变形条纹图由(15)式产生:

$$I(x, y) = 0.5 \{1 + \cos[\phi(x, y) + \delta_n]\} + n_{ois}(x, y), \quad (15)$$

式中  $\phi(x, y)$  为调制相位,  $\delta_n$  为任意值。基频分量的幅度范围是  $0 \sim 1$ , 随机噪声  $n(x, y)$  的幅值范围为  $0 \sim 0.04$ , 图 2(b)、(c) 分别为计算机模拟的第三帧和第五帧变形条纹图  $I_n(x, y)$ , ( $n=3, 5$ ), 对其采用二维经验模态分解后, 提取出反映物体面形变化的  $M_n(x, y)$ , ( $n=3, 5$ ) 图像, 再利用大津法二值化后得到  $M'_n(x, y)$ , ( $n=3, 5$ ), 分别如图 2(d)、(e) 所示。图 2(f) 为特征模板, 是由第一帧变形条纹图所对应的二值化图像  $M'(x, y)$  中截取产生, 设为  $T(x, y)$ , 以此模板分别与  $M'_n(x, y)$ , ( $n=3, 5$ ) 做相关匹配运算, 相关运算由(16)式表示, 当相关系数  $f_{RL}$  值最大

时, 此时  $T(x, y)$  与  $M'_n(x, y)$  中特定区域的像素坐标是一一对应的, 分别得出两帧变形条纹与第一帧变形条纹最大相关点的坐标, 坐标的差值分别为第三、五帧相对于第一帧对应物点像素坐标的改变量, 也即物体的位移量。将第三、五帧条纹向物体运动的反方向移动对应位移量的距离, 即可使得第三、五帧变形条纹图的物体所在位置的像素坐标与第一帧变形条纹图的物体所在位置像素坐标一一对应, 对图 2(b) 和 (c) 截取同一区域包含物体的部分, 便可提取出如图 2(g) 和 (h) 所示的物点像素坐标一致的变形条纹图  $I'_n(x, y)$ , ( $n=3, 5$ )。同理, 将第二、四帧变形条纹图分别与特征模板做相关运算后得到物体的位移量, 裁切后可得到  $I'_n(x, y)$ , ( $n=2, 4$ )。再由(1)式可得等效相移量  $\delta_n$ 。

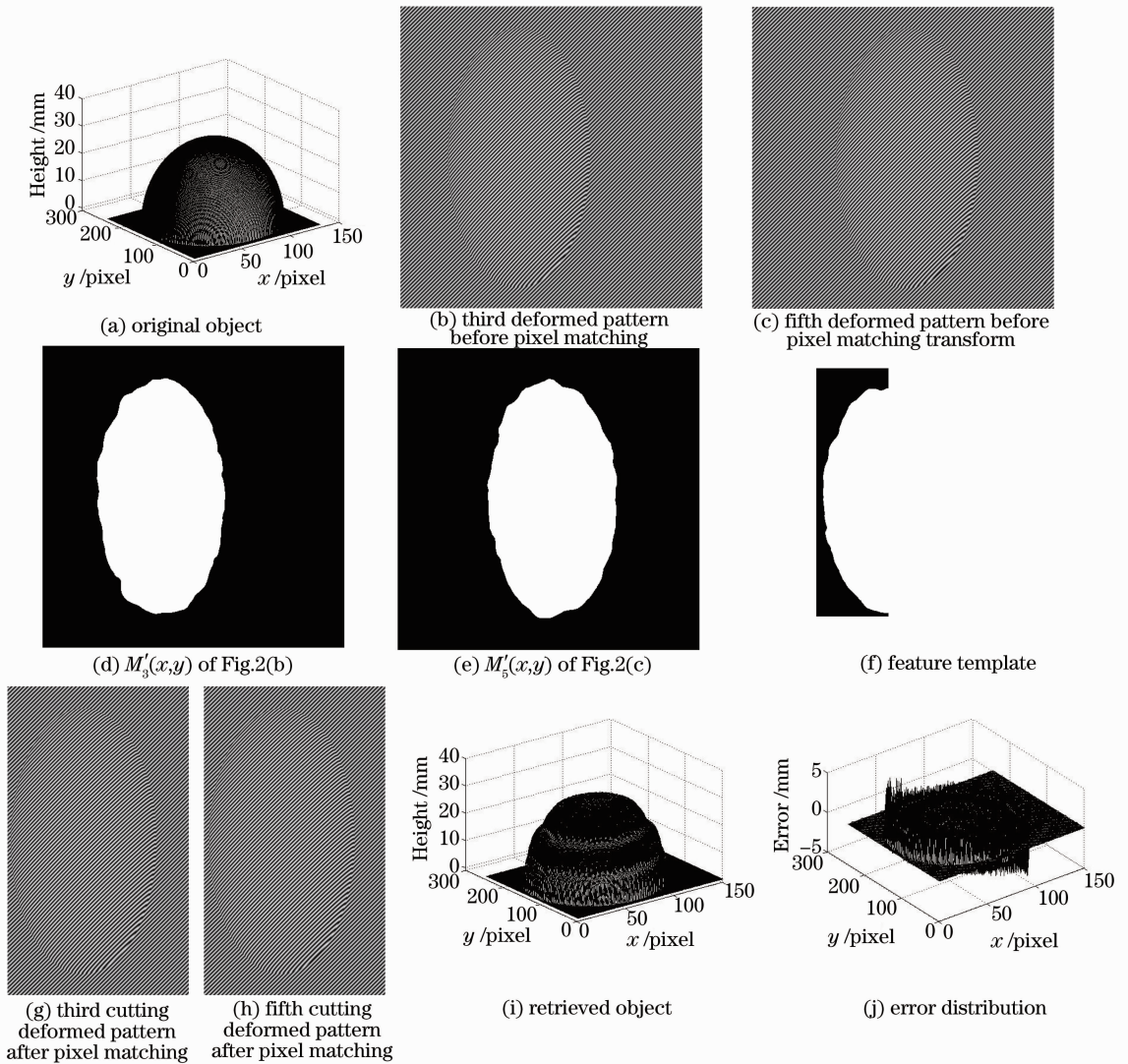


图 2 计算机模拟  
Fig. 2 Computer simulation



$$f_{RL} = \frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N T(x,y) \cdot M'_n(x,y)}{\sqrt{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N T^2(x,y) \cdot M_n'^2(x,y)}}},$$

$$(n = 2, 3, 4, 5), \quad (16)$$

式中  $x, y$  为横纵坐标,  $M, N$  为所取模板的大小。

将像素匹配后得到的等效相移量  $\delta_n$  代入(13)式可得到截断相位, 再对截断相位进行相位展开, 可得到由物体高度调制真实的连续相位分布  $\varphi(x, y)$ , 最后采用相位-高度映射算法, 物面高度可表示为<sup>[19]</sup>

$$\frac{1}{h(x,y)} = a(x,y) + b(x,y) \frac{1}{\varphi(x,y)} + c(x,y) \frac{1}{\varphi^2(x,y)}, \quad (17)$$

式中  $a(x, y), b(x, y)$  和  $c(x, y)$  可由实验装置参数标定, 通过 3 个已知高度的标定平面, 由投影仪投影一帧正弦条纹到三个平面上, 分别求出三个平面上的相位分布, 代入(17)式中, 联立三个方程可求出  $a(x, y), b(x, y), c(x, y)$ , 存储在计算机中,  $\varphi(x, y)$  为展开的连续相位。得到的连续相位分布再代入(16)式可恢复出被测物体三维面形, 如图 2(i)所示, 对应的误差分布如图 2(j)所示。从图 2(i)

和(j)可以看出, 利用本方法恢复出了模拟物体的三维面形, 误差较大位置主要出现在物体的边缘, 这是由于物体和参考平面的反射率差异较大, 这在计算机处理的时候体现在灰阶的数字化上, 所以物体边缘处灰度差异较大, 导致边缘处较大误差。

## 4 实验验证

为进一步验证理论的可行性, 做了如下实验。实验装置如图 1 所示, 由于 CCD 和 DLP 连线与其在 XOY 平面的投影所构成的平面很难保证和 X 轴平行, 通常有一个不为零的夹角, 因此 CCD 采集的时候得到的可能为任意方向走向的条纹。二维经验模态分解是一种完全的二维分析方法, 能有效分解单一方向条纹图和任意方向条纹图。为了反映更一般的情况, 计算机仿真和实验均分析斜条纹。实验中所用数字光投影仪型号为 CP-HX6500, CCD 型号为 MTV1881EX, 被测物体为纸盘, 如图 3(a)所示。由计算机产生一幅固定的正弦光栅图, 通过 DLP 投影到纸盘所在的可控移动载物台上, 再由 CCD 同步采集到五帧变形条纹图, 存于计算机内处理。变形条纹图尺寸为 500 pixel×500 pixel, 第一、

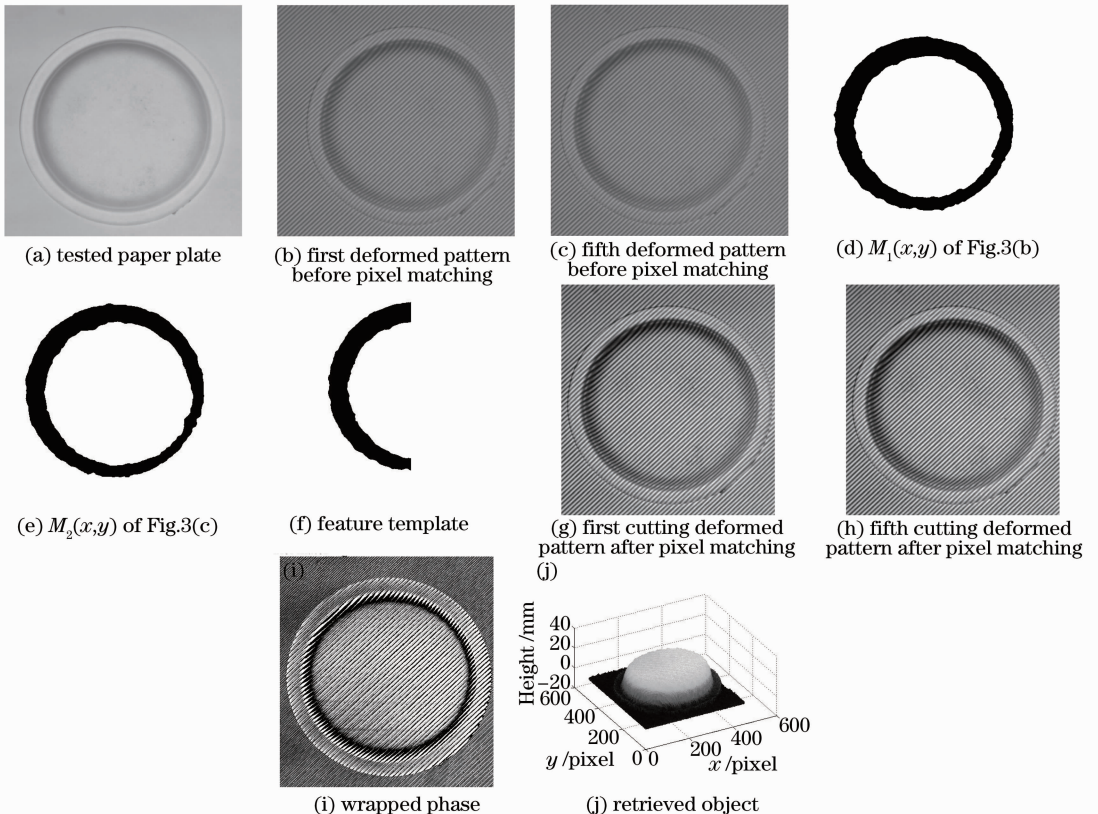


图 3 实验

Fig. 3 Experiment

五帧变形条纹图如图 3(b)和(c)所示。对五帧变形条纹图做二维经验模态分解后,提取出反映物体面形变化的  $M_n(x, y)$ , ( $n=1, 2, \dots, 5$ ) 图像,再利用大津法二值化后得到  $M'_n(x, y)$ , ( $n=1, 2, \dots, 5$ ), 由于图形相似,这里只给出第一、五两帧对应分布图,如图 3(d)和(e)所示。再选取图 3(d)中的有效区域作为像素匹配特征模板,如图 3(f)所示,以此模板分别与  $M'_n(x, y)$ , ( $n=1, 2, \dots, 5$ ) 做相关匹配运算,对各帧变形条纹图截取同一区域包含物体的部分,便可得到物点像素坐标一致的等效变形条纹图  $I'_n(x, y)$ , ( $n=1, 2, \dots, 5$ ), 图 3(g)和(h)分别为第一、五两帧等效变形条纹图。每帧条纹图像素匹配后即可得到物体的位移量,再由(1)式可得等效相移量  $\delta_n$ 。相移量  $\delta_n$  代入五步非等步解相公式即可求得待测纸盘对应的截断相位分布,如图 3(i)所示,利用相位展开算法,可得到对应的连续相位,再代入相位-高度映射关系(14)式,重构出待测物体的三维面形,如图 3(j)所示。

## 5 结 论

提出了一种基于二维经验模态分解的非等步在线三维面形检测方法。由于二维经验模态分解是完全的二维分析方法,能有效地分解任意走向分布的条纹图,对系统要求更具普适性。通过二维经验模态分解处理,自适应地分解为按照图像的频率成分从高到低的模态图像之后,可提取出反映物体形貌变化分布的模态图像,对其二值化后选取合适的特征模板对在线检测中的五帧变形条纹进行像素匹配。此外,非等步的采集五帧变形条纹降低了对系统的要求,可避免等步长算法中由于步距不等而产生的误差,适应性更好,扩大了在线测量的应用范围。计算机模拟和实验结果都验证了方法的有效性。

## 参 考 文 献

- Mitsuo Takeda, Kazuhiro Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement 3-D object shapes[J]. Appl Opt, 1983, 22(24): 3977-3982.
- Xianyu Su, Wenjing Chen. Fourier transform profilometry: A review[J]. Opt & Lasers in Eng, 2001, 35(5): 263-284.
- Zhu Ronggang, Zhu Rihong, Song Qian, et al.. Applied research on fiber-optic interferometer projection of Fourier transform profilometry[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(7): 0708003. 朱荣刚, 朱日宏, 宋倩等. 基于光纤干涉投影的傅里叶变换轮廓术应用研究[J]. 中国激光, 2013, 40(7): 0708003.
- Peng Cheng, Jinsong Hu, Guofeng Zhang. Deformation measurements of dragonfly's wings in free flight by using windowed Fourier transform[J]. Opt & Lasers in Eng, 2008, 46(2): 157-161.
- Qian Kemao, Haixia Wang, Wenjing Gao. Windowed Fourier

- transform for fringe pattern analysis: theoretical analyses[J]. Appl Opt, 2008, 47(29): 5408-5419.
- Sun Juan, Chen Wenjing, Su Xianyu, et al.. Study the measurement range of wavelet transform profilometry[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(4): 647-653. 孙娟, 陈文静, 苏显渝, 等. 小波变换轮廓术的测量范围研究[J]. 光学学报, 2007, 27(4): 647-653.
- Li Sikun, Su Xianyu, Chen Wenjing. A new wavelet transform method for optical carrier-fringe pattern phase reconstruction[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(12): 3060-3065. 李思坤, 苏显渝, 陈文静. 一种新的小波变换空间载频条纹相位重建方法[J]. 中国激光, 2010, 37(12): 3060-3065.
- R G Stockwell, L Mansinha, R P Lowe. Localization of the complex spectrum; The S-transform[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1996, 44(4): 998-1001.
- Zheng Suzhen. Phase extraction on S-transform guiding windowed Fourier transform[J]. Optical Technique, 2011, 37(2): 217-219. 郑素珍. S变换引导窗口傅里叶变换进行相位提取[J]. 光学技术, 2011, 37(2): 217-219.
- Zhong Min, Chen Wenjing, Su Xianyu, et al.. Study of the measurement range of S-transform profilometry[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(10): 1012004. 钟敏, 陈文静, 苏显渝, 等. S变换轮廓术测量范围的研究[J]. 光学学报, 2013, 33(10): 1012004.
- L Mansinha, R G Stockwell, R P Lowe. Pattern analysis with two dimensional spectral localization: Applications of two-dimensional S transforms[J]. Elsevier Science, 1997, 239(1-3): 286-295.
- Su Xianyu, von Bally G, Vukicevic D. Phase-stepping grating profilometry; Utilization of intensity modulation analysis in complex objects evaluation[J]. Opt Commun, 1993, 98(1): 141-150.
- Zhong Lijun, Cao Yiping. An on-line phase measuring profilometry with phase-shifting perpendicular to moving direction of measured object[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(2): 417-420. 钟立俊, 曹益平. 相移正交物体运动方向的在线相位测量轮廓术[J]. 光学学报, 2009, 29(2): 417-420.
- Zheng Xu, Cao Yiping, Li Kun. An on-line 3D measurement method based on modulation delamination [J]. Acta Optica Sinica, 2010, 30(9): 2573-2577. 郑旭, 曹益平, 李坤. 基于调制度层析的在线三维检测方法[J]. 光学学报, 2010, 30(9): 2573-2577.
- Peng Kuang, Cao Yiping, Wu Yingchun, et al.. On-line three-dimensional measurement method based on low modulation feature[J]. Chinese J Lasers, 2013, 40(7): 0708006. 彭旷, 曹益平, 武迎春, 等. 基于低调制度特征的在线三维测量方法[J]. 中国激光, 2013, 40(7): 0708006.
- N E Huang, Z Shen, S R Long, et al.. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Royal Society of London Proceedings Series A, 1998, 454(1971): 903-995.
- Shi Wenxian, Cao Yiping, Zheng Xu. A five unequal step length phase-shifting algorithm for on-line 3D measurement[J]. Optics & Optoelectronic Technology, 2011, 9(6): 36-39. 石文仙, 曹益平, 郑旭. 一种用于在线三维测量的五步非等步相移算法[J]. 光学与光电技术, 2011, 9(6): 36-39.
- Li Liaoliao, Deng Shanxi, Ding Xinghao. Binarization algorithm based on image partition derived from Da-Jing method[J]. Micro Computer Information (Control and Automation Publication Group), 2005, 21(8-3): 76-77. 李了了, 邓善熙, 丁兴号. 基于大津法的图像分块二值化算法[J]. 微计算机信息(管控一体化), 2005, 21(8-3): 76-77.
- Li Wansong, Su Likun, Su Xianyu. Phase-measuring profilometry in big scale measurement[J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(6): 792-796. 李万松, 苏礼坤, 苏显渝. 相位检测面形术在大尺度三维面形测量中的应用[J]. 光学学报, 2000, 20(6): 792-796.