

# 折射率环状分布光纤中基于高阶贝塞尔函数的轨道角动量模式分析

张 霞<sup>1,2</sup> 宿晓飞<sup>1</sup> 张 磊<sup>1</sup> 席丽霞<sup>1</sup> 张晓光<sup>1</sup> 白成林<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 北京邮电大学信息光子学与光通信国家重点实验室, 北京 100876 )  
(<sup>2</sup> 聊城大学山东省光通信科学与技术省重点实验室, 山东 聊城 252000 )

**摘要** 根据轨道角动量(OAM)密度的定义,推导出高阶贝塞尔光束和高阶拉盖尔-高斯光束一样具有轨道角动量,且不存在发散角的问题,并基于该理论提出了一种适合基于高阶贝塞尔函数的 OAM 光束传输的折射率环状分布的光纤结构。理论分析了在这种折射率环状分布结构的光纤中可能传输的 OAM 模式,并且仿真得出了这几个 OAM 模式的强度分布图和相位分布图。理论分析的结果表明,光纤中可以传输的模式数目并不单纯随着某一个光纤结构参数的改变呈线性变化,而是取决于折射率环状分布光纤内径和外径分别对应的归一化频率  $V_1$  和  $V_2$  的区间内所有阶贝塞尔函数根的总数目。

**关键词** 光通信;轨道角动量;高阶贝塞尔函数;光纤模式

**中图分类号** TN911.22 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.1205002

## Analysis of Orbital Angular Momentum Modes Based on High-Order Bessel Functions in Optical Fiber of Ring Refractive Index Distribution

Zhang Xia<sup>1,2</sup> Su Xiaofei<sup>1</sup> Zhang Lei<sup>1</sup> Xi Lixia<sup>1</sup> Zhang Xiaoguang<sup>1</sup> Bai Chenglin<sup>2</sup>

<sup>1</sup> State Key Laboratory of Information Photonics and Optical Communications, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China

<sup>2</sup> Key Laboratory of Optical Communications Science & Technology of Shandong Province, Liaocheng University, Liaocheng 252000, China

**Abstract** According to the definition of the orbital angular momentum (OAM) density, it can be deduced that the high-order Bessel beams have the OAM just as the high-order Laguerre-Gaussian beams and its divergence angle is zero. Based on this theory, an optical fiber of ring refractive index distribution is proposed to transmit the high-order Bessel OAM beams. A theoretical analysis of the OAM modes which can propagate in this optical fiber is presented and graphs of the intensity and phase distributions of these modes are obtained by simulation. The analysis result is that the number of the OAM modes transmitted in the fiber does not vary linearly with the change of any single parameter, and it depends on the number of all Bessel function roots between the normalized frequency range of the inner and outer diameter of the ring fiber.

**Key words** optical communications; orbital angular momentum; high-order Bessel beam; optical fiber mode

**OCIS codes** 060.2310; 060.2330; 060.4510

收稿日期: 2014-05-26; 收到修改稿日期: 2014-07-15

基金项目: 国家自然科学基金(61205065)、高等学校博士学科点专项科研基金(20110005110014)、IPOC 开放课题(北京邮电大学)(IPOC2013B005)、区域光纤通信网与新型光通信系统国家重点实验室(上海交通大学)(2013G-ZKF031310)

作者简介: 张 霞(1975—),女,博士研究生,副教授,主要从事光通信方面的研究。E-mail: wenerzhang2002@163.com

导师简介: 张晓光(1961—),男,教授,博士生导师,主要从事光通信领域方面的研究。E-mail: xgzhang@bupt.edu.cn

## 1 引 言

大约一个世纪之前人们就已经认为近轴光束既携带自旋角动量又携带轨道角动量(orbital angular momentum, OAM),但直到 1992 年,Allen 及其同事发现了拉盖尔-高斯光束具有 OAM 特性<sup>[1]</sup>,研究者们才开始对具有 OAM 特性的光束的基础理论进行研究<sup>[2-8]</sup>。OAM 光束可以应用在各个不同的领域,如光学镊子和光学扳手、螺旋相差显微技术、天体和太空物理学以及三维成像技术等<sup>[9-10]</sup>。近十年,部分文献对 OAM 的产生方式,在自由空间或大气中的传输、串扰以及接收检测的理论、仿真和实验进行了相关报导<sup>[11-13]</sup>。

但是,OAM 光束一直被认为不适合在光纤中传输,直到 2011 年,文献[14-15]提出了涡旋(vortex)光纤的结构并分别进行了 0.9 km 和 1.1 km 的传输实验,证明了 OAM 模式在光纤中传输的可能性。另外,2012 年华中科技大学的王剑组在文献[16]中提出了环状光纤(ring fiber)的基本结构,并对该结构进行了设计。2013 年,又通过仿真及实验实现,表明环状光纤同样适合传输具有 OAM 的光束<sup>[17]</sup>。2014 年,文献[18]还提出了 19 个环,每个环传输 22 个模式的多环光纤结构,并对该光纤的弯曲和椭圆率性能进行了仿真分析。文献[19]利用 3D 打印技术设计实现了螺旋相位板,证明了太赫兹传输速率下 OAM 的通信基本功能,并分别进行了自由空间中频谱效率为 95.7 bit/(s/Hz)和 1.1 km 光纤中 1.6 Tbit/s 的 OAM 传输实验。在 OAM 产生方面,2012 年中山大

学余思远组在硅基光波导芯片上首次集成了“涡旋光束”发射器件阵列<sup>[20]</sup>。2013 年,Cai 等<sup>[21]</sup>完成了具有角向光栅结构的微型谐振器的集成光学涡旋光束发射器的理论模型。文献[22]还展示了一种可以产生回音壁模式的新型圆柱形光学涡旋光束发射器。

绝大部分文献在对具有 OAM 的光束进行分析时基本使用的都是拉盖尔-高斯模式,本文理论分析表明,高阶拉盖尔-高斯模式在阶跃折射率光纤中传输时存在发散角逐渐增大的问题,而高阶贝塞尔模式<sup>[22-24]</sup>同样具有轨道角动量特性,且没有发散角问题。因此提出了一种基于高阶贝塞尔模式的 OAM 光束在光纤中的传输方案,给出了光纤中可以传输的模式,并进行了仿真验证。

## 2 理论推导

### 2.1 拉盖尔-高斯光束的轨道角动量及密度矩阵

根据文献[25],在近轴范围内光束的坡印亭矢量对时间的平均值为

$$\mathbf{S} = \frac{\epsilon_0 c^2}{4} \langle \mathbf{E} \times \mathbf{B}^* + \mathbf{E}^* \times \mathbf{B} \rangle = \frac{\epsilon_0 \omega}{4} [i(u \nabla u^* - u^* \nabla u) + 2k |u|^2 \hat{z}], \quad (1)$$

式中  $c$  为真空中的光速, $\epsilon_0$  为真空中的介电常数, $\omega$  为角频率, $\mathbf{k}$  为波矢量, $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{B}$  分别为光束的电场强度和磁感应强度, $u$  为光束的模场分布。

光束的轨道角动量密度可以表示为

$$L_z = (\mathbf{r} \times \mathbf{S})_z. \quad (2)$$

假设拉盖尔-高斯光束的模场分布为<sup>[1]</sup>

$$u_{pl}(r, \varphi, z) = \frac{C}{(1 + z^2/z_0^2)^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right]^l L_p^l \left[ \frac{2r^2}{w^2(z)} \right] \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left[\frac{-ikr^2}{2(z^2 + z_0^2)}\right] \cdot \exp\left[i(2p + l + 1) \tan^{-1} \frac{z}{z_0}\right] \exp(-i\ell\varphi), \quad (3)$$

式中  $C$  为常数, $l$  为拓扑核,表示在角向上发生相位跳变的次数, $p$  为径向上与模场极值个数有关的参数, $L_p^l$  为拉盖尔多项式, $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_0)^2}$ ,瑞利尺寸  $z_0 = \frac{1}{2}kw_0^2 = \frac{n\pi w_0^2}{\lambda}$ , $w_0$  为束腰半径, $n$  为介质中的折射率, $k$  为波数。

将(3)式代入(1)式和(2)式,通过求解,可以得到拉盖尔-高斯光束的轨道角动量密度为

$$L_z = (\mathbf{r} \times \mathbf{S})_z = \frac{-\epsilon_0 \omega C^2}{2(1 + z^2/z_0^2)} \left[ \frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right]^{2l} \left\{ L_p^l \left[ \frac{2r^2}{w^2(z)} \right] \right\}^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) = \frac{-\epsilon_0 \omega C^2}{2} |u_{pl}^2|, \quad (4)$$

式中  $|u_{pl}|^2 = \frac{C^2}{(1 + z^2/z_0^2)} \left[ \frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right]^{2l} \left\{ L_p^l \left[ \frac{2r^2}{w^2(z)} \right] \right\}^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right)$ , 为拉盖尔-高斯光束的强度。

因此, $l \neq 0$  的高阶拉盖尔-高斯光束携带有

OAM,而且由于不同的  $l$  值对应的模式之间相互正

交,所以轨道角动量可以用作光纤通信系统中的另一个复用维度。理论上讲,由于  $l$  可以取任意整数,所以 OAM 复用能够使光纤通信系统的传输容量增加很多倍。但是在折射率分布均匀的介质中,高阶拉盖尔-高斯光束具有一定的发散角<sup>[26]</sup>,其发散角为

$$\theta_{pl} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{\omega(z)}{z} = \sqrt{2p+l+1} \frac{\lambda}{n\pi\omega_0}, \quad (5)$$

式中  $\lambda$  为波长,  $n$  为介质的折射率。

若以光纤中的工作波长 1550 nm 为例,取典型拉盖尔-高斯光束的束腰半径为 0.05 mm,则发散角为

$$\theta_{pl} = 0.01 \sqrt{2p+l+1}. \quad (6)$$

可见,随着  $p$  和  $l$  的增大,发散角也越来越大,因此拉盖尔-高斯光束的阶数越高,越不适合在阶跃折射率光纤传输。

## 2.2 高阶贝塞尔光束的轨道角动量密度

高阶贝塞尔光束在阶跃折射率光纤中的模场分布为

$$u(r, \varphi, z) = A_0 J_l(k_r r) \exp(-ik_z z) \exp(il\varphi), \quad (7)$$

式中  $A_0$  为常数,  $J_l$  为第一类  $l$  阶贝塞尔函数,  $k_r$  和  $k_z$  分别为波矢量在径向和轴向的分量。

将(7)式代入(1)式得

$$\mathbf{S} = \frac{\epsilon_0 \omega}{4} \left[ \frac{2lA_0^2}{r} J_l^2(k_r r) \hat{\varphi} + 2(k - k_z) A_0^2 J_l^2(k_r r) \hat{z} \right]. \quad (8)$$

所以高阶贝塞尔光束的轨道角动量密度为

$$L_z = (\mathbf{r} \times \mathbf{S})_z = \frac{\epsilon_0 \omega l A_0^2}{2} J_l^2(k_r r) = \frac{\epsilon_0 \omega l}{2} |u|^2, \quad (9)$$

式中  $|u|^2 = u \cdot u^* = A_0^2 J_l^2(k_r r)$  为贝塞尔光束的强度。

所以,  $l \neq 0$  的高阶贝塞尔光束同样携带 OAM, 并且由(7)式可知贝塞尔光束是一类无衍射的光波,其光强分布在传播过程中保持不变,是阶跃折射率光纤在柱坐标系下的本征模式<sup>[27]</sup>,因此为阶跃折射率光纤中最适合传输的 OAM 模式。

## 3 仿真及结果分析

由(7)式可以很明显的看出,高阶贝塞尔光束的模场分布是环状的,因此可以利用折射率为环状分布的光纤结构来实现该 OAM 模式的传输。

### 3.1 满足 OAM 模式的传输条件的光纤结构

首先对光纤的结构进行设计,使其满足 OAM 模式的传输条件。设光纤的内径  $r_1 = 4 \mu\text{m}$ , 外径

$r_2 = 5 \mu\text{m}$ , 包层半径为  $r_3 = 62.5 \mu\text{m}$ , 半径介于  $r_1$  和  $r_2$  之间的光纤环中折射率为  $n_1 = 1.5$ , 其他区域折射率为  $n_2 = 1.440$ , 并且取光纤的工作波长为 1550 nm。图 1 为光纤横截面的折射率分布图。

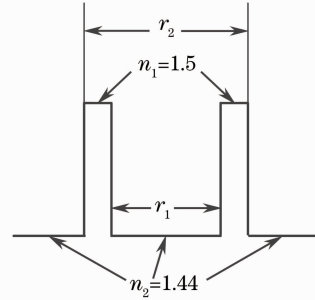


图 1 光纤横截面的折射率分布图

Fig. 1 Refractive index distribution in cross section of fiber

首先分别求得内径  $r_1$  和外径  $r_2$  对应的归一化频率  $V_1, V_2$  为

$$V_1 = \frac{2\pi r_1}{\lambda} \sqrt{n_2^2 - n_1^2} = 6.81,$$

$$V_2 = \frac{2\pi r_2}{\lambda} \sqrt{n_2^2 - n_1^2} = 8.51,$$

由于设计的光纤在  $r_1$  和  $r_2$  之间的环状范围内折射率较大,所以在该环状范围内存在可以传输的导模,且导模的数目由介于  $V_1$  和  $V_2$  之间的各阶贝塞尔函数的根决定。

### 3.2 基于高阶贝塞尔函数的 OAM 模式仿真分析

图 2 给出了 Bessel 函数曲线,可以看出,各阶 Bessel 函数介于  $V_1 = 6.81$  和  $V_2 = 8.51$  之间的根有  $J_1 = 0$  的第二个非零根 7.016,  $J_4 = 0$  的第一个非零根 7.588 和  $J_2 = 0$  的第二个非零根 8.417,其分别对应的模式为  $LP_{22}$  模 ( $EH_{12}$  和  $HE_{32}$  模的简并),  $LP_{31}$  模 ( $EH_{41}$  和  $HE_{61}$  模的简并) 以及  $LP_{32}$  模 ( $EH_{22}$  和  $HE_{42}$  模的简并),而每一个 LP 模又可以分为 LP-a 和 LP-b 两个相互正交的模式,即 EH(或 HE)-a 和 EH(或 HE)-b 模式。这说明共有 6 个具有 OAM 的模式可以在该环状光纤中传输。图 3、图 4 和图 5 给出仿真得到的这 6 个 OAM 模式的强度及相位分布图。

由于  $EH_{(l-1),m}$  和  $HE_{(l+1),m}$  的模场都是由特征方程  $J_l(x) = 0$  确定的,其强度及相位分布都是一样的,它们对应于角动量拓扑荷为  $l$  的 OAM 模式,图 3~5 的仿真结果也证明了这一点。并且由图 3~5 可以看出高阶贝塞尔光束的强度分布为环状,相位在一个周期内跳变  $l$  次。

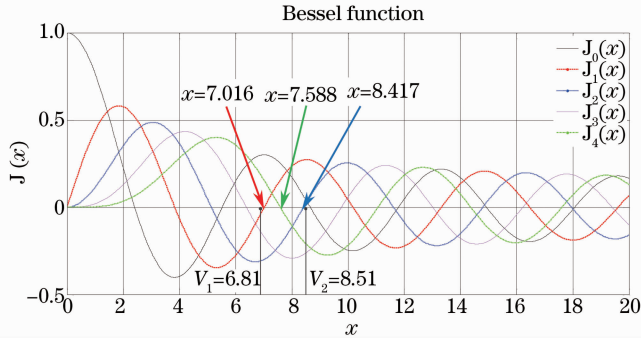


图 2 贝塞尔函数的根与归一化频率  $V$  的对应关系图

Fig. 2 Diagram of relationship between  $V$  and the roots of Bessel function

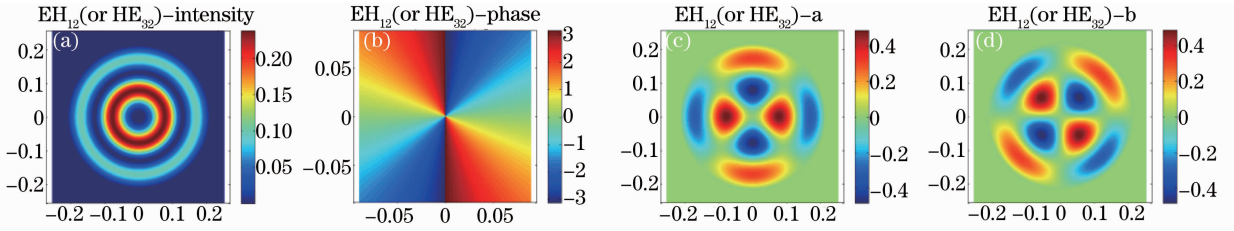


图 3 (a)和(b)为  $\text{EH}_{12}$  或  $\text{HE}_{32}$  模场  $E_z$  的强度和相位分布;(c)  $\text{EH}_{12}$  (或  $\text{HE}_{32}$ )-a 和(d)  $\text{EH}_{12}$  (或  $\text{HE}_{32}$ )-b 的强度分布

Fig. 3 (a) Intensity and (b) phase distributions of  $\text{EH}_{12}$  or  $\text{HE}_{32}$  mode and intensity distributions of

(c)  $\text{EH}_{12}$  (or  $\text{HE}_{32}$ )-a and (d)  $\text{EH}_{12}$  (or  $\text{HE}_{32}$ )-b modes

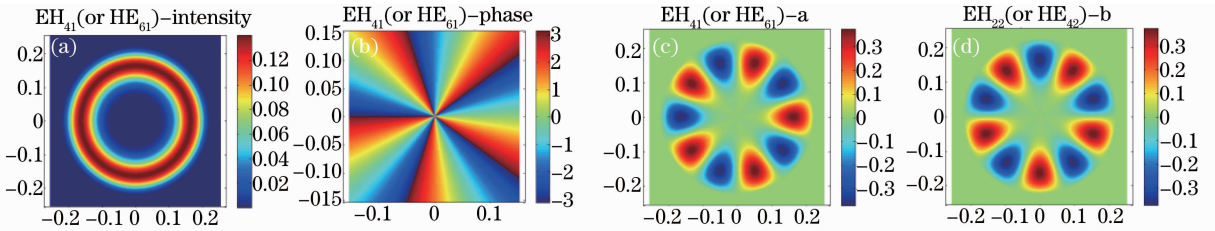


图 4 (a)和(b)为  $\text{EH}_{41}$  或  $\text{HE}_{61}$  模场  $E_z$  的强度和相位分布;(c)  $\text{EH}_{41}$  (或  $\text{HE}_{61}$ )-a 和(d)  $\text{EH}_{41}$  (或  $\text{HE}_{61}$ )-b 的强度分布

Fig. 4 (a) Intensity and (b) phase distributions of  $\text{EH}_{41}$  or  $\text{HE}_{61}$  mode and intensity distributions of

(c)  $\text{EH}_{41}$  (or  $\text{HE}_{61}$ )-a and (d)  $\text{EH}_{41}$  (or  $\text{HE}_{61}$ )-b modes

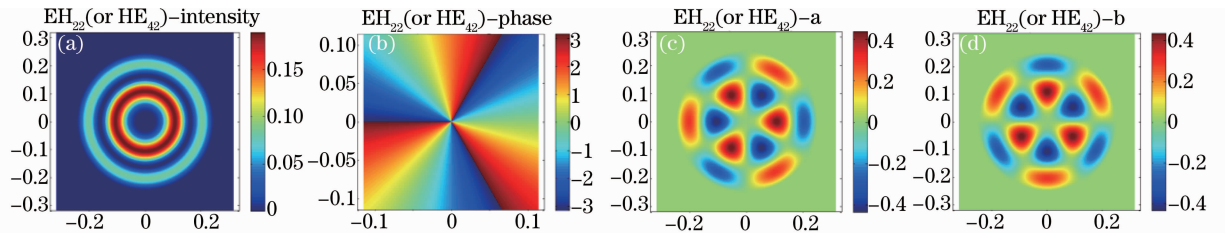


图 5 (a)和(b)为  $\text{EH}_{22}$  或  $\text{HE}_{42}$  模场  $E_z$  的强度和相位分布;(c)  $\text{EH}_{22}$  (或  $\text{HE}_{42}$ )-a 和(d)  $\text{EH}_{22}$  (或  $\text{HE}_{42}$ )-b 的强度分布

Fig. 5 (a) Intensity and (b) phase distributions of  $\text{EH}_{22}$  or  $\text{HE}_{42}$  mode and intensity distributions of

(c)  $\text{EH}_{22}$  (or  $\text{HE}_{42}$ )-a and (d)  $\text{EH}_{22}$  (or  $\text{HE}_{42}$ )-b modes

### 3.3 折射率环状分布光纤的结构参数对传输的 OAM 模式的影响

图 6(a)和(b)分别给出了在折射率  $n_1$  和  $n_2$  不变的情况下,光纤中的模式数目随内径  $r_1$  和外径  $r_2$  的变化趋势。由图 6(a)可见,当保持相等的环状间距,即  $r_1$  和  $r_2$  的差值为定值时,在半径不是很大的

情况下,光纤中可以传输的模式并不随着  $r_1$  的增大而一直增大。而从图 6(b)可以看出当保持  $r_1$  不变时,随着  $r_2$  增大,光纤中可以传输的模式逐渐增大,因为此时  $V_1$  保持不变,但  $V_2$  在增大,则在  $V_1$  和  $V_2$  之间的贝塞尔函数的根的数目增大。

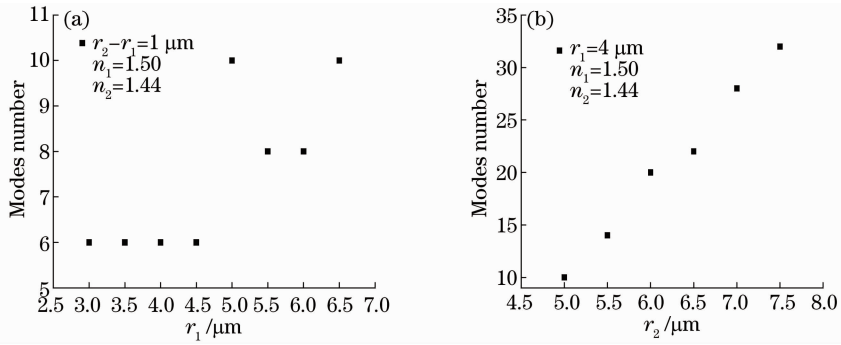


图 6 光纤中的模式数目随(a)内径  $r_1$  ( $r_2 - r_1 = 1 \mu\text{m}$ )和(b)外径  $r_2$  ( $r_1 = 4 \mu\text{m}$ )的变化  
Fig. 6 Number of OAM modes varies with (a) the inner diameter  $r_1$  ( $r_2 - r_1 = 1 \mu\text{m}$ ) and (b) the outer diameter  $r_2$  ( $r_1 = 4 \mu\text{m}$ )

图 7(a)为  $V_1 = 5.1$  ( $r_1 = 3 \mu\text{m}$ ), 且保持折射率分布不变时, 光纤中可以传输的模式数目随  $V_2$  的变化趋势, 结果表明随  $V_2$  增大, 模式数目在增大。图 7(b)为  $V_2 = 17.1$  ( $r_2 = 10 \mu\text{m}$ ), 且保持折射率分

布不变时, 光纤中可以传输的模式数目随  $V_1$  的变化趋势, 结果表明随  $V_1$  增大, 即随着  $V_1$  和  $V_2$  之间的区间的减小, 模式数目也在减少。

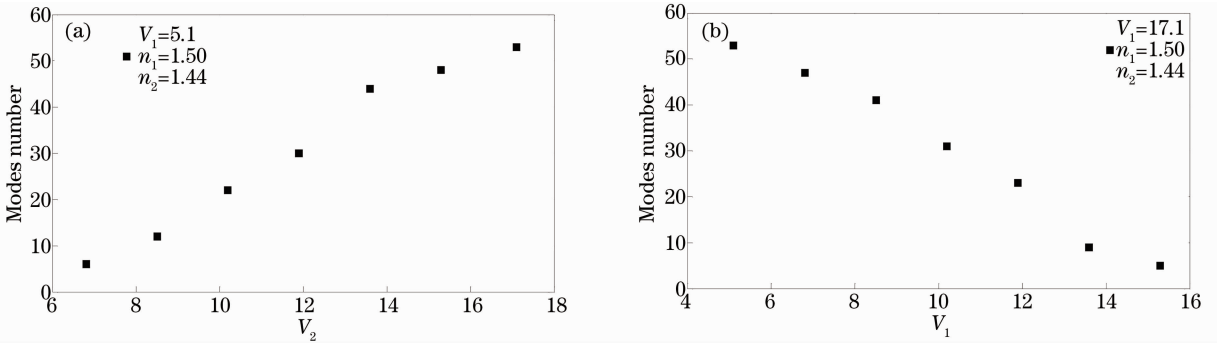


图 7 (a) 光纤中的模式数目随  $V_2$  ( $r_1 = 3 \mu\text{m}$ )和(b)  $V_1$  ( $r_2 = 10 \mu\text{m}$ )的变化  
Fig. 7 Number of OAM modes varies with (a)  $V_2$  ( $r_1 = 3 \mu\text{m}$ ) and (b)  $V_1$  ( $r_2 = 10 \mu\text{m}$ )

由以上理论分析和仿真结果可见, 折射率环状分布的光纤中的导模数目并不单纯依赖于某一个结构参数, 而是取决于内环和外环的归一化频率, 即  $V_1$  和  $V_2$  之间的贝塞尔函数的根的个数。

## 4 结 论

理论推导出高阶贝塞尔光束具有 OAM, 并提出了一种适合基于高阶贝塞尔光束的 OAM 模式传输的折射率为环状分布的光纤结构, 仿真得出该光纤中存在的 OAM 模式的强度分布图和相位分布图, 表明模式  $\text{EH}_{(l-1),m}$  和  $\text{HE}_{(l+1),m}$  的模场都是由特征方程  $J_l(x) = 0$  确定的, 它们对应于角动量拓扑荷为  $l$  的模式。最后通过对光纤结构参数的仿真分析, 结果表明, 光纤中可以传输的 OAM 模式取决于该光纤内径和外径分别对应的归一化频率  $V_1$  和  $V_2$  区间内所有阶贝塞尔函数的根。

## 参 考 文 献

- 1 L Allen, M W Beijersbergen, R J C Spreeuw, *et al.*. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. *Phys Rev A*, 1992, 45(11): 8185–8189.
- 2 A Picon, J Mompert, J R Vázquez de Aldana, *et al.*. Photoionization with orbital angular momentum beams[J]. *Opt Express*, 2010, 18(4): 3660–3671.
- 3 Zhang Jin, Luo Zhaoming, Luo Hailu, *et al.*. Steering asymmetric spin splitting in photonic spin Hall effect by orbital angular momentum[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(11): 1126002.  
张 进, 罗朝明, 罗海陆, 等. 利用轨道角动量操控光子自旋霍尔效应中的非对称自旋分裂[J]. *光学学报*, 2013, 33(11): 1126002.
- 4 Liu Man. Novel method to detect the orbital angular momentum in optical vortex beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(3): 0326002.  
刘 曼. 探测涡旋光束轨道角动量的新方法[J]. *光学学报*, 2013, 33(3): 0326002.
- 5 Yang Shuangyan, Wang Tingting, Li Chunfang. Angular momentum characteristics of cylindrical vector beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(6): 0626002.  
杨双燕, 王婷婷, 李春芳. 柱矢量光束的角动量性质[J]. *光学学*

- 报, 2012, 32(6): 0626002.
- 6 Li Donghua, Pu Jixiong, Wang Xiqing. Optical torques upon a micro object illuminated by a vortex beam[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(s1): s102012.  
李东华, 蒲继雄, 王喜庆. 涡旋光束照射下特殊形状微型物体所受的力矩[J]. 中国激光, 2012, 39(s1): s102012.
- 7 L Shi, L Tian, X Chen. Characterizing topological charge of optical vortex using non-uniformly distributed multi-pinhole plate [J]. Chin Opt Lett, 2012, 10(12): 120501.
- 8 U D Jentschura, V G Serbo. Generation of high-energy photons with large orbital angular momentum by backscattering[J]. Phys Rev Lett, 2011, 106(1): 013001.
- 9 Lorenzo Marrucci, Ebrahim Karimi, Sergei Slussarenko, *et al.*. Spin-to-orbital conversion of the angular momentum of light and its classical and quantum applications[J]. J Optics, 2011, 13(6): 064001.
- 10 A M Yao, M J Padgett. Orbital angular momentum: Origins, behavior and applications[J]. Adv Opt Photon, 2011, 3(2): 161–204.
- 11 Jaime A Anguita, Mark A Neifeld, Bane V Vasic. Turbulence-induced channel crosstalk in an orbital angular momentum-multiplexed free-space optical link[J]. Appl Opt, 2008, 47(13): 2414–2429.
- 12 J Wang, Jeng-Yuan Yang, Ifan M Fazal, *et al.*. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing[J]. Nat Photon, 2012, 6(7): 488–496.
- 13 Hao Huang, Guodong Xie, Yan Yan, *et al.*. 100 Tbit/s free-space data link enabled by three-dimensional multiplexing of orbital angular momentum, polarization and wavelength[J]. Opt Lett, 2014, 39(2): 197–200.
- 14 Nenad Bozinovic, Poul Kristensen, Siddharth Ramachandran. Are orbital angular momentum (OAM/Vortex) states of light long-lived in fibers? [C]. Laser Science, San Jose, 2011, LWL3.
- 15 Nenad Bozinovic, Siddharth Ramachandran, Misha Brodsky, *et al.*. Record-length transmission of photons entangled in orbital angular momentum(OAM)[C]. Frontiers in Optics, San Jose, 2011, PDPB1.
- 16 Y Yue, Y Yan, N Ahmed, *et al.*. Mode properties and propagation effects of optical orbital angular momentum (OAM) modes in a ring fiber[J]. IEEE Photon J, 2012, 4(2): 535–543.
- 17 S Li, J Wang. Multi-orbital-angular-momentum multi-ring fiber for high-density space-division multiplexing[J]. IEEE Photon J, 2013, 5(5): 7101007.
- 18 S Li, J Wang. A compact trench-assisted multi-orbital-angular-momentum multi-ring fiber for ultrahigh-density space-division multiplexing (19 rings  $\times$  22 modes) [J]. Sci Rep, 2014, 4(3853): 1–8.
- 19 J Wang, A Willner. Using orbital angular momentum modes for optical transmission [C]. Optical Fiber Communication Conference, 2014, W4J. 5.
- 20 X Cai, J Wang, M J Strain, *et al.*. Integrated compact optical vortex beam emitters[J]. Science, 2012, 338(6105): 363–366.
- 21 J Zhu, X Cai, Y Chen, *et al.*. Theoretical model for angular grating-based integrated optical vortex beam emitters[J]. Opt Lett, 2013, 38(8): 1343–1345.
- 22 X Cai, J Wang, M Strain, *et al.*. Integrated emitters of cylindrically structured light beams[C]. IEEE 15th International Conference on Transparent Optical Networks (ICTON), 2013, 1–4.
- 23 Chen Feinan, Chen Jingjing, Zhao Qi, *et al.*. Properties of high order Bessel Gaussian beam propagation in non-Kolmogorov atmosphere turbulence [J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(9): 0913001.  
陈斐楠, 陈晶晶, 赵琦, 等. 高阶贝塞尔高斯光束在非柯尔莫哥诺夫大气中的传输特性[J]. 中国激光, 2012, 39(9): 0913001.
- 24 Huang Yan, Ye Hong'an, Gao Laixu, *et al.*. New method of generation vectorial polarized beams[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(4): 0402004.  
黄妍, 叶红安, 高来勛, 等. 矢量偏振光束产生新方法[J]. 中国激光, 2012, 39(4): 0402004.
- 25 Igor A Litvin, Angela Dudley, Andrew Forbes. Poynting vector and orbital angular momentum density of superpositions of Bessel beams[J]. Opt Express, 2011, 19(18): 16760–16771.
- 26 Lü Baida, Laser Optics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2003. 105.  
吕百达. 激光光学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003. 105.
- 27 Gu Wanyi. Optical Fiber Communication System[M]. Beijing: Beijing University of Post and Telecommunication Post, 2003. 23–32.  
顾畹仪. 光纤通信系统[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2003. 23–32.

栏目编辑: 王晓瑛