

基于逐点扫描的波前数据重构

刘章文 谢川林 刘七华 袁学文

(中国工程物理研究院应用电子学研究所高能激光科学与技术重点实验室, 四川 绵阳 621900)

摘要 提出一种对孔径网格逐点扫描重构波前的方法。该方法基于 Hudgin 模型,在孔径阵列的对角线上选取 P 个已知参考点。每个参考点都按行扫描计算得到一个波面,按列扫描又得到一个波面,这样 P 个参考点得到 $2P$ 个波面,对这 $2P$ 个波面求平均即为重构波面。对如何选择参考点进行了介绍,并说明选择高低坐标对称搭配的参考点为佳。建立了波面相位误差估算模型,并从理论上推出波面重构误差随参考点的增加而改善。对新方法进行了实验验证,与传统的矩阵求逆方法进行比较,结果表明,两种方法效果相当,但新方法计算量更小,具有较强的实用性。

关键词 激光光学; 自适应光学; 波前重构; 扫描方法

中图分类号 TN247 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.1102007

Wave-Front Reconstruction Based on Point-by-Point Scanning

Liu Zhangwen Xie Chuanlin Liu Qihua Yuan Xuewen

(Key Laboratory of Science and Technology on High Energy Laser, Institute of Applied Electronic, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900, China)

Abstract By scanning each mesh point of the wave-front, a kind of wave-front reconstruction method is proposed. Based on Hudgin model, the known P reference points are chosen at the diagonal of aperture array. For each reference point, one wave-front is obtained by scanning row data of the array, and another wave-front is obtained by scanning column data of the array. So, $2P$ wave-fronts are obtained for the P reference points. The average of the $2P$ wave-fronts is the required. How to choose reference point is introduced. It leads to that the high-low coordinates symmetrical arrange reference points are optimum selection. An error estimation model of wave-front is made. It is concluded that wave-front error is improved as the number of reference point increases. Experiments are performed for the new method and the traditional matrix inversion method. The result of experiments shows that the two methods have equivalent effect, and the new method has less amount of calculation and better practicability.

Key words laser optics; adaptive optics; wave-front reconstruction; scanning method

OCIS codes 110.1080; 110.7348; 140.3535; 080.1753

1 引言

自适应光学系统的目的是控制光束质量,而波面相位是影响光束质量的重要因素^[1-2],波面的实时在线监测是自适应光学系统的关键之一。探测波面的关键点在于波前传感和波前重构^[3-10]。波前重构通常分为区域法^[3-6]和模式法^[7-8]。区域法通过相位斜率的测量来拟合特定子孔径上的波前;模式法将波前分解为一个正交多项式组,多项式的系数通过测量相位斜率得到,如用于重构圆形区域的 Zernike 多项式^[7]和重构方形区域的 Z-square 正交

多项式^[8]。

尽管模式法对面拟合比较准确,但计算比较复杂,在实时要求较高、保证精度时,区域法应优先考虑。特别是文献[6]对区域法的 Fried^[3]和 Southwell^[5]两种模式采用迭代法重构波面进行了讨论,从重构精度上得出 Fried 模式更适合于波前重构,但 Fried 模式达到 10^{-6} 量级的精度时要迭代 106 次,其最后的精度取决于收敛条件。目前区域法中比较常用的方法是矩阵直接求逆法,通过最小二乘范数逼近的方法解一个大矩阵,虽然计算速度

收稿日期: 2014-06-03; 收到修改稿日期: 2014-06-10

基金项目: 国家自然科学基金(60890201)

作者简介: 刘章文(1968—),男,博士,高级工程师,主要从事自适应光学及信号处理应用技术等方面的研究。

E-mail: 625692083@qq.com

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 www.opticsjournal.net

比迭代法快,但计算量仍然较大。

本文在区域法的 Hudgin 模型^[4]基础上,通过选择不同的参考点,提出一种对波前多次逐点扫描来均衡累计误差从而准确重构波前的新方法。该方法以选定的参考网格点为已知点,用 Hudgin 模型按行或列逐点扫描重构出全部波面。该方法主要用在以哈特曼-夏克(H-S)波前传感器^[8-10]为主的波面重构系统中,通过直接处理由波前预处理器传来的孔径斜率而实现,计算简单,仅用很少的乘法运算,且不存在迭代法中的收敛问题。此外,重构出的波面也可以用以分析光学原件表面质量。

2 波前相位数据重构

H-S 波前传感器输出带有光斑阵列的图像,通过计算每个孔径光斑质心偏移即可解算出光斑的相位斜率,该斜率就为波前重构数据的输入。如图 1(a)所示,设 (n, k) 为孔径网格位置,孔径光斑的横向和纵向斜率分别为 $S_{n,k}^x$ 和 $S_{n,k}^y$,相位为 $\Phi_{n,k}$,间距为 h ,阵列维数为 $N \times N$,根据 Hudgin 模型,相邻网格点间相位的关系为

$$\begin{cases} \Phi_{n,k+1} = \Phi_{n,k} + h \cdot S_{n,k}^x \\ \Phi_{n+1,k} = \Phi_{n,k} + h \cdot S_{n,k}^y \end{cases} \quad (1)$$

从(1)式和图 1 的关系可以看出,高坐标的相位仅仅比相邻低坐标的相位横坐标递增一个 $h \cdot S_{n,k}^x$ 因子,纵坐标递增一个 $h \cdot S_{n,k}^y$ 因子。因此理论上,只要知道某一网格点作为参考点,整个波面可通过横向和纵向扫描计算求出。

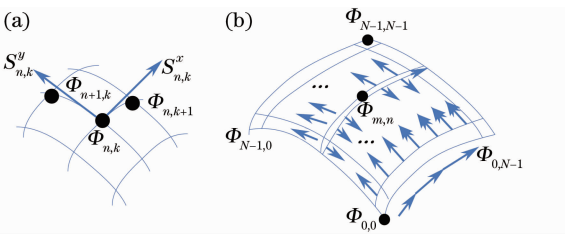


图 1 (a)斜率和(b)波面网格示意图

Fig. 1 Schematic of (a) slope and (b) wave-front mesh

如图 1(b)中对角线上的 $\Phi_{m,m}$ ($0 \leq m \leq N-1$) 点,根据该点,扫描计算第 m 行各点,

$$\Phi_{n,k} = \begin{cases} \Phi_{m,m} - h \cdot \sum_{r=m-1}^k S_{m,r}^x, & k < m \\ \Phi_{m,m} + h \cdot \sum_{r=m+1}^k S_{m,r}^x, & k > m \end{cases}, \quad (2)$$

式中大于 m 的各点的因子是累计加,小于 m 的各点的因子必须是累计减。然后以 m 行为基准,扫描计

算第 k 列,

$$\Phi_{n,k} = \begin{cases} \Phi_{m,k} - h \cdot \sum_{r=m-1}^n S_{r,k}^y, & n < m \\ \Phi_{m,k} + h \cdot \sum_{r=m+1}^n S_{r,k}^y, & n > m \end{cases}. \quad (3)$$

k 列的计算同样以 m 为界,大于 m 为累计加,小于 m 为累计减。这样扫描完各列,一个完整的波面就恢复出来,将该波面记为 Φ_{mx} 。基准点 $\Phi_{m,m}$ 的取值对波面相对面型并无影响,只改变波面整体平移,而波面相对面型只与斜率 $S_{n,k}^x$ 、 $S_{n,k}^y$ 和 h 有关,因此直接取基准点为本点的纵向因子 $h \cdot S_{m,m}^y$ 。

上面求解波面 Φ_{mx} ,只用到了第 m 行的横向斜率 $S_{n,k}^x$ 和其余行的纵向斜率 $S_{n,k}^y$,斜率信息只用了一半。为了利用另一半斜率,纵向逐一恢复第 m 列,

$$\Phi_{n,m} = \begin{cases} \Phi_{m,m} - h \cdot \sum_{r=m-1}^n S_{r,m}^y, & n < m \\ \Phi_{m,m} + h \cdot \sum_{r=m+1}^n S_{r,m}^y, & n > m \end{cases}, \quad (4)$$

在第 m 列基础上,逐列恢复各行,

$$\Phi_{n,k} = \begin{cases} \Phi_{n,m} - h \cdot \sum_{r=m-1}^k S_{n,r}^x, & k < m \\ \Phi_{n,m} + h \cdot \sum_{r=m+1}^k S_{n,r}^x, & k > m \end{cases}. \quad (5)$$

这样又得到一个波面 Φ_{my} ,此时参考点取为本点的横向因子 $h \cdot S_{m,m}^x$ 。

由于是逐点求相位,势必造成计算到后面点的误差累积越来越大。为了补偿该误差,在孔径网格的对角线上再取一个与 m 配对的参考点 n ,并且 m 和 n 必须由高坐标和低坐标对称搭配,即 $m+n=N-1$ (从 0 开始计数),如最后一点 $\Phi_{N-1,N-1}$ 和开始点 $\Phi_{0,0}$ [看图 1(b)]。每个参考点都能根据(2)~(5)式重构出 2 个波面,选择 P 个参考点可得 $2P$ 个波面,对这 $2P$ 个波面求平均即为实求的波面。

理论上,每个波面都是真实的波面,但正是因为逐点扫描产生误差累积,以及每个波面利用斜率信息不全面,使得每个波面有较大的偏差。而所选参考点高低位置对称搭配,使累计加与累计减扫描几率相等,故平均后更能接近真实波面。

(2)~(5)式中的 h 因子完全可以放到累计加或减后一起来乘,所以重构计算只用很少的乘法,次数在 N^2 量级,大部分采用加减运算,计算量大为减少。

3 误差分析

根据(2)式,将第 m 行相位用矩阵表示为

$$\Phi_x^m = [\varphi_{x,0}^m, \varphi_{x,1}^m, \dots, \varphi_{x,N-1}^m] = h \cdot \mathbf{S}_m^x \cdot \mathbf{A}_m^T, \quad (6)$$

式中 \mathbf{S}_m^x 为第 m 行 N 维横向斜率矢量,

$$\mathbf{S}_m^x = [S_{m,0}^x, S_{m,1}^x, S_{m,2}^x, \dots, S_{m,N-1}^x],$$

\mathbf{A}_m 为依赖 m 的 N 维常数矩阵,行和列都以 m 为界,大于等于 m 的三角区域由 1 组成,小于 m 的三角区域由 -1 组成,其余元素为 0。

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} -1 & \cdots & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ -1 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}.$$

由(3)式得 m 点所确定的波面的矩阵表示为

$$\Phi_{mx} = \mathbf{Q}^T \Phi_x^m + h \cdot \mathbf{A}_m \mathbf{R}_m^x, \quad (7)$$

$$\mathbf{R}_m^x = \begin{bmatrix} S_{0,0}^x & \cdots & S_{0,m-1}^x & 0 & S_{0,m+1}^x & \cdots & S_{0,N-1}^x \\ S_{1,0}^x & \cdots & S_{1,m-1}^x & 0 & S_{1,m+1}^x & \cdots & S_{1,N-1}^x \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{N-1,0}^x & \cdots & S_{N-1,m-1}^x & 0 & S_{N-1,m+1}^x & \cdots & S_{N-1,N-1}^x \end{bmatrix}.$$

由(7)式和(9)式得到对 m 参考点的平均实测波面为

$$\Phi_m = (\Phi_{mx} + \Phi_{my})/2. \quad (10)$$

事实上,(1)式是波面的横向和纵向的微分表达式,通过微分理论分析,也可以得到(10)式。

由(6)~(10)式得到实际波面误差为

$$\Delta \Phi_m = h(\mathbf{Q}^T \Delta \mathbf{S}_m^x + \Delta \mathbf{R}_m^x) \mathbf{A}_m^T / 2 + h \mathbf{A}_m (\Delta \mathbf{S}_m^y \mathbf{Q} + \Delta \mathbf{R}_m^y) / 2, \quad (11)$$

式中 m 行和 m 列的斜率误差 $\Delta \mathbf{S}_m^x$ 和 $\Delta \mathbf{S}_m^y$ 由 \mathbf{Q} 向量扩展到整个波面,而矩阵 \mathbf{A}_m 也是累计运算矩阵,这是扫描法的不利因素,但多点选择求平均可以抵消部分误差,特别是高低坐标对称搭配。

假设斜率误差都是加性的 0 均值白噪声,则单独统计 m 行和列上的斜率误差的方差分别为 δ_{mx}^2 和 δ_{my}^2 ,全部横向和纵向斜率误差方差分别为 ϵ_{mx}^2 和 ϵ_{my}^2 ,由(11)式得出波面近似平均方差为

$$\delta_\Phi^2 = \frac{h^2 \cdot (\delta_{mx}^2 + \delta_{my}^2 + \epsilon_{mx}^2 + \epsilon_{my}^2)}{2N^2} \cdot \sum_i \sum_j (\mathbf{A}_m \cdot \mathbf{A}_m^T)_{i,j}. \quad (12)$$

由(12)式看出,波面的相位误差的方差正比于 \mathbf{A}_m 矩阵每个元素的平方和 $\sum (\mathbf{A} \cdot \mathbf{A})$ 。选择多个参考

式中 \mathbf{Q} 为 N 维全 1 向量 $\mathbf{Q} = [1, 1, 1, \dots, 1]$, \mathbf{R}_m^y 为除第 m 行为 0 外的纵向斜率矩阵,

$$\mathbf{R}_m^y = \begin{bmatrix} S_{0,0}^y & S_{0,1}^y & \cdots & S_{0,N-1}^y \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{m-1,0}^y & S_{m-1,1}^y & \cdots & S_{m-1,N-1}^y \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ S_{m+1,0}^y & S_{m+1,1}^y & \cdots & S_{m+1,N-1}^y \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ S_{N-1,0}^y & S_{N-1,1}^y & \cdots & S_{N-1,N-1}^y \end{bmatrix}.$$

同样,由(4)式求得第 m 列相位为

$$\Phi_y^m = [\varphi_{y,0}^m, \varphi_{y,1}^m, \dots, \varphi_{y,N-1}^m]^T = h \cdot \mathbf{A}_m \mathbf{S}_m^y, \quad (8)$$

式中 \mathbf{S}_m^y 为第 m 列 N 维纵向斜率矢量,

$$\mathbf{S}_m^y = [S_{0,m}^y, S_{1,m}^y, S_{2,m}^y, \dots, S_{N-1,m}^y]^T.$$

再由(5)式求得 m 点确定的另一个波面矩阵表示

$$\Phi_{my} = \Phi_y^m \mathbf{Q} + h \cdot \mathbf{R}_m^y \mathbf{A}_m^T, \quad (9)$$

式中 \mathbf{R}_m^y 为除第 m 列为 0 外的横向斜率矩阵,

点求平均能够改善均方特性,图 2 是 \mathbf{A}_m 矩阵随参考点的均方和的平均值(包含所有参考点的矩阵)随参考点的变化关系,显然,参考点的增加对均方误差是有所改善的。

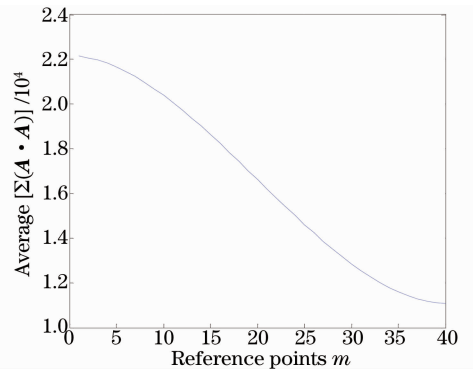


图 2 \mathbf{A}_m 矩阵均方和的平均与参考点数 m 的关系

Fig. 2 Mean sum of square of matrix \mathbf{A}_m versus reference point number m

4 验证实验

实验室现有一套完整光束波面评估和校正系统 AOSystem-ver1.0,其组成如图 3 所示,系统配有 40×40 孔径的 H-S 波前传感器、变形镜、变形镜控制

器以及能直接输出孔径斜率的波前预处理器。变形镜能够达到相对于红外光($\lambda=1064\text{ nm}$) 10λ 的调整动态范围。这里将一个变形镜的反射光束波面作为被测目标。图 4(a)是该波面由 AOSystem-ver1.0 系统通过矩阵求逆法(MIM)重构出的静态波面,其反映了变形镜的静态像差(驱动器电压输出为 0 时的像差),峰谷(PV)值约为 $2.51\ \mu\text{m}$ 。同时将波前预处理器输出的光斑质心斜率导出,作为扫描算法(SNM)的数据输入,选择 12 个参考点重构出波面示于图 4(b),其 PV 值为 $2.63\ \mu\text{m}$,残差(RMS)为 $7.65\times 10^{-4}\lambda$ 。

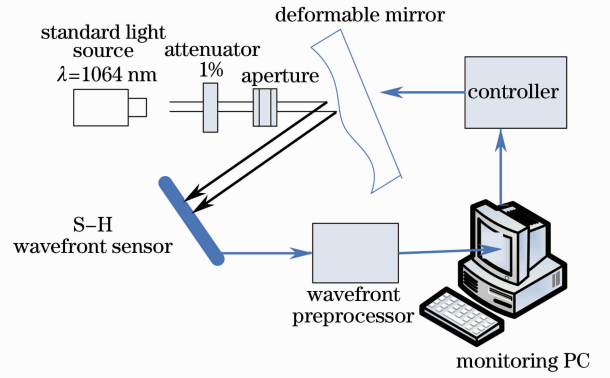


图 3 AOSystem-ver1.0 系统组成

Fig. 3 AOSystem-ver1.0 system configuration

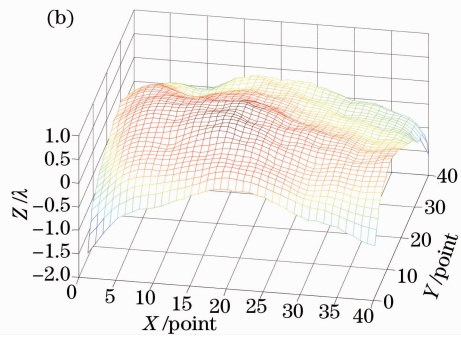
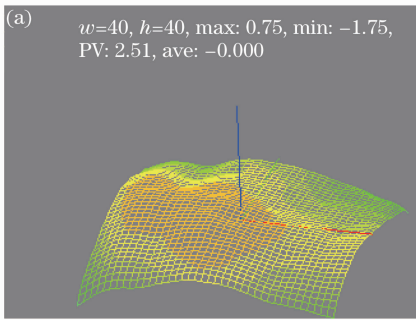


图 4 重构的变形镜静态波面(40×40)。 (a) MIM (PV: $2.51\ \mu\text{m}$); (b) SNM (PV: $2.63\ \mu\text{m}$; RMS: $7.65\times 10^{-4}\lambda$)

Fig. 4 Deformable mirror static wavefront reconstruction (40×40). (a) MIM (PV: $2.51\ \mu\text{m}$);

(b) SNM (PV: $2.63\ \mu\text{m}$; RMS: $7.65\times 10^{-4}\lambda$)

由于矩阵求逆法是比较常用的波面重构法,故用扫描法同它的波面的差(即波面残差)来评估扫描法的波面。求得扫描法的波面残差后,残差的 RMS 值(记为 R_{MS})为

$$R_{MS} = \frac{\sqrt{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} [\Delta\Phi(n,k) - \overline{\Delta\Phi}]^2}}{N \times N}, \quad (13)$$

式中 $\Delta\Phi(n,k)$ 为 (n,k) 网格点的残差, $\overline{\Delta\Phi}$ 为残差的平均值,图 4(b)为计算的 RMS 值。

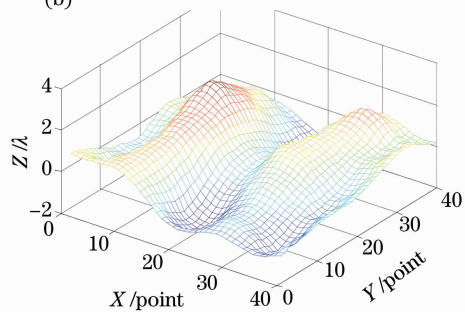
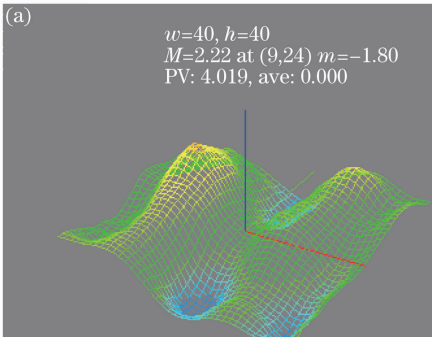


图 5 重构的变形镜动态波面(40×40)。 (a) MIM (PV: $4.02\ \mu\text{m}$); (b) SNM (PV: $4.03\ \mu\text{m}$; RMS: $8.62\times 10^{-4}\lambda$)

Fig. 5 Deformable mirror dynamic wavefront reconstruction (40×40). (a) MIM (PV: $4.02\ \mu\text{m}$);

(b) SNM (PV: $4.03\ \mu\text{m}$; RMS: $8.62\times 10^{-4}\lambda$)

级,波面越复杂,相对残差的 RMS 值越大。因此,可以认为两种方法误差比较接近,但新方法计算量更小,其乘法次数在 N^2 量级,而矩阵求逆法由于是最小二乘范数解,乘法在 N^4 量级。

在波面对角线上多选几个高低对称搭配的参考点,对重构精度有一定的改进,但参考点数大到某个值后继续增加时,精度改进很小,这主要依赖波面形状。图 6 是针对图 4 的波面计算出的相对波面残差的 RMS 随参考点数变化图,可以看出,随参考点的增加,RMS 减小,但在 16 点之后,参考点的增加对精度的贡献不大,这与图 2 的分析是一致的。

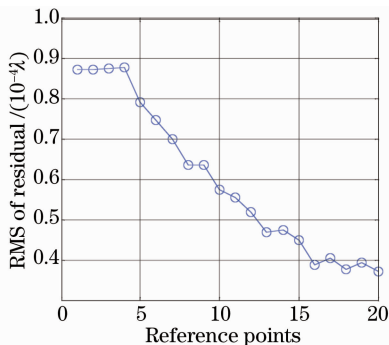


图 6 相对波面残差的均方根与参考点数的关系

Fig. 6 RMS of wavefront residual versus number of reference points

图 6 说明,对称参考点的选择,必须考虑计算速度、波面复杂度和精度之间的平衡,最多点数不超过孔径的维数 N ,即在 $2 \sim N$ 之间选择。当孔径维数为奇数时,由于最中间一个数的对称点就是它本身,所以参考点数可以为奇数。为了计算更快,一个折中的方案是只选择对角线上两个高低对称参考点[例如如图 1(b)中的最后一点 $\Phi_{N-1,N-1}$ 和开始点 $\Phi_{0,0}$],恢复波面后再进行圆滑滤波处理^[11],这样处理后相对于矩阵求逆法重构波面残差的 RMS 对图 4 的实例达到 $10^{-5}\lambda$ 量级。

5 结 论

提出一种在正方形孔径网格对角线上选择高低搭配的参考点,再以参考点为基准并逐点恢复整个波面的方法。由于实测波面是对所有重构波面求平均,所以综合平衡了各个参考波面的误差,是对真实波面的平均逼近。实验结果表明,该方法在实用的动态范围内重构精度同矩阵求逆法相当,且由于计算量很小,具有较强的实用性。

参 考 文 献

- 1 Yan Hong, Luo Zhongxiang, Ye Yidong, *et al.*. Fast wave-front reconstruction and stitching for high definition Hartmann wave-front sensor[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2012, 24(6): 1335-1338.
- 2 颜 宏, 雒仲祥, 叶一东, 等. 高分辨率哈特曼传感器的快速波面重构和拼接[J]. 强激光与粒子束, 2012, 24(6): 1335-1338.
- 3 Liu Lili, Feng Wenjiang, Gao Tianfu, *et al.*. Research on reconstructive precision of Shack-Hartmann wave-front sensor [J]. Journal of Shenyang Normal University (Natural Science), 2012, 30(3): 360-363.
- 4 刘丽丽, 封文江, 高天附, 等. 哈特曼波前探测器波面重构精度研究[J]. 沈阳师范大学学报(自然科学版), 2012, 30(3): 360-363.
- 5 Fried D L. Least-square fitting a wavefront distortion estimate to an array of phase-difference measurements[J]. J Opt Soc Am, 1977, 67(3): 370-375.
- 6 Hudgin R H. Wavefront reconstruction for compensated imaging [J]. J Opt Soc Am, 1977, 67(3): 375-378.
- 7 Southwell W H. Wavefront estimation from wavefront slope measurement[J]. J Opt Soc Am, 1980, 70(8): 998-1006.
- 8 Zhang Qiang, Jiang Wenhan, Xu Bing. Study of zonal wavefront reconstruction adapting for Hartmann-Shack wavefront sensor [J]. High Power Laser and Particle Beams, 1998, 10(2): 229-233.
- 9 张 强, 姜文汉, 许 冰. 用于 Hartmann-Shack 波前探测器的区域法算法研究[J]. 强激光与粒子束, 1998, 10(2): 229-233.
- 10 Li Mengyang, Li Dahai, Wang Qionghua, *et al.*. Wavefront reconstruction with orthonormal polynomials in a square area[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(11): 1108011.
- 11 李萌阳, 李大海, 王琼华, 等. 用方形区域内的标准正交多项式重构波前[J]. 中国激光, 2012, 39(11): 1108011.
- 12 Duan Haifeng, Yang Zeping, Wang Shuqing, *et al.*. Model wavefront reconstruction of Shack-Hartmann sensor on arbitrary area and wavefront expression by Zernike polynomials [J]. Chinese J Lasers, 2002, 29(6): 517-520.
- 13 段海峰, 杨泽平, 王淑青, 等. 夏克-哈特曼传感器任意形状孔径波前的模式重构及 Zernike 多项式描述[J]. 中国激光, 2002, 29(6): 517-520.
- 14 Jiang Yuesong, Wang Sen, Zhao Dazun, *et al.*. Algorithm for wavefront reconstruction of micromachined adaptive optical[J]. Optical Technique, 2001, 27(3): 220-222.
- 15 江月松, 王 森, 赵达遵, 等. 微型自适应光学系统的波前重构算法[J]. 光学技术, 2001, 27(3): 220-222.
- 16 Dai Wanjun, Hu Dongxia, Zhou Wei, *et al.*. Application of cavity deformable mirror in petawatt facility with U-turn reverser [J]. Chinese J Lasers, 2009, 36(11): 2920-2923.
- 17 代万俊, 胡东霞, 周 维, 等. 腔镜位置变形镜波前补偿与实验研究[J]. 中国激光, 2009, 36(11): 2920-2923.
- 18 Liu Zhangwen, Ren Tianyi, Gu Tianxiang. Determination of confidence interval of 3-D data and repair of abnormal data[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2005, 11(4): 597-600.
- 19 刘章文, 任天怡, 古天祥. 3 维数据的置信区间及异常数据的修复[J]. 计算机集成制造系统, 2005, 11(4): 597-600.

栏目编辑:史 敏