

新型大相对孔径 Schwarzschild 光谱成像系统设计

薛庆生 曹佃生 于向阳

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

摘要 为满足高分辨率大相对孔径宽波段高光谱成像仪的要求, 克服 Offner 光谱成像系统中凸面光栅加工的困难和改进型 Czerny-Turner 光谱成像系统相对孔径小的缺点, 提出一种新型的基于平面光栅的大相对孔径 Schwarzschild 光谱成像系统, 根据反射球面罗兰圆理论分析了该系统的像散校正方法, 利用 Matlab 软件编制了初始结构快速计算程序。作为实例, 设计了一个相对孔径为 1/2.5, 工作波段为 400~1000 nm 的 Schwarzschild 光谱成像系统。首先利用自己编制的 Matlab 程序计算初始结构参数, 再利用 Zemax-EE 光学设计软件对该光谱成像系统进行光线追迹和优化设计, 并对设计结果进行分析。结果表明, 在整个工作波段内, 点列图弥散斑的尺寸小于 13 μm , 实现了大相对孔径宽波段像差的同时校正, 在宽波段内获得了良好的成像质量, 满足设计指标要求, 也证明了这种新型 Schwarzschild 光谱成像系统是可行的, 其在航空和航天高光谱遥感领域具有广阔的应用前景。

关键词 光学设计; Schwarzschild 光谱成像系统; 高光谱成像仪; 平面光栅; 罗兰圆

中图分类号 O433.1; TH744.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201441.0116001

Optical Design of Neotype Schwarzschild Spectral Imaging System with a Large Relative Aperture

Xue Qingsheng Cao Diansheng Yu Xiangyang

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China)

Abstract To satisfy the requirement of high-resolution hyperspectral imager with a large relative aperture and a wide spectral region, and to avoid the difficulties of fabricating the convex grating in the Offner spectral imaging system and the problems of low relative aperture in the modified Czerny-Turner spectral imaging system, a neotype Schwarzschild spectral imaging system using planar grating with a large relative aperture is proposed. Based on the Rowland circle theory of the reflective spherical surface, the astigmatism-correcting method of the Schwarzschild spectral imaging system is analyzed. The initial parameters computing program is written using Matlab software. As an example, a Schwarzschild spectral imaging system operating in 400~1000 nm waveband with relative aperture of 1/2.5 is designed. First, the initial parameters are computed using our Matlab program, and then the ray tracing and optimization for the spectral imaging system are carried out with Zemax-EE software. The analyzed results demonstrate that the size of spot diagram is less than 13 μm in the whole working waveband, aberration correction is realized, and good imaging quality is obtained in a wide spectral region with a large relative aperture, which satisfies the requirement of design specifications, and proves the feasibility of the novel Schwarzschild spectral imaging system. It has extensive application prospect in hyperspectral remote sensing field.

Key words optical design; Schwarzschild spectral imaging system; hyperspectral imager; planar grating; Rowland circle

OCIS codes 220.4830; 120.4820; 280.4788

收稿日期: 2013-05-15; **收到修改稿日期**: 2013-07-23

基金项目: 国家自然科学基金(41105014)

作者简介: 薛庆生(1979—), 男, 博士, 副研究员, 硕士生导师, 主要从事光学系统设计、航空、航天遥感成像光谱技术及光谱辐射定标等方面的研究。E-mail: qshxue2006@163.com

1 引 言

高空间分辨率和高光谱分辨率高光谱成像仪(以下简称高分辨率高光谱成像仪)是新一代航空、航天光学遥感仪器,能以高分辨率同时获取目标的空间和光谱信息,在航空和航天光学遥感中正在发挥越来越大的作用^[1-3]。高分辨率高光谱成像仪通常采用推扫的工作方式,一次获得目标的一个条带(穿轨方向)的空间和光谱信息,沿轨方向的空间和光谱信息通过沿飞行器推扫来获得。高光谱成像仪光学系统由望远成像系统和光谱成像系统两部分组成,二者通过入射狭缝连接在一起。目标的条带先经望远成像系统成像在光谱成像系统入射狭缝上,然后再经光谱成像系统色散分波长成像在面阵探测器的不同位置上。

高分辨率高光谱成像仪的光谱分辨率完全取决于光谱成像系统,空间分辨率也与光谱成像系统密切相关。因此,光谱成像系统是高分辨率高光谱成像仪的核心,它采用的光学结构直接影响整个高光谱成像仪的性能、结构复杂程度、重量和体积等^[4-5]。目前较典型的光谱成像系统有 Offner 光谱成像系统^[6]和改进型 Czerny-Turner 光谱成像系统^[7]。Offner 光谱成像系统由两块凹面反射镜和一块凸面光栅组成,由于采用了同心对称原理,因此可以获得较大的相对孔径(1/3)和良好的成像质量,谱线弯曲(Smile)和谱带弯曲(Keystone)^[8]都较小,便于光谱和辐射定标。但凸面光栅制作非常困难,价格昂贵且衍射效率低。传统的 Czerny-Turner 结构由两块球面反射镜和一块平面光栅组成,是单色仪中最常用的光学结构,但因为它在狭缝高度方向存在很大的像散,严重影响沿狭缝高度方向的空间分辨率,一些学者提出了一些改进方法,校正了像散,改进型 Czerny-Turner 光谱成像系统在高光谱遥感中发挥了一定的作用。改进型 Czerny-Turner 光谱成像系统所采用的平面光栅加工工艺成熟,价格低且衍射效率高,但缺点是相对孔径小(小于 1/5)。海洋水色遥感和大气遥感等领域迫切需要高分辨率大相对孔径宽波段高光谱成像仪,因为相对孔径越大,仪器的集光能力就越强,信噪比就越高;仪器的波段越宽,获取的光谱信息越多,可探测的物质的种类就越多。

为满足高分辨率大相对孔径宽波段高光谱成像仪的要求,克服 Offner 光谱成像系统中凸面光栅加工的困难和改进型 Czerny-Turner 光谱成像系统相对孔径小的缺点,提出一种新型的基于平面光栅的大相对孔径 Schwarzschild 光谱成像系统,由

Schwarzschild^[9-10]型准直和成像镜及平面衍射光栅组成,避免了制作困难、价格昂贵的凸面光栅的使用,并获得了大相对孔径。在 Schwarzschild 光谱成像系统中,对成像质量影响最大的是像散,首先根据反射球面罗兰圆理论分析了该系统的像散校正方法,然后,利用 Matlab 软件编制了初始结构计算程序,最后,利用自己编制的 Matlab 程序和 Zemax-EE 光学设计软件设计了一个大相对孔径宽波段 Schwarzschild 光谱成像系统实例,并对设计结果进行了分析与评价。

2 反射球面罗兰圆理论

罗兰圆概念最初是 Beulter^[11]针对凹面衍射光栅提出的,如图 1 所示,入射狭缝中心、凹面衍射光栅顶点和出射狭缝中心(像面中心)均位于以凹面光栅的曲率半径为直径的圆上,这个圆称之为罗兰圆。凹面衍射光栅法线与罗兰圆的直径重合,衍射光栅面在顶点处与罗兰圆相切。罗兰圆有两个特性:首先,罗兰圆上的一个物点,其子午像点也在罗兰圆上;其次,罗兰圆上像点无彗差。

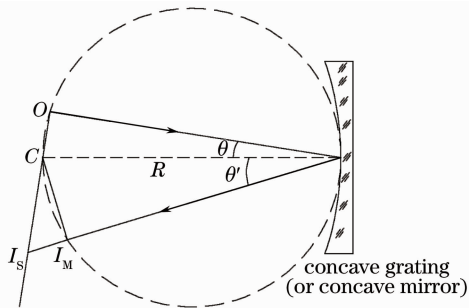


图 1 罗兰圆原理图

Fig. 1 Schematic diagram of Rowland circle

根据凹面光栅理论,入射光线和衍射光线满足光栅方程:

$$\sin \theta + \sin \theta' = mg\lambda, \quad (1)$$

式中 θ 和 θ' 分别为入射角和衍射角, m 为衍射级次, g 为衍射光栅刻线密度, λ 为波长。子午像点满足

$$\frac{\cos^2 \theta}{r} + \frac{\cos^2 \theta'}{r'_M} = \frac{\cos \theta + \cos \theta'}{R}, \quad (2)$$

弧矢像点满足

$$\frac{1}{r} + \frac{1}{r'_S} = \frac{\cos \theta + \cos \theta'}{R}, \quad (3)$$

式中 R 为凹面衍射光栅的曲率半径, r 、 r'_M 和 r'_S 分别为主光线与凹面衍射光栅的交点与物点、子午像点和弧矢像点的距离。

球面反射镜可看作是衍射级次 $m=0$ 时的特殊

情形,若物点位于以球面反射镜曲率半径 R 为直径的圆上,即 $r=R\cos\theta$,则根据(1)~(3)式可知,

$$r'_M = R\cos\theta, \quad (4)$$

$$r'_S = \frac{R\cos\theta}{\cos 2\theta}, \quad (5)$$

这表明,该物点的子午反射像点 I_M 也位于此圆上,以球面反射镜曲率半径 R 为直径的圆称为球面反射镜的罗兰圆。由(5)式可知,弧矢反射像点 I_S 位于物点 O 和曲率中心 C 的连线上。从(4)式和(5)式可知,子午像点和弧矢像点并不重合,由此产生的像散为 $\Delta l'$ 为

$$\Delta l' = r'_S - r'_M = \left(\frac{1}{\cos 2\theta} - 1 \right) R\cos\theta. \quad (6)$$

3 像散校正理论

图2为Schwarzschild光谱成像系统的初始结构原理图,从入射狭缝入射的光束依次经过球面反射镜1和球面反射镜2变成准直光束入射到平面衍射光栅上,经平面衍射光栅色散后再次经过球面反射镜2和球面反射镜1聚焦成像在像面上。与Offner光谱成像系统相比,相当于把Offner光谱成像系统的凸面光栅用一个凸面镜和一个平面光栅来代替。与Offner光谱成像系统像差校正原理类似,也是用一个凹面镜和一个凸面镜组合校正像差,平面光栅起色散作用,不产生像差。从图2可以看出,准直系统和成像系统结构完全相同,均为Schwarzschild结构,因此分析像散校正条件时,只需分析准直系统即可。

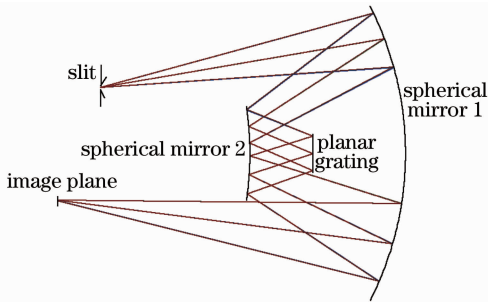


图2 Schwarzschild光谱成像系统初始结构原理图
Fig.2 Schematic diagram of initial configuration for Schwarzschild spectral imaging system

准直系统的结构示意图如图3所示,入射狭缝上的物点以离轴量 h 入射到球面反射镜1上,对球面反射镜1的离轴入射角为 θ_1 ,经球面反射镜1反射后入射到球面反射镜2上,对球面反射镜2的离轴入射角为 θ_2 ,再经球面反射镜2反射后准直出射,球面反射镜1和球面反射镜2共光轴,由几何关系

可知:

$$\theta_2 = 2\theta_1, \quad (7)$$

离轴量 h 为

$$h = R_1 \sin\theta_1, \quad (8)$$

式中 R_1 为球面反射镜1的曲率半径。

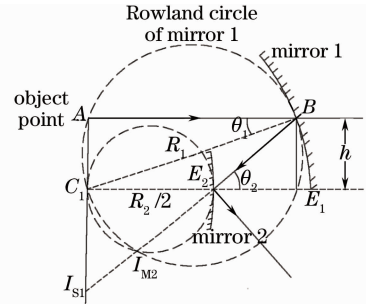


图3 Schwarzschild准直系统结构原理图
Fig.3 Schematic diagram of Schwarzschild collimating system

入射狭缝上的物点到球面反射镜1的入射点的距离 r_1 为

$$r_1 = R_1 \cos\theta_1. \quad (9)$$

根据(6)式,对球面反射镜1离轴入射产生的像散 $\Delta l'_1$ 为

$$\Delta l'_1 = \left(\frac{1}{\cos 2\theta_1} - 1 \right) R_1 \cos\theta_1. \quad (10)$$

根据(2)式,球面反射镜2的子午光线虚物点到球面反射镜2的入射点的距离 r'_{M2} 为

$$r'_{M2} = (R_2/2) \cos\theta_2, \quad (11)$$

式中 R_2 为球面反射镜2的曲率半径。根据(3)式,球面反射镜2的弧矢光线的虚物点到球面反射镜2的入射点的距离 r'_{S2} 为

$$r'_{S2} = (R_2/2) / \cos\theta_2, \quad (12)$$

对球面反射镜2的离轴入射产生的像散 $\Delta l'_2$ 为

$$\Delta l'_2 = (R_2/2) \left(1 - \frac{1}{\cos\theta_2} \right). \quad (13)$$

要校正像散,就要使反射镜1和反射镜2产生的像散相互抵消,即令

$$\Delta l'_1 + \Delta l'_2 = \left(\frac{1}{\cos 2\theta_1} - 1 \right) R_1 \cos\theta_1 + (R_2/2) \left(1 - \frac{1}{\cos\theta_2} \right) = 0. \quad (14)$$

把(7)式代入(14)式,求解 R_2 得:

$$R_2 = \frac{2R_1 \sin\theta_1}{\sin\theta_2} = R_1 / \cos\theta_1. \quad (15)$$

(15)式即为像散校正条件。图3中,对三角形 BC_1E_2 运用正弦定理得:

$$|C_1E_2| = \frac{R_1 \sin\theta_1}{\sin\theta_2} = R_2/2. \quad (16)$$

根据图 3 中的几何关系, 球面反射镜 1 和球面反射镜 2 之间的距离 d_1 为

$$d_1 = R_1 - R_2/2 = \frac{R_1(2\cos\theta_1 - 1)}{2\cos\theta_1}. \quad (17)$$

把球面反射镜 1 和球面反射镜 2 看作两个相隔距离为 d_1 的透镜, 则总焦距 f' 为

$$f' = \frac{f'_1 f'_2}{f'_1 + f'_2 + d_1}, \quad (18)$$

式中 $f'_1 = -R_1/2$ 为球面反射镜 1 的焦距, $f'_2 = -R_2/2$ 为球面反射镜 2 的焦距。把(15)式和(17)式代入(18)式得:

$$f' = \frac{R_1}{2(\cos\theta_1 - 2)}. \quad (19)$$

平面衍射光栅入射角和衍射角满足光栅方程:

$$\sin\alpha + \sin\beta = m\lambda g, \quad (20)$$

式中 α 和 β 分别为对平面衍射光栅的入射角和衍射角, λ 为衍射波长, g 为光栅刻线密度。(20)式两边对波长 λ 求微分得角色散率 $d\beta/d\lambda$ 为

$$\frac{d\beta}{d\lambda} = \frac{mg}{\cos\beta}. \quad (21)$$

$\lambda_1 \sim \lambda_2$ 波段范围内的光谱辐射在像面上形成的谱段宽度 Δp 为

$$\Delta p = f' \cdot \frac{mg}{\cos\beta} \cdot (\lambda_2 - \lambda_1), \quad (22)$$

衍射级次 m 一般取 1。

4 初始结构的确定

Schwarzschild 光谱成像系统的基本参数是波段范围 $\lambda_1 \sim \lambda_2$ 、 F 数、狭缝长度 $2L$ 和系统色散宽度 Δp 。首先选择衍射级次 m 、衍射角 β 和光栅刻线密度 g , 根据波段范围 $\lambda_1 \sim \lambda_2$ 和色散宽度 Δp , 由(22)式确定准直(聚焦)系统的焦距 f' , 根据(20)式确定平面光栅的入射角 α ; 然后选择球面反射镜 1 的离轴入射角 θ_1 , 根据(19)式求出球面反射镜 1 的曲率半径 R_1 , 最后根据(8)式确定离轴量 h , 根据(15)式确定球面反射镜 2 的曲率半径 R_2 , 根据(17)式确定球面

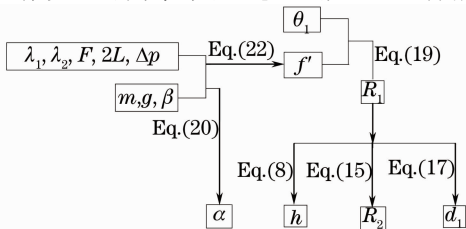


图 4 初始结构参数计算程序框图

Fig. 4 Program block diagram for computing initial structure parameters

反射镜 1 和球面反射镜 2 之间的距离 d_1 。利用 Matlab 软件编制了 Schwarzschild 光谱成像系统的初始结构参数快速计算程序, 程序框图如图 4 所示。

5 设计实例及设计结果分析

5.1 设计实例

根据已论述的像差校正方法, 设计了一个大相对孔径宽波段 Schwarzschild 光谱成像系统, 波段范围 $400 \sim 1000$ nm, 即 $\lambda_1 = 400$ nm, $\lambda_2 = 1000$ nm, 中心波长 $\lambda_c = 700$ nm, 入射狭缝尺寸 13 mm \times 13 μ m, 即 $L = 6.5$ mm, $F = 2.5$, 采用 e2v 公司生产的面阵 CCD 47-20 作为成像探测器, 探测器像面尺寸 13.3 mm \times 13.3 mm, 像素数为 1024 pixel \times 1024 pixel。焦面上色散宽度 $\Delta p = 10$ mm, 光谱分辨率为 0.8 nm。平面光栅选择中国科学院长春光学精密机械与物理研究所光栅中心生产的光栅, 光栅刻线密度 g 为 150 groove/mm, 衍射级次 m 取 1, 衍射角 β 取 38° , 球面反射镜 1 的离轴入射角 θ_1 取 15° 。

利用自己编制的 Matlab 程序计算的初始结构参数如表 1 所示, 将初始结构参数导入光学设计软件 Zemax-EE 中进行光线追迹和优化设计, 优化设计时, 为进一步提高成像质量, 把球面反射镜 1 和球面反射镜 2 非球面化, k_1 和 k_2 分别为反射镜 1 和反射镜 2 的二次曲面常数, 优化设计的光学结构参数如表 1 所示。图 5 为改进型 Schwarzschild 光谱成像系统的光学结构图。

表 1 Schwarzschild 光谱成像系统光学设计参数

Table 1 Optical parameters of Schwarzschild spectral imaging system

Specifications	Initial parameter	Optimized parameter
$\alpha / (^\circ)$	30.71	29.14
R_1 / mm	-181.08	-190.23
R_2 / mm	-187.48	-196.80
h / mm	46.87	46
d_1 / mm	-87.35	90
k_1	0	0.14459
k_2	0	1.96246

5.2 设计结果分析

图 6 为 Schwarzschild 光谱成像系统像面上的点列图, 不同波长、不同视场的点列图弥散斑的几何直径均小于 13 μ m, 表明不同波长和不同视场的像差均得到了良好的校正。

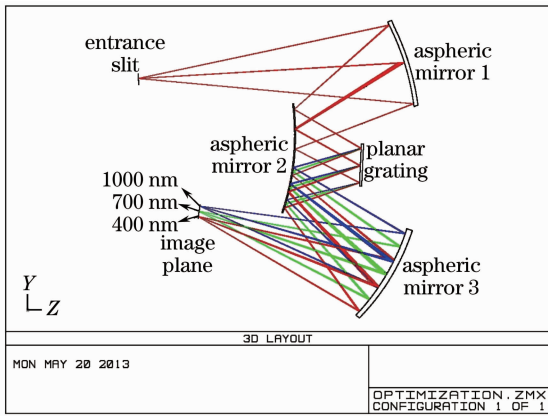


图 5 Schwarzschild 光谱成像系统光学结构图
Fig. 5 Layout of Schwarzschild spectral imaging system

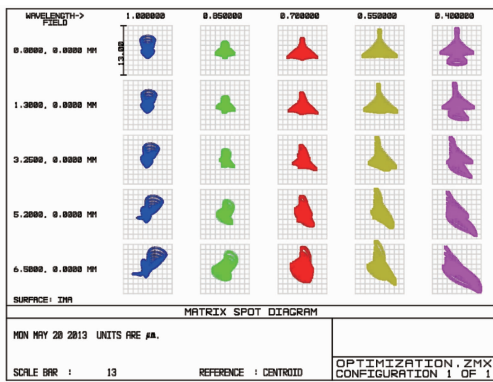


图 6 Schwarzschild 光谱成像系统像面上的点列图
Fig. 6 Spot diagram of Schwarzschild spectral imaging system

图 7 为不同视场的点列图半径的均方根 (RMS) 值随波长的变化关系曲线, 从图 7 可以看出, 在整个工作波段内, 点列图半径的 RMS 值变化不大, 均小于 $2.5 \mu\text{m}$, 小于探测器像元尺寸的一半 ($6.5 \mu\text{m}$)。

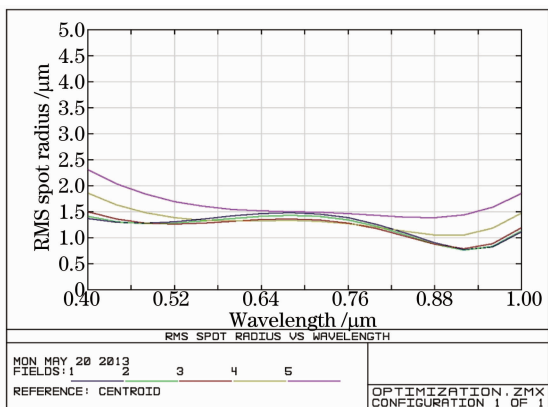


图 7 点列图半径的均方根值随波长的变化关系曲线
Fig. 7 RMS spot radius of versus wavelength

图 8 为不同波长的光学调制传递函数 (MTF) 曲线, 由图 8 可知, 不同波长的 MTF 在探测器的

Nyquist 频率 38.5 lp/mm 处均大于 0.8 , 满足 $f_{\text{MTF}} > 0.5$ 的设计指标要求。图 9 为不同波长的 Smile, 图 10 为不同视场的 Keystone。从图 9 可以看出, Smile 量关于中心视场对称, 随着波长的减小, Smile 量增大, 但最大 Smile 量仅为 4.7% 个像元。从图 10 可以看出, 随着视场的增大, Keystone 量也在增大, 同一视场, 边缘波长的 Keystone 量大于中心波长的 Keystone 量, 最大 Keystone 量小于 1.6% 个像元, 在光谱和辐射定标时可忽略。从分析结果可以看出, Schwarzschild 光谱成像系统在整个工作波段内同时获得了良好的成像质量, 也证明了前文提出的设计方法是可行的。这种新型的基于平

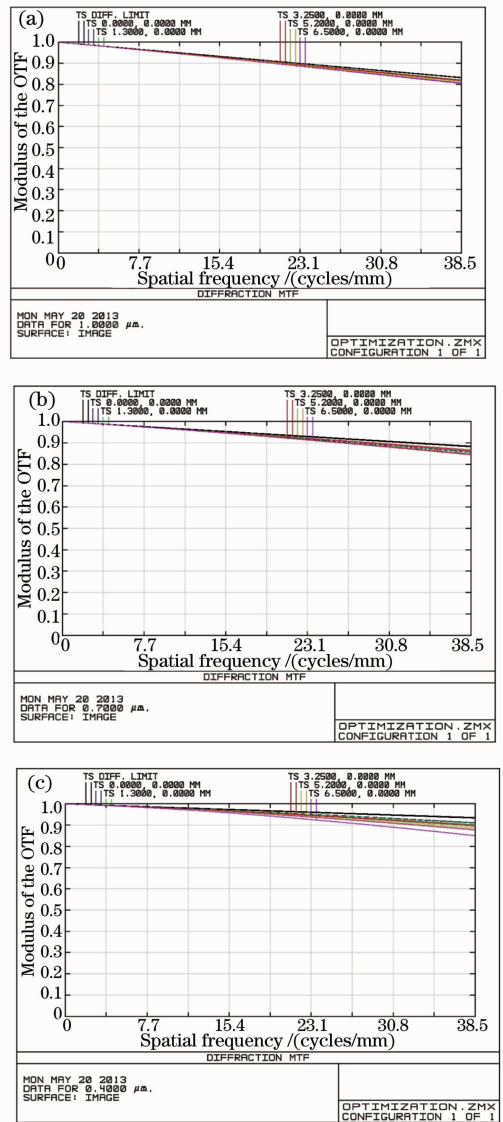


图 8 不同波长的光学传递函数曲线。(a) 边缘波长 1000 nm ; (b) 中心波长 700 nm ; (c) 边缘波长 400 nm
Fig. 8 MTF of different wavelengths. (a) Marginal wavelength 1000 nm ; (b) central wavelength 700 nm ; (c) marginal wavelength 400 nm

面光栅的 Schwarzschild 光谱成像系统在保证大相对孔径的条件下可获得高 MTF, 而且 Smile 和 Keystone 均较小, 便于光谱和辐射定标, 光学系统结构非常紧凑, 体积仅为 $220\text{ mm} \times 210\text{ mm} \times 90\text{ mm}$, 满足高分辨率高光谱成像仪的要求, 并且体积小、质量轻, 适合航空和航天遥感应用。

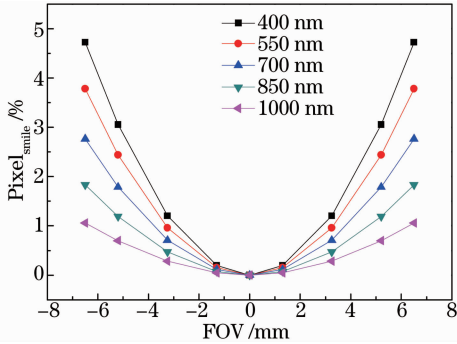


图 9 不同波长的谱线弯曲

Fig. 9 Total smiles for different wavelengths

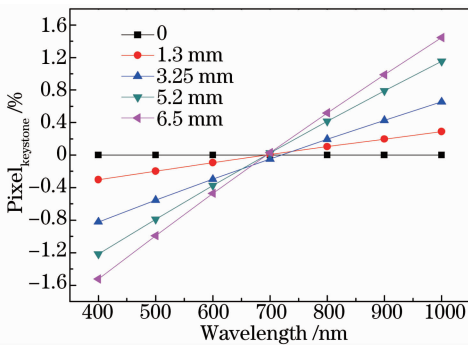


图 10 不同视场的谱带弯曲

Fig. 10 Keystone for different fields of view

6 结 论

为满足大相对孔径宽波段高光谱成像仪的要求, 克服 Offner 光谱成像系统中凸面光栅加工困难和改进型 Czerny-Turner 光谱成像系统相对孔径小的缺点, 提出一种新型的基于平面光栅的大相对孔径 Schwarzschild 光谱成像系统。根据反射球面罗兰圆理论分析了该系统的像散校正方法, 编制了初始结构参数快速计算程序。设计了一个相对孔径为 $1/2.5$, 波段范围为 $400 \sim 1000\text{ nm}$ 的宽波段像差同时校正的 Schwarzschild 光谱成像系统实例, 利用光学设计软件 Zemax-EE 对该光谱成像系统进行了光线追迹和优化设计, 并对设计结果进行分析。分

析结果表明, 在整个工作波段 ($400 \sim 1000\text{ nm}$) 内, 全视场 MTF 均达到 0.8 以上, 实现了宽波段像差同时校正, 在宽波段内获得了良好的成像质量, 完全满足成像质量要求, 也证明了本文提出的新型 Schwarzschild 光谱成像系统是可行的, 为其下一步在航空、航天高分辨率高光谱成像仪中的应用提供了技术指导。

参 考 文 献

- Xue Qingsheng, Huang Yu, Lin Guanyu. Optical system design of wide-angle and high-resolution spaceborne imaging spectrometer[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(8): 0822001.
- 薛庆生, 黄煜, 林冠宇. 大视场高分辨力星载成像光谱仪光学系统设计[J]. 光学学报, 2011, 31(8): 0822001.
- Zhang Junqiang, Yan Changxiang, Lin Chao. Thermal effect on spectral-line shift of spaceborne imaging spectrometer[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(5): 0528001.
- 张军强, 颜昌翔, 蔺超. 温度对星载成像光谱仪谱线漂移的影响[J]. 光学学报, 2012, 32(5): 0528001.
- Chen Hongyao, Zhang Liming, Li Xin, et al.. Hyperspectral sensor in flight spectral calibration based on characteristic spectra of atmosphere[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(5): 0528003.
- 陈洪耀, 张黎明, 李鑫, 等. 高光谱遥感器飞行中基于大气特征谱线的光谱定标技术[J]. 光学学报, 2013, 33(5): 0528003.
- Zheng Yuquan. Design of compact Offner spectral imaging system[J]. Optics and Precision Engineering, 2005, 13(6): 650-657.
- 郑玉权. 小型 Offner 光谱成像系统的设计[J]. 光学精密工程, 2005, 13(6): 650-657.
- Zheng Yuquan, Wang Hui, Wang Yifan. Selection and design of optical systems for spaceborne hyperspectral imagers[J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17(11): 2629-2637.
- 郑玉权, 王慧, 王一凡. 星载高光谱成像仪光学系统的选择与设计[J]. 光学精密工程, 2009, 17(11): 2629-2637.
- Liu Xuxia, Ji Yiqun, He Hucheng, et al.. Analysis and design of Littrow-Offner spectroscopic system[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(4): 0422009.
- 刘旭霞, 季轶群, 贺虎成, 等. Littrow-Offner 型分光系统的分析与设计[J]. 光学学报, 2013, 33(4): 0422009.
- Xue Qingsheng, Wang Shurong, Lu Fengqin. Aberration correction of Czerny-Turner imaging spectrometer carried by satellite[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(1): 35-40.
- 薛庆生, 王淑荣, 鲁凤芹. 星载车尔尼-特纳型成像光谱仪像差校正的研究[J]. 光学学报, 2009, 29(1): 35-40.
- Z M Pantazis. Spectral and spatial uniformity in pushbroom imaging spectrometers[C]. SPIE, 1999, 3753: 133-141.
- Hu Dawei, Li Yanqiu, Liu Xiaolin. Optical design of hyper numerical-aperture Schwarzschild projection lithographic lens[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(1): 0122004.
- 胡大伟, 李艳秋, 刘晓林. 超高数值孔径 Schwarzschild 投影光刻物镜的光学设计[J]. 光学学报, 2013, 33(1): 0122004.
- Igor A Artioukov, Kirill, M Krymski. Schwarzschild objective for soft X-rays[J]. Opt Eng, 2000, 39(8): 2163-2170.
- H G Beulter. The theory of the concave grating[J]. J Opt Soc Am, 1945, 35(5): 311-350.

栏目编辑: 张 腾