# 基于激光多边法的坐标测量系统布局优化

胡进忠 余晓芬 彭 鹏 黄开辉

（合肥工业大学仪器科学与光电工程学院，安徽 合肥 230009）

**摘要** 基于激光多边法的坐标测量系统可实现无目标点自标定，其测量精度受到自标定精度的影响。而系统的布局方式是自标定精度主要影响因素之一。通过对无目标点自标定模型误差传递规律的理论分析，对系统的布局方式进行优化，优化结果为直角三棱锥布局。仿真结果表明，直角三棱锥布局提高了自标定精度，从而保证了系统的测量精度。

**关键词** 测量；坐标测量；直角三棱锥布局；自标定；优化

**中图分类号** TH721 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/CJL201441.0108006

# Layout Optimization of Three-Dimensional Coordinate Measurement System Based on Laser Multi-Lateration

Hu Jinzhong Yu Xiaofen Peng Peng Huang Kaihui

(*School of Instrument Science and Opto-Electronics Engineering, Hefei University of Technology, Hefei, Anhui* 230009, *China*)

**Abstract** The three-dimensional (3D) coordinate measuring system based on laser multi-lateration can realize the non-target self-calibration. Its measurement accuracy is influenced by the self-calibration accuracy. However, the layout of the system is one of main impact factors on the self-calibration accuracy. By theoretical analysis of the non-target self-calibration model, the result of the system layout optimization is the tri-rectangular pyramid layout. Simulation results show that the tri-rectangular pyramid layout can improve the self-calibration accuracy, thus can ensure the system accuracy.

**Key words** measurement; coordinate measurement; tri-rectangular pyramid layout; self-calibration; optimization

**OCIS codes** 120.3930; 120.5700; 280.3400

## 1 引 言

目前工业领域特别是船舶、航空航天和核工业等大型装备制造业对大尺寸测量的需求日益强劲，而应用于大尺寸测量的方法大约有 10 种，它们各有优缺点[1-6]。在此背景下，提出了基于激光多边法的坐标测量系统，该系统利用无线传感网络定位的无方向特性引导激光进行精确定位，且在精确定位中仅采用距离信息，因而可具有很高的精度[7]。

系统在实际应用时包含自标定和实际测量两个阶段，因此系统的自标定精度直接影响系统的测量精度。而系统的布局方式对其自标定精度有很大的影响。从所查阅的参考文献来看[8-10]，国内外对基于多边法的坐标测量系统布局方式的研究并不多。参考文献[8]给出了系统布局限制条件，但若仅仅遵从这些限制条件，对提高系统的自标定精度还远远不够；参考文献[9]从系统自标定数学模型的雅克比矩阵出发，同样只是分析了系统的布局限制条件，而且这种系统为二维坐标测量系统；参考文献[10]以被测点的位置几何精度衰减因子(PDOP)最小为目标进行优化，得到了四路激光跟踪三维坐标测量系统的最佳布局方案，但由于四路激光跟踪三维坐标测量系统中采用的是相对距离信息，而基于激光多边法的坐标测量系统采用的为绝对距离信息，因此二者测量数学模型并不相同，因此参考文献[10]中的方法并不适合基于激光多边法的坐标测量系统布局优化。

本文简要介绍了基于激光多边法的坐标测量系

**收稿日期：** 2013-07-23；**收到修改稿日期：** 2013-08-29

**基金项目：** 国家自然科学基金(51275149)

**作者简介：** 胡进忠(1986－)，男，博士研究生，主要从事大尺寸测量和算法分析方面的研究。
E-mail: hujinzhong402@126.com

**导师简介：** 余晓芬(1954－)，女，教授，博士生导师，主要从事大尺寸测量和现代检测技术方面的研究。
E-mail: yuxiaofen99@126.com

统的测量原理和无目标点自标定模型，再通过对自标定模型误差传递规律的理论分析，对系统布局方式进行优化。

## 2　系统测量原理及无动点自标定模型

### 2.1　系统测量原理

图 1 是基于激光多边法坐标测量系统的基本构成示意图。系统主要由测量基站、目标基站和数据处理系统构成，其中测量基站集成了无线传感网络信标节点、激光绝对测距传感器和可控二维旋转机构；目标基站主要由无线传感网络目标节点、靶镜和可控二维旋转机构构成。系统的测量过程是利用无线传感网络的粗略定位作用引导各测量基站中的激光绝对测距传感器分别对目标进行精确测距，再由空间距离交汇公式进行精确定位。

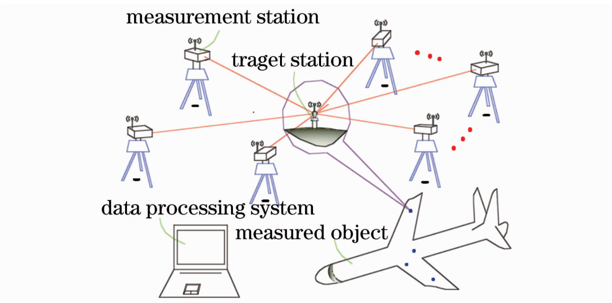


图 1　系统基本构成示意图

Fig. 1　Representation of the system structure

图 2 是系统的测量原理示意图。现假设测量基站 $M_i$ 坐标为 $(x_{mi}, y_{mi}, z_{mi})$ $(i=1,2,\cdots,n)$，再设所求目标基站 T 的坐标为 $(x_T, y_T, z_T)$，$d_i$ $(i=1,2,\cdots,n)$ 为第 $i$ 个测量基站到目标基站 T 之间的距离，则由空间两点间距离公式可得

$$(x_{mi}-x_T)^2+(y_{mi}-y_T)^2+(z_{mi}-z_T)^2=d_i^2, \tag{1}$$

式中 $i=1,2,\cdots,n$。显然当 $n\geqslant 3$ 时，(1) 式可解。

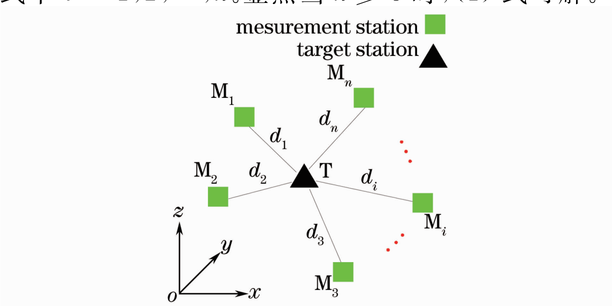


图 2　系统测量原理示意图

Fig. 2　Representation of the system measurement principle

### 2.2　无动点自标定模型

系统在实际应用时须首先确定测量基站的坐标，即系统的标定问题。无动点自标定模型是在参考文献[11]的思想基础上，结合本系统自身特点提出的。该模型不通过增加目标点来增加方程个数，而是完全依靠系统的测量基站本身来完成自标定。

现假定有 $n$ 个测量基站，定义各测量基站的坐标集合 $P=[x_{m1}, y_{m1}, z_{m1}, \cdots, x_{mi}, y_{mi}, z_{mi}]$，$(i=1,2,\cdots,n)$ 为系统参数，并按照以下方式合理建立右手坐标系：以测量基站 $M_1$ 为坐标系原点，测量基站 $M_2$ 在 $x$ 轴正方向上，测量基站 $M_3$ 在 $xoy$ 面内，则系统未知参数个数减少为 $3n-6$，而所有测量基站间的距离总数，即可得方程个数为 $C_n^2=n(n-1)/2$。当测量基站总数 $n$ 满足

$$n(n-1)/2\geqslant 3n-6, \tag{2}$$

系统可实现自标定。

由(2)式解得 $n\geqslant 4$ 或 $n\leqslant 3$。

考虑到 $n\geqslant 3$，因此系统利用无动点模型实现自标定测量基站个数最少为 3 个。但冗余测量可有效提高系统的测量精度，同时考虑系统的成本，在实际构建系统时，使系统有一个冗余度，即测量基站个数为 4 个。此时系统的无动点自标定模型为

$$\begin{cases} x_{m1}=y_{m1}=z_{m1}=y_{m2}=z_{m2}=z_{m3}=0 \\ (x_{m2})^2=d_{21}^2 \\ (x_{m3})^2+(y_{m3})^2=d_{31}^2 \\ (x_{m4})^2+(y_{m4})^2+(z_{m4})^2=d_{41}^2, \\ (x_{m3}-x_{m2})^2+(y_{m3})^2=d_{32}^2 \\ (x_{m4}-x_{m2})^2+(y_{m4})^2+(z_{m4})^2=d_{42}^2 \\ (x_{m4}-x_{m3})^2+(y_{m4}-y_{m3})^2+(z_{m4})^2=d_{43}^2 \end{cases} \tag{3}$$

式中 $d_{ji}$ $(j>i,\ i=1,2,3,\ j=2,3,4)$ 表示第 $j$ 个测量基站到第 $i$ 个测量基站之间的距离。

## 3　系统布局优化

从(1)式很容易可以看出，影响系统测量精度的因素除了传感器测距精度外，还有各测量基站的坐标精度，即系统的自标定精度。而系统的自标定精度，从(3)式似乎只能看出其影响因素只有传感器测距精度。事实上，系统的自标定精度还受到测量基站的布局方式的影响，且当传感器测距精度较高时，布局方式对自标定精度的影响更大。下面将通过对无目标点自标定模型误差传递规律的理论分析来说明这一点，并同时对系统进行布局优化。

(3)式似乎是一个较复杂的非线性方程组，求解

比较困难。实际上其解可表达为

$$\begin{cases} x_{m2}=\pm d_{21} \\ x_{m3}=\dfrac{d_{32}^2-d_{31}^2-(x_{m2})^2}{-2x_{m2}} \\ y_{m3}=\pm\sqrt{d_{31}^2-(x_{m3})^2} \\ x_{m4}=\dfrac{d_{42}^2-d_{41}^2-(x_{m2})^2}{-2x_{m2}} \\ y_{m4}=\dfrac{d_{43}^2-d_{41}^2-d_{31}^2+2x_{m3}x_{m4}}{-2y_{m3}} \\ z_{m4}=\pm\sqrt{d_{41}^2-(x_{m4})^2-(y_{m4})^2} \end{cases}, \tag{4}$$

式中的正负号依据坐标系的建立方式及测量基站实际布局加以取舍。

现将激光绝对测距传感器的测距精度以标准差形式表示为 $\sigma_d$，对(4) 式中的各项应用误差传递公式[12]，结果表示为

$$\begin{cases} \sigma_{x_{m2}}=\sqrt{\left(\dfrac{\partial x_{m2}}{\partial d_{21}}\right)^2\sigma_{d_{21}}^2}=\sigma_{d_{21}}=\sigma_d \\ \sigma_{x_{m3}}=\sqrt{\left(\dfrac{\partial x_{m3}}{\partial d_{32}}\right)^2\sigma_{d_{32}}^2+\left(\dfrac{\partial x_{m3}}{\partial d_{31}}\right)^2\sigma_{d_{31}}^2+\left(\dfrac{\partial x_{m3}}{\partial x_{m2}}\right)^2\sigma_{x_{m2}}^2}= \\ \qquad\sqrt{\dfrac{d_{32}^2}{x_{m2}^2}\sigma_{d_{32}}^2+\dfrac{d_{31}^2}{x_{m2}^2}\sigma_{d_{31}}^2+\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{d_{32}^2-d_{31}^2}{x_{m2}^2}+1\right)^2\sigma_{x_{m2}}^2}= \\ \qquad\sqrt{\dfrac{d_{32}^2+d_{31}^2}{x_{m2}^2}+\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{d_{32}^2-d_{31}^2}{x_{m2}^2}+1\right)^2}\sigma_d \\ \sigma_{y_{m3}}=\sqrt{\left(\dfrac{\partial y_{m3}}{\partial d_{31}}\right)^2\sigma_{d_{31}}^2+\left(\dfrac{\partial y_{m3}}{\partial x_{m3}}\right)^2\sigma_{x_{m3}}^2}=\sqrt{\dfrac{d_{31}^2}{d_{31}^2-x_{m3}^2}\sigma_{d_{31}}^2+\dfrac{x_{m3}^2}{d_{31}^2-x_{m3}^2}\sigma_{x_{m3}}^2} \\ \sigma_{x_{m4}}=\sqrt{\left(\dfrac{\partial x_{m4}}{\partial d_{42}}\right)^2\sigma_{d_{42}}^2+\left(\dfrac{\partial x_{m4}}{\partial d_{41}}\right)^2\sigma_{d_{41}}^2+\left(\dfrac{\partial x_{m4}}{\partial x_{m2}}\right)^2\sigma_{x_{m2}}^2}= \\ \qquad\sqrt{\dfrac{d_{42}^2}{x_{m2}^2}\sigma_{d_{42}}^2+\dfrac{d_{41}^2}{x_{m2}^2}\sigma_{d_{41}}^2+\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{d_{42}^2-d_{41}^2}{x_{m2}^2}+1\right)^2\sigma_{x_{m2}}^2}= \\ \qquad\sqrt{\dfrac{d_{42}^2+d_{41}^2}{x_{m2}^2}+\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{d_{42}^2-d_{41}^2}{x_{m2}^2}+1\right)^2}\sigma_d \\ \sigma_{y_{m4}}=\sqrt{\left(\dfrac{\partial y_{m4}}{\partial d_{43}}\right)^2\sigma_{d_{43}}^2+\left(\dfrac{\partial y_{m4}}{\partial d_{41}}\right)^2\sigma_{d_{41}}^2+\left(\dfrac{\partial y_{m4}}{\partial d_{31}}\right)^2\sigma_{d_{31}}^2+\left(\dfrac{\partial y_{m4}}{\partial x_{m3}}\right)^2\sigma_{x_{m3}}^2+\left(\dfrac{\partial y_{m4}}{\partial x_{m4}}\right)^2\sigma_{x_{m4}}^2+\left(\dfrac{\partial y_{m4}}{\partial y_{m3}}\right)^2\sigma_{y_{m3}}^2}= \\ \qquad\sqrt{\dfrac{d_{43}^2}{y_{m3}^2}\sigma_{d_{43}}^2+\dfrac{d_{41}^2}{y_{m3}^2}\sigma_{d_{41}}^2+\dfrac{d_{31}^2}{y_{m3}^2}\sigma_{d_{31}}^2+\dfrac{x_{m4}^2}{y_{m3}^2}\sigma_{x_{m3}}^2+\dfrac{x_{m3}^2}{y_{m3}^2}\sigma_{x_{m4}}^2+\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{d_{43}^2-d_{41}^2-d_{31}^2+2x_{m3}x_{m4}}{y_{m3}^2}\right)^2\sigma_{y_{m3}}^2} \\ \sigma_{z_{m4}}=\sqrt{\left(\dfrac{\partial z_{m4}}{\partial d_{41}}\right)^2\sigma_{d_{41}}^2+\left(\dfrac{\partial z_{m4}}{\partial x_{m4}}\right)^2\sigma_{x_{m4}}^2+\left(\dfrac{\partial z_{m4}}{\partial y_{m4}}\right)^2\sigma_{y_{m4}}^2}= \\ \qquad\sqrt{\dfrac{d_{41}^2}{d_{41}^2-x_{m4}^2-y_{m4}^2}\sigma_{d_{41}}^2+\dfrac{x_{m4}^2}{d_{41}^2-x_{m4}^2-y_{m4}^2}\sigma_{x_{m4}}^2+\dfrac{y_{m4}^2}{d_{41}^2-x_{m4}^2-y_{m4}^2}\sigma_{y_{m4}}^2} \end{cases}. \tag{5}$$

针对(5)式，作以下几点讨论：

1) 所有系统未知参数的标定精度(即标准差)均与 $\sigma_d$ 有关，其中 $\sigma_{x_{m2}}$ 仅与 $\sigma_d$ 有关，其他未知参数的精度存在误差累积，如 $\sigma_{y_{m4}}$ 与 $\sigma_{x_{m3}}$、$\sigma_{x_{m4}}$ 和 $\sigma_{y_{m3}}$ 亦有关，这是由于合理建立坐标系导致的；

2) 除 $\sigma_{x_{m2}}$ 外，其他未知参数的精度表达式中均含有较复杂的误差传递系数，如 $\sigma_{x_{m3}}$ 中的误差传递系数为 $\sqrt{\dfrac{d_{32}^2+d_{31}^2}{x_{m2}^2}+\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{d_{32}^2-d_{31}^2}{x_{m2}^2}+1\right)^2}$，这些误差传递系数与测量基站之间的距离相关，因此从几何上来看，这些误差传递系数取决于测量基站的布局方式，即系统的自标定精度受到测量基站的布局方式的影响；

3) 仔细观察 $\sigma_{y_{m3}}$ 和 $\sigma_{z_{m4}}$ 的表达式，发现如果令 $x_{m3}=x_{m4}=y_{m4}=0$，则 $\sigma_{y_{m3}}$ 和 $\sigma_{z_{m4}}$ 可消除误差累

积。而当 $x_{\mathrm{m}3}=x_{\mathrm{m}4}=y_{\mathrm{m}4}=0$，此时系统的布局方式为：测量基站 $\mathrm{M}_1$ 处于坐标原点 $M_1$ 位置，测量基站 $\mathrm{M}_2$、$\mathrm{M}_3$ 和 $\mathrm{M}_4$ 分别位于 $x$ 轴 $M_2$ 点、$y$ 轴 $M_3$ 点和 $z$ 轴 $M_4$ 点上。在该布局方式中，$M_1M_2$、$M_1M_3$ 和 $M_1M_4$ 两两正交，即 $M_1$、$M_2$、$M_3$ 和 $M_4$ 四个点在空间中所构成的三棱锥有三个侧面两两垂直，定义此三棱锥为直角三棱锥，从而可以将此布局方式定义为直角三棱锥布局，其示意图如图 3 所示。

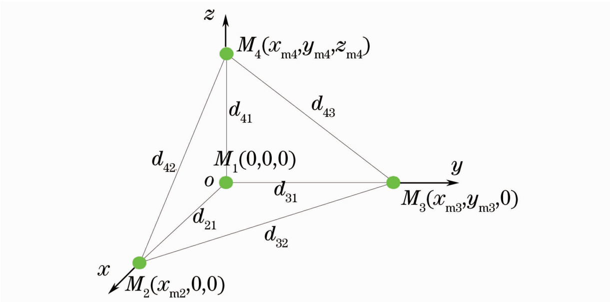


图 3　直角三棱锥布局示意图

Fig. 3　Representation of tri-rectangular pyramid layout

将 $x_{\mathrm{m}3}=x_{\mathrm{m}4}=y_{\mathrm{m}4}=0$ 代入(5) 式，结果为

$$\begin{cases}\sigma_{x_{\mathrm{m}2}}=\sigma_{d_{21}}=\sigma_d\\ \sigma_{x_{\mathrm{m}3}}=\sqrt{2\left(1+\dfrac{y_{\mathrm{m}3}^2}{x_{\mathrm{m}2}^2}\right)}\sigma_d\\ \sigma_{y_{\mathrm{m}3}}=\sigma_{d_{31}}=\sigma_d\\ \sigma_{x_{\mathrm{m}4}}=\sqrt{2\left(1+\dfrac{z_{\mathrm{m}4}^2}{x_{\mathrm{m}2}^2}\right)}\sigma_d\\ \sigma_{y_{\mathrm{m}4}}=\sqrt{2\left(1+\dfrac{z_{\mathrm{m}4}^2}{y_{\mathrm{m}3}^2}\right)}\sigma_d\\ \sigma_{z_{\mathrm{m}4}}=\sigma_{d_{41}}=\sigma_d\end{cases}.\tag{6}$$

从(6)式可以看出，直角三棱锥布局方式下的 $\sigma_{x_{\mathrm{m}2}}$、$\sigma_{y_{\mathrm{m}3}}$ 和 $\sigma_{z_{\mathrm{m}4}}$ 均仅与 $\sigma_d$ 有关，而 $\sigma_{x_{\mathrm{m}3}}$、$\sigma_{x_{\mathrm{m}4}}$ 与 $\sigma_{y_{\mathrm{m}4}}$ 中的误差累积项也得以消除，表达式也大大简化。从 $\sigma_{x_{\mathrm{m}4}}$ 和 $\sigma_{y_{\mathrm{m}4}}$ 的表达式中似乎可以判定，令 $z_{\mathrm{m}4}=0$ 可以使 $\sigma_{x_{\mathrm{m}4}}$ 和 $\sigma_{y_{\mathrm{m}4}}$ 进一步减小，但事实上当 $z_{\mathrm{m}4}=0$ 时，此时测量基站 $\mathrm{M}_4$ 与测量基站 $\mathrm{M}_1$ 重合，不符合系统需通过冗余测量提高精度的要求。仅从自标定的角度来考虑，$x_{\mathrm{m}2}$ 是越大越好，$z_{\mathrm{m}4}$ 是越小越好，但若以测量的角度来考虑，情况并非如此。而对于 $y_{\mathrm{m}3}$，$\sigma_{x_{\mathrm{m}3}}$ 的表达式要求其越小越好，$\sigma_{y_{\mathrm{m}4}}$ 则要求其越大越好，这已经构成一对矛盾。有关系统的最佳布局问题，即 $x_{\mathrm{m}2}$、$y_{\mathrm{m}3}$ 和 $z_{\mathrm{m}4}$ 究竟该如何取值，将在后续研究中进行论述。

另外一种特殊的布局方式：$M_1$、$M_2$、$M_3$ 和 $M_4$ 四点构成正四面体，即正四面体布局，比较令人容易想到。假设正四面体的棱长为 $l$，则此布局示意图如图 4 所示。将正四面体布局下各系统参数代入(5) 式，所得结果为

$$\begin{cases}\sigma_{x_{\mathrm{m}2}}=\sigma_{d_{21}}=\sigma_d\\ \sigma_{x_{\mathrm{m}3}}=\dfrac{3}{2}\sigma_d\\ \sigma_{y_{\mathrm{m}3}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{6}\sigma_d\\ \sigma_{x_{\mathrm{m}4}}=\dfrac{3}{2}\sigma_d\\ \sigma_{y_{\mathrm{m}4}}=\sqrt{\dfrac{619}{108}}\sigma_d\\ \sigma_{z_{\mathrm{m}4}}=\sqrt{\dfrac{661}{216}}\sigma_d\end{cases}.\tag{7}$$

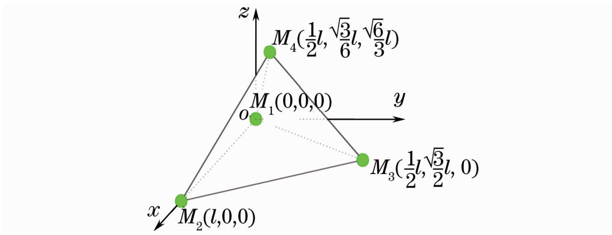


图 4　正四面体布局示意图

Fig. 4　Representation of regular tetrahedron layout

## 4　仿　　真

为了验证以上理论分析的正确性，利用 Matlab 软件进行了仿真。仿真中采用三种布局方式，其中第一种为直角三棱锥布局，第二种为正四面体布局，第三种布局为符合参考文献[8]所提限制条件的一般布局方式。为了便于比较，直角三棱锥布局的 $x_{\mathrm{m}2}$、$y_{\mathrm{m}3}$ 和 $z_{\mathrm{m}4}$ 保持与其他两种布局方式一致。各布局方式下的系统未知参数如表 1 所示。

仿真分为两组对比实验：一组为布局方式 1 和布局方式 2 的对比，另一组为布局方式 1 和布局方式 3 的对比。每组对比实验重复 3 次，而每次的重复实验中重复标定 10 次。传感器的测距误差按正态分布 $N(0,10^2\ \mu\mathrm{m}^2)$给出。仿真结果计算出 10 次重复标定实验中系统未知参数的平均值(MV)和标准差 $\sigma$，并给出相应的残差平方和(RSS)及系统未知参数的方差和 $\sigma_{\mathrm{m}}^2$，方差和 $\sigma_{\mathrm{m}}^2$ 表示为

$$\sigma_{\mathrm{m}}^2=\sum_{i=1}^{4}(\sigma_{x_{\mathrm{m}i}}^2+\sigma_{y_{\mathrm{m}i}}^2+\sigma_{z_{\mathrm{m}i}}^2).\tag{8}$$

仿真结果如表 2 和表 3 所示。从表 2 和表 3 可以看出，直角三棱锥布局方式下的各系统未知参数的残差平方和与方差和均小于其他布局方式。残差平方和小表示自标定结果更接近理论值，而方差和小表示自标定结果较为稳定。实际上布局方式 2 的

$\sigma_m = 16.375\sigma_d$，而对应的布局方式 1 的 $\sigma_m \approx 13.611\sigma_d$，显然理论上布局方式 2 的方差和亦大于对应的布局方式 1 的方差和。

表 1 不同布局方式下系统未知参数真值（单位：mm）

Table 1 Designed values of unknown parameters of measurement stations with different layouts (unit: mm)

| | $x_{m2}$ | $x_{m3}$ | $y_{m3}$ | $x_{m4}$ | $y_{m4}$ | $z_{m4}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Layout 1 | 5000 | 0 | 4330.127 (3700) | 0 | 0 | 4082.483 (3000) |
| Layout 2 | 5000 | 2500 | 4330.127 | 2500 | 1443.376 | 4082.483 |
| Layout 3 | 5000 | 2500 | 3700 | 3200 | 550 | 3000 |

表 2 布局方式 1 与布局方式 2 的比较（单位：mm）

Table 2 Layout 1 versus layout 2 (unit: mm)

| | | | $x_{m2}$ | $x_{m3}$ | $y_{m3}$ | $x_{m4}$ | $y_{m4}$ | $z_{m4}$ | RSS | $\sigma_m^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Layout 1 | MV | 4999.997 | −0.004 | 4300.124 | −0.003 | 0.001 | 4082.483 | $4.13\times10^{-5}$ | — |
| | | $\sigma$ | 0.0128 | 0.0238 | 0.0095 | 0.0139 | 0.0128 | 0.0101 | — | 0.0082 |
| | Layout 2 | MV | 4999.998 | 2499.995 | 4330.127 | 2500.001 | 1443.387 | 4082.487 | $1.77\times10^{-4}$ | — |
| | | $\sigma$ | 0.0131 | 0.02265 | 0.0100 | 0.0197 | 0.0226 | 0.0087 | — | 0.0111 |
| 2 | Layout 1 | MV | 5000.000 | 0.005 | 4300.130 | −0.001 | 0.007 | 4082.482 | $8.09\times10^{-5}$ | — |
| | | $\sigma$ | 0.0090 | 0.0163 | 0.01044 | 0.0165 | 0.0204 | 0.0082 | — | 0.0012 |
| | Layout 2 | MV | 5000.000 | 2500.002 | 4330.129 | 2499.999 | 1443.388 | 4082.483 | $1.64\times10^{-4}$ | — |
| | | $\sigma$ | 0.0125 | 0.0221 | 0.0078 | 0.0167 | 0.0223 | 0.0082 | — | 0.0015 |
| 3 | Layout 1 | MV | 5000.004 | 0.000 | 4300.127 | 0.002 | −0.002 | 4082.481 | $2.93\times10^{-5}$ | — |
| | | $\sigma$ | 0.0100 | 0.0154 | 0.0078 | 0.0158 | 0.0186 | 0.0105 | — | 0.0072 |
| | Layout 2 | MV | 5000.004 | 2499.999 | 4330.125 | 2499.994 | 1443.361 | 4082.485 | $2.74\times10^{-4}$ | — |
| | | $\sigma$ | 0.0119 | 0.0144 | 0.0095 | 0.0196 | 0.0273 | 0.0074 | — | 0.0097 |

表 3 布局方式 1 与布局方式 3 的比较（单位：mm）

Table 3 Layout 1 versus layout 3 (unit: mm)

| | | | $x_{m2}$ | $x_{m3}$ | $y_{m3}$ | $x_{m4}$ | $y_{m4}$ | $z_{m4}$ | RSS | $\sigma_m^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Layout 1 | MV | 5000.002 | 0.004 | 3700.000 | 0.001 | −0.001 | 2999.999 | $2.57\times10^{-5}$ | — |
| | | $\sigma$ | 0.0138 | 0.0160 | 0.0077 | 0.0238 | 0.0099 | 0.0125 | — | 0.0084 |
| | Layout 2 | MV | 5000.004 | 2500.007 | 3699.998 | 3199.990 | 5499.997 | 3000.004 | $1.93\times10^{-4}$ | — |
| | | $\sigma$ | 0.0124 | 0.0225 | 0.0100 | 0.0189 | 0.0187 | 0.0259 | — | 0.0139 |
| 2 | Layout 1 | MV | 5000.002 | 0.007 | 3700.000 | −0.005 | 0.000 | 2999.996 | $9.49\times10^{-5}$ | — |
| | | $\sigma$ | 0.0088 | 0.0107 | 0.0040 | 0.0162 | 0.0160 | 0.0098 | — | 0.0051 |
| | Layout 2 | MV | 4999.995 | 2500.003 | 3700.002 | 3199.997 | 5500.007 | 2999.991 | $1.70\times10^{-4}$ | — |
| | | $\sigma$ | 0.0080 | 0.0157 | 0.0076 | 0.0130 | 0.0123 | 0.0212 | — | 0.0072 |
| 3 | Layout 1 | MV | 5000.001 | 0.000 | 3699.997 | 0.004 | −0.002 | 2999.999 | $2.40\times10^{-5}$ | — |
| | | $\sigma$ | 0.0123 | 0.0224 | 0.0103 | 0.0121 | 0.0159 | 0.0082 | — | 0.0012 |
| | Layout 2 | MV | 5000.006 | 2500.005 | 3700.000 | 3200.008 | 5499.997 | 3000.002 | $1.32\times10^{-4}$ | — |
| | | $\sigma$ | 0.0113 | 0.0135 | 0.0083 | 0.0234 | 0.0237 | 0.0352 | — | 0.0027 |

## 5 结 论

基于激光多边法的坐标测量系统的测量精度受到自标定精度的影响，而系统布局方式又是自标定精度的主要影响因素之一。通过对无动点自标定模型误差传递规律的理论分析，对系统的布局方式进行优化，优化结果为直角三棱锥布局。仿真结果验证了该布局方式可提高自标定精度，从而保证了系统的测量精度。

### 参 考 文 献


1 W T Estler, K L Edmundson, G N Peggs, *et al*.. Large-scale metrology—an update[J]. CIRP Annals-Manufacturing Technology, 2002, 51(2): 587−609.

2 Ye Shenghua, Zhu Jigui, Zhang Zili, *et al*.. Status and development of large-scale coordinate measurement research[J]. Acta Metrologica Sinica, 2008, 29(4A): 1−6.
叶声华，邾继贵，张滋黎，等.大空间坐标尺寸测量研究的现状与

发展 [J]. 计量学报，2008，29(4A)：1－6.

3 G N Peggs，P G Maropoulos，E B Hughes，*et al*.. Recent developments in large-scale dimensional metrology[C]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers，Part B：Journal of Engineering Manufacture，2009，223(B6)：571－595.

4 Zhang Guoxiong. Development of coordinate measuring technology [J]. Aviation Precision Manufacturing Technology，2008，44：16－19.

张国雄. 坐标测量技术新进展 [J]. 航空精密制造技术，2008，44：16－19.

5 He Bingwei，Lin Dongyi，Chen Zhipeng，*et al*.. Research of eliminating occlusion in visual construction of three-dimensional objects [J]. Chinese J Lasers，2011，38(7)：0708001.

何炳蔚，林东艺，陈志鹏，等. 三维物体视觉测量重构中解决遮挡问题的方法研究[J]. 中国激光，2011，38(7)：0708001.

6 Zhang Xuping，Wang Jiaqi，Zhang Yixin，*et al*.. Large-scale three-dimensional stereo vision geometric measurement system[J]. Acta Optica Sinica，2012，32(3)：0315002.

张旭苹，汪家其，张益昕，等. 大尺度三维几何尺寸立体视觉测量系统实现[J]. 光学学报，2012，32(3)：0315002.

7 Li Xinghua. Design of the Laser Tracking System[D]. Tianjin：Tianjin University，2003. 5－6.

李杏华. 激光跟踪系统的设计[D]. 天津：天津大学，2003. 5－6.

8 Takatsuji Takatsuji，Yoshihiko Koseki，Mitsuo Goto，*et al*.. Restriction on the arrangement of laser trackers in laser trilateration [J]. Meas Sci & Technol，1998，9(8)：1357－1359.

9 Hu Zhaohui，Wang Jia，Liu Yongdong，*et al*.. The arrangement and simulation of laser tracking system for measuring coordinate with distance-measured-only[J]. Optical Technique，2000，26(5)：395－399.

胡朝晖，王　佳，刘永东，等. 纯距离法激光跟踪坐标测量系统的布局与仿真[J]. 光学技术，2000，26(5)：395－399.

10 Lin Yongbing，Zhang Guoxiong，Li Zhen，*et al*.. Optimal arrangement of four beam laser tracking system for 3D coordinate measurement[J]. Chinese J Lasers，2002，29(11)：1000－1005.

林永兵，张国雄，李　真，等. 四路激光跟踪三维坐标测量系统最佳布局[J]. 中国激光，2002，29(11)：1000－1005.

11 Lin Yongbing，Zhang Guoxiong，Li Zhen，*et al*.. Self-calibration and simulation of the four-beam laser tracking interferometer system for 3D coordinate measurement [J]. Chinese J Scientific Instrument，2003，24(2)：205－210.

林永兵，张国雄，李　真，等. 四路激光跟踪干涉三维坐标测量系统自标定与仿真[J]. 仪器仪表学报，2003，24(2)：205－210.

12 Fei Yetai. Error Theory and Data Processing (6th Edition) [M]. Beijing：China Machine Press，2010. 60－62.

费业泰. 误差理论与数据处理(第六版)[M]. 北京：机械工业出版社，2010. 60－62.

**栏目编辑**：何卓铭