# 一种高精度三维小角度同时测量方法

翟玉生1 张志峰1 苏玉玲1 冯其波2

(<sup>1</sup>郑州轻工业学院技术与物理系,河南郑州 450002 <sup>2</sup>北京交通大学理学院,北京 100044

提出了一种以单个直角棱镜为敏感元件的三维小角度同时测量方法。准直光束垂直入射到镀有分束膜的 摘要 直角棱镜的斜边面,其反射光束产生2倍于俯仰和偏摆角的偏向,由四象限探测器 QD1 接收,可实现俯仰和偏摆角 测量;透射光束经直角棱镜反向折回,其方向也发生2倍于俯仰角的偏向,同时产生包含滚转角信息的平移,此光 束由另一四象限探测器 QD2 接收,利用两个四象限探测器差分测量可实现滚转角测量,并避免了误差串扰,同时增 强了抗干扰能力。通过理论分析及实验验证了方法的可行性,在设定参数下,偏摆、俯仰角和滚转角测角分辨率可 分别达到约 0.1"和 0.3",测角精度约为 1"和 2"。

关键词 测量;三维角度;激光准直;直角棱镜

中图分类号 TN247 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201340.s108002

## A High-Precision Measurement Method for Simultaneous **Measurement of Three-Dimensional Small Angles**

Zhai Yusheng<sup>1</sup> Zhang Zhifeng<sup>1</sup> Su Yuling<sup>1</sup> Feng Qibo<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Technology and Physics, Zhengzhou University of Light Industry,

Zhengzhou, Hunan 450002, China

<sup>2</sup> School of Science, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China

Abstract A novel high-precision measurement method for simultaneously measuring three-dimensional small angles is presented. The collimated beam is normally incident upon the hypotenuse-surface of rectangular-prism with splitting film. The displacements of the reflection beam and transmitted beam are measured by quadrant photoelectric detectors  $QD_1$  and  $QD_2$ , respectively. The direction change of the reflection beam is double that of yaw and pitch and the direction change of the transmitted beam is double that of pitch. So the displacement introduced by roll can be measured by differential measurement based on two quadrant photoelectric detectors. This method can avoid crosstalk of straightness errors, yaw and pitch errors and enhance the anti-interference ability of the system. Feasibility of the method is verified by theoretical analysis and experiments. When the system parameters are set, the angular resolution for the yaw, pitch and roll can reach to 0.1" and 0.3", respectively, and the measuring accuracies are about 1'' and 2'', respectively.

Key words measurement; three-dimensional angles; laser collimation; rectangular prism OCIS codes 120.1880; 120.4640; 120.1680

1 弓[ 言

多自由度误差同时测量方法与技术的研究一直 是高精度检测领域试图解决的重要课题,其中3个 角度误差,尤其是滚转角误差的高精度测量是一个 难点。已有的多自由度误差的光学测量方法与技 术[1-8] 在滚转角误差的高精度测量上还存在明显的 不足,而国内外对于滚转角误差高精度测量的研究 虽然很多,出现了以准直激光位置为基准的测 量[9-10]、以准直激光方向为基准的测量[12-15]、以准 直激光偏振方向为基准的测量[15-20]等,但由于存在

收稿日期: 2013-08-02; 收到修改稿日期: 2013-09-11

基金项目:国家自然科学基金(51275032)、国家自然科学基金联合基金一河南人才培养联合基金(U1304507)、河南省科 技厅重点攻关项目(122102210436)

作者简介:翟玉生(1974一),男,博士,副教授,主要从事光电测试技术方面的研究。 E-mail: zhaiyusheng@gmail.com(中国光学学会会员号: S042011418S)

误差串扰、结构复杂等各种局限,无法实现多自由度 误差同时测量的集成。

本文基于激光准直技术,以单模光纤耦合半导体激光器为光源,采用单个直角棱镜(RP)作为测量的敏感器件,提出了一种结构简单紧凑、便于集成的高精度三维小角度同时测量方法。

#### 2 测量原理

三维转角同时测量原理如图 1 所示,LD 为激光 二极管,PBS 为偏振分光棱镜,BS 为分光镜。移动单 元中的 RP 作为测量敏感元件,其斜边面的一半镀有 半透半反膜,垂直入射的准直光束经其分束。其中反 射光束包含俯仰、偏摆角信息,由位于透镜焦平面的 位置敏感探测器(PSD)接收可实现测量;透射光束进 入 RP 后返回,包含了滚转角及俯仰角信息,通过四 象限探测器 QD<sub>1</sub> 接收后与四象限探测器 QD<sub>2</sub> 上接收 的信息差分处理即可实现滚转角测量。

设入射光方向矢量为 
$$I_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}^T$$
,由矢





rotation angles

量矩阵法可知,RP 初始静止时,经 RP 反射和透射 后光束的方向矢量分别为

$$\boldsymbol{I}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \tag{1}$$

 $\boldsymbol{I}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$  (2)

当 RP 沿 z 轴移动时,三维平移对光束的方向 不产生影响。设 RP 绕 x、y、z 轴的三维转角分别为 α、β、γ,其旋转矩阵可分别写为

	[1	0	0 7	$\int \cos \beta$	0	$\sin \beta$		$\cos \gamma$	$-\sin\gamma$	07		
$R_{\alpha} =$	0	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$ , <b>R</b> <sub>β</sub>	0 0	1	0	$, \mathbf{R}_{\gamma} =  s $	$\sin \gamma$	$\cos \gamma$	0	. (	(3)
	L0	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\sin\beta$	0	$\cos \beta_{-}$		0	0	1		

在  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  均很小的情况下,旋转顺序的影响可忽略, 略去高阶小量后有

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{a}\mathbf{R}_{\beta}\mathbf{R}_{\gamma} = \begin{bmatrix} 1 & -\gamma & \beta \\ \gamma & 1 & -\alpha \\ -\beta & \alpha & 1 \end{bmatrix}.$$
(4)

设各反射面的法线方向矢量为 N,对应反射矩阵为

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} 1 - 2N_x^2 & -2N_xN_y & -2N_xN_z \\ -2N_xN_y & 1 - 2N_y^2 & -2N_yN_z \\ -2N_xN_z & -2N_yN_z & 1 - 2N_z^2 \end{bmatrix},$$
(5)

RP 移动后,有  $N^{R} = RN$ ,则反射光  $I_{1}^{R}$  的方向矢量为

 $I_{1}^{R} = M_{1}^{R}I_{1} = \begin{bmatrix} 2\beta & -2\alpha & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$  (6)  $\lambda$  射光  $I_{0}$  进入折射率为 n 的棱镜后,其方向矢量为  $I_{0}^{R} = \begin{bmatrix} -(1-1/n)\beta & (1-1/n)\alpha & -1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$  (7)  $\alpha$  RP 内经 1 次反射后的方向矢量为  $I_{01}^{R} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma - \alpha + (1-1/n)\alpha & (1-1/n)\beta - 2\beta \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$ 

在 RP 内经 2 次反射后的方向矢量为

 $I_{02}^{R} = [(1-1/n)\beta \quad (1-1/n)\alpha - 2\alpha \quad 1]^{T}, (9)$ 经 RP 返回的光束  $I_{2}^{R}$  的方向矢量为

$$\boldsymbol{I}_{2}^{R} = \begin{bmatrix} 0 & -2\alpha & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$
 (10)

设透镜焦距为 f,光斑像点在 PSD 上 x、y 轴方向的位移分别为  $d_x$ 、 $d_y$ ,俯仰、偏摆角的测量可通过对比(1)、(6)式实现,有

 $\beta \approx d_x/(2f), \quad \alpha \approx d_y/(2f).$  (11) 若设透镜焦距为 f = 250 mm, PSD 的位置灵敏度为 0.1  $\mu$ m,俯仰与偏摆角测量的理论灵敏度可达 0.04"。

设直角棱镜斜边长为L,入射光 $I_0$ 与出射光 $I_2$ 之间距离为 $d_0$ 由(2)、(7)~(9)式,可知 RP 移动后 光束 $I_2^{\circ}$ 射出棱镜时在v方向位移量为

$$\Delta y = d\gamma - L_{\alpha}/n. \tag{12}$$

设直角棱镜到 QD<sub>1</sub> 的初始距离为  $z_0$ ,测量平台 沿 z 轴移动距离为  $\Delta z$ ,对比(2)、(9)式可知, RP 随 平台移动后,光束  $I_2^{\alpha}$  同光束  $I_1^{\alpha}$  一样发生了 2 倍俯 仰角度的变化( $-2\alpha$ ),其到达 QD<sub>1</sub> 时在 y 方向的位 移量为

 $\Delta y_1 = d\gamma - L_{\alpha}/n + (z_0 + \Delta z) \tan(-2\alpha), (13)$ 可写成

$$\Delta y_1 = d\gamma + \Delta y_2, \qquad (14)$$

式中

$$\Delta y_2 = \lceil z_0 + \Delta z + L/(2n) \rceil (-2\alpha).$$
(15)

由(1)、(6)式可知, $\Delta y_2$ 可以由与 RP 相距  $z_0 + \Delta z +$ 

(8)

L/(2n)的 QD<sub>2</sub> 接收光束  $I_1^R$  来获得。则

$$\gamma = \frac{\Delta y_1 - \Delta y_2}{d}.$$
 (16)

若设 *d*=60.0 mm, QD 的位置灵敏度为 0.1 μm, 滚 转角测量的理论灵敏度可达到 0.3<sup>"</sup>。

#### 3 误差分析及实验

#### 3.1 误差分析

在实际中有很多因素会引起测量误差,可以把 这些误差分为3类。一种是其他自由度误差的串 扰。第二种是随机误差,主要源于激光器自身、机械 漂移、温度变化以及空气涡流等因素引起的激光光 束漂移,以及光电处理电路的电子噪声。第三种是 系统误差,主要包括由光学器件的加工误差和光电 器件的定位误差等所引入的测量误差。

3.1.1 误差串扰分析

由三维小角度测量原理可知,俯仰、偏摆角测量 中基本不受其他自由度误差的串扰。而在滚转角测 量中,直角棱镜 RP 的二维平移及偏摆( $\Delta x$ , $\Delta y$  和  $\beta$ )对测量光线的 y 轴方向的位移基本不产生影响, 避免了二维直线度和偏摆角误差的串扰;通过两个 四象限探测器(QD<sub>1</sub> 和 QD<sub>2</sub>)对双光束采用差分测 量,俯仰角误差的串扰也可以基本消除,从而实现了 误差分离。

3.1.2 随机误差分析

随机误差的主要来源是各种因素引起的激光光 束漂移。由测量原理可知,俯仰、偏摆角测量是通过 PSD测量含有二维角度信息的光束在透镜焦平面 上的像点位移实现的,因此光束的平行漂移没有影 响。而且,由于测量光束往返为共路结构,因而对空 气扰动产生的光束角度漂移也有很好的抑制效果。 滚转角测量中采用了双光路差分测量方法,提高了 抗干扰能力,对各种因素引起的光束漂移的影响均 有很好的抑制效果。

3.1.3 系统误差分析

在实际应用中,棱镜加工存在塔差(第二光学平 行差),其对滚转角测量会产生影响。若设θ为其引 起的反射面角度偏差,则 RP 随平台移动前出射光 *I*<sub>2</sub> 的方向矢量为

$$\mathbf{I}_2 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2}n\theta & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$
 (17)

平台移动后出射光 I2 的方向矢量为

$$\boldsymbol{I}_{2}^{R} = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{2}n\theta - 2\alpha & 1 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$
 (18)

由测量原理可知,由于 θ 是定值,对于俯仰、偏摆角 测量不会产生影响,但会影响到滚转角测量,则(16) 式应修正为

$$\gamma = \frac{(\Delta y_1 - \Delta y_2) - \Delta z \sqrt{2} n\theta}{d}.$$
 (19)

所选棱镜折射率 n=1.5163, L=70.0 mm, d=60.0 mm,由于  $\Delta z$  可由步进电机或干涉仪精确获 得,而  $\theta$  是定值,也可通过标定准确测得,因此,由棱 镜加工误差引入的测量误差项  $\Delta z \sqrt{2} n\theta/d$  可通过补 偿消除。

#### 3.2 实 验

为验证系统的可行性,在实验室条件下进行了 标定及对比实验。实验装置如图2所示。测试在一 维导轨上进行,移动单元是载有测量敏感器件直角 棱镜的平台,其可进行三维角度的调节;固定单元包 括可调节支架、光源、接收光电器件及处理电路,其 信号输入到计算机,通过终端处理程序计算后输出 测量结果。



图 2 实验装置图 Fig. 2 Experimental setup

#### 3.2.1 标定实验

滚转角测量的标定采用美国 API 公司的 5DLS 激光干涉仪,其测量范围为±800″,角测量精度为

±[1.0"+0.1S(")/m]或1%显示值中较大值,其中 S为相对移动距离,标定范围设定为±100"。标定 结果如图3所示,滚转角测量分辨率约为0.3",标定 点残差在-1.5"~2.2"之间,标准差为1.2"。

俯仰、偏摆角测量的标定采用 MJS 双频激光干 涉仪,测量范围为 $\pm$ 5°,测量分辨率为 0.1″,测量精 度为 $\pm$ (0.002D+0.05L)″,D 为仪器读数,L 为相 对移动距离。标定范围设定为 $\pm$ 400″。标定结果如 图 4 所示,标定点残差分别在  $-3.0 \sim 2.5″$ 和  $-2.7 \sim 1.5″$ 之间,标准差分别为1.3″和 1.1″。



图 3 滚转角标定实验

Fig. 3 Calibration results of roll





3.2.2 比较测量实验

将一电子水平仪固定到移动单元的平台上,控制平台沿待测导轨移动,在200 mm 行程内与本测量系统进行滚转角定点对比测量,各点间距为20 mm。所选电子水平仪测量范围为±1000",测量精度为2"。结果如图5 所示,定点对比测量显示出

很好的一致性,两测量系统的滚转角测量值差值范 围为-1.2"~1.2"。



图 5 滚转角比较测量

Fig. 5 Comparison experimental results of the roll angle

采用 API 公司的 5DLS 激光干涉仪同本系统 进行俯仰、偏摆角对比测量实验,结果如图 6 所示。 两测量系统的俯仰和偏摆角测量差值范围分别为 0"~3.5"和-1.7"~3.8"。





以上实验结果与误差分析同相吻合,验证了方 法的有效性,各因素所引入的总的滚转角测量误差 约为1<sup>"</sup>,能够满足众多领域中实际应用的需要。

### 4 结 论

本文采用单个直角棱镜作为敏感元件,光学结构简单紧凑,可采用半导体激光器,便于多自由度误

差测量集成和小型化;采用差分测量有效抑制了外 界扰动等因素引起的光线漂移的影响;可避免其他 自由度误差的串扰,实现了误差分离。通过理论分 析和实验,验证了方法的可行性,在设定参数下,俯 仰、偏摆角测量灵敏度优于 0.1<sup>"</sup>,滚转角测量灵敏 度可达 0.3<sup>"</sup>。

#### 参考文献

- 1 J M Miller, R O Barton, M T Bergin. Multi-Axis Alignment Apparatus[P]. US Patent 4804270, [1989-07-18].
- 2 Fan Zhigang, He Jin, Zuo Baojun, *et al.*. Research on sixdegree-of-freedom calibration system for wind tunnel balances with a collimated laser beam[J]. Chin Opt Lett, 2003, 1(2): 82-84.
- 3 P S Huang, Y Li. Laser measurement instrument for fast calibration of machine tools [C]. Proceedings of ASPE Annual Meeting, 1996, 14: 644-647.
- 4 Kenta Umetsu, Ryosyu Furutnani, Sonko Osawa, et al.. Geometric calibration of a coordinate measuring machine using a laser tracking system[J]. Meas Sci & Technol, 2005, 16(12): 2466-2472.
- 5 Bruce L Thomas, Henry M Bass, Lloyd K Loftus, *et al.*. Laser Aligned Five-Axis Position Measurement Device[P]. US Patent 5798828, [1998-08-25].
- 6 Liu Chien-Hung, Jywe Wen-Yuh, Hsu Cheng-Chung, *et al.*. Development of a laser-based high-precision six-degrees-offreedom motion errors measuring system for linear stage[J]. Rev Sci Instrum, 2005, 76(5): 055110.
- 7 J Ni, S M Wu. An on-line measurement technique for machine volumetric error compensation [J]. J Engineering for Industry, 1993, 115(1): 85-92.
- 8 Fan K-C, Chen M-J. A 6-degree-of-freedom measurement system for the accuracy of X-Y stages[J]. Precision Engineering, 2000, 24(1): 15-23.
- 9 Shimizu S, LEE H S, Imai N. Simultaneous measurement method of table motion errors in six degrees of freedom [J]. International J Japan Society for Precision Engineering, 1994, 28 (8): 273-274.
- 10 Ni J, Huang P S, Wu S M. A multi-degree-of-freedom measuring system for CMM geometric errors [J]. J Engineering for Industry, 1992, 114(3): 362-369.

- 11 Fan K C, Chen M J, Hang W M, et al. A six degree of freedom measurement system for the motion accuracy of linear stages[J]. International J Machine Tools and Manufacturing, 1998, 38(3): 155-164.
- 12 Nakayabu T, Mori H, Takika A, et al.. Development of a practical measurement system for rolling by means of laser interferometry[J]. J Jpn Prec Eng, 1995, 61(2): 253-257.
- 13 Zhang Zhijiang, Yu Yingjie. Modeling of three-dimensional small angle measurement system[J]. Acta Meterologica Sinica, 2003, 24(1): 21-25.
  张之江,于瀛洁. 三维小角度测量系统建模[J]. 计量学报,

2003, 24(1): 21-25. 14 Ma Junshan, Wang Xiangzhao, Fang Zujie. Optical precision

- Ta Ma Junshan, Wang Xiangzhao, Fang Zujie. Optical precision measurement technique of rolling error[J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(10): 1403-1406.
  马军山,王向朝,方祖捷. 滚转角误差的光学精密测量技术研究 [J]. 光学学报, 2000, 20(10): 1403-1406.
- 15 Gao Wei, Zhang Sizhou, Satoshi Kiyono. Measurement and control of rolling of a precision moving table[C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Processing Systems, 1997, 1: 70-74.
- 16 Yin Chunyong, Xie Guangping, Cheng Xiangyin, et al.. Measurement method of rolling angle[J]. J Tsinghua University (Sci & Tech), 1996, 36(10): 86-91. 殷纯永,谢广平,成相印,等. 滚转角测量方法的研究[J]. 清华 大学学报, 1996, 36(10): 86-91.
- 17 Jiang Hong, Yin Chunyong. A novel method to measure the roll angle using a transverse Zeeman laser[J]. Chinese J Lasers, 1999, 26(12): 1085-1089.
  蒋 弘,殷纯永. 一种测量滚转角的新方法[J]. 中国激光, 1999, 26(12): 1085-1089.
- 18 Jiang Hong, Yin Chunyong. Sensitivity enhanced roll angle measurement[J]. Opt Eng, 2000, 39(2): 516-519.
- 19 Liu Zhongyao, Lin Dejiao, Yin Yongchun. High precision roll angle interferometer[J]. Optical Technique, 2002, 28(4): 332-334.

柳忠尧,林德教,殷纯永.高精度滚转角干涉仪[J].光学技术,2002,28(4):332-334.

20 Chen Lei, Zhang Enyao, Guo Hong, *et al.*. A novel method of rolling angle measurement[J]. J Optoelectronics • Laser, 2003, 14(6): 625-628.

陈 蕾, 张恩耀, 郭 宏, 等. 一种新的滚转角检测方法[J]. 光 电子・激光, 2003, 14(6): 625-628.

栏目编辑:何卓铭