

# 相对角度法测量波片相位延迟量

谷耀辉<sup>1,2</sup> 张燕<sup>1</sup> 焦翔<sup>1</sup> 朱健强<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院上海光学精密机械研究所高功率激光物理国家实验室, 上海 201800)  
<sup>2</sup> 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要** 为克服测量波片相位延迟量过程中难以精确判定消光位置的缺点, 提出相对角度法测量波片的相位延迟量。与传统测量方法相比, 不需要通过寻找光强极值点位置来调整光学元件的方位角, 消除了方位角定位误差对测量结果的影响, 降低了测量难度, 提高了测量精度。运用 Mueller 矩阵对该测量方法进行理论分析, 推导出测量公式。实测了适用波长  $\lambda=532$  nm 的 1/4 波片的相位延迟量, 测量结果的平均值和标准差分别为  $90.072^\circ$  和  $0.42^\circ$ , 与波片的标称值和精度相符, 很好地验证了测量方法的有效性。

**关键词** 测量; 相位延迟量; 波片; 偏振; 极值点

中图分类号 O436.3; TN247 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201340.0908002

## Measurement for Retardation of Wave Plates Using the Relative Angle Method

Gu Yaohui<sup>1,2</sup> Zhang Yan<sup>1</sup> Jiao Xiang<sup>1</sup> Zhu Jianqiang<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> National Laboratory of High Power Laser Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China  
<sup>2</sup> University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract** A relative angle method for measuring the phase retardation of wave plates is presented. Although it's difficult to accurately determine the extinction position, this method has nothing to do with it. Compared with traditional methods, there is no need to find the extreme value positions to adjust the azimuth angle of the optical elements. And it can eliminate the influence of positioning error on the measurement results. This method not only reduces the difficulty of measurement, but also improves the accuracy of the measurement. Based on Mueller matrix, the theory as well as the measurement formula is derived. The phase retardation of 1/4 plate is measured when the suitable wavelength is 532 nm. The mean value and standard deviation are  $90.072^\circ$  and  $0.42^\circ$ , respectively. The usefulness of this method is verified by the result of the experiment.

**Key words** measurement; phase retardation; wave plate; polarization; extreme value point

**OCIS codes** 120.5050; 120.5410; 310.5448; 220.4840

## 1 引言

波片是一种具有双折射性质的晶体, 经过它的线偏光会产生一个相对的相位延迟<sup>[1]</sup>, 因此, 由波片制作的偏振器件又称相位延迟器。波片是实现光波偏振态转换的重要元件<sup>[2]</sup>, 被广泛应用于光通信、生物光学、偏振干涉测量、激光技术等领域<sup>[3]</sup>。因此,

需要精确地测量波片的相位延迟量。

目前测量波片相位延迟量的方法有相位调制和样品摆动法<sup>[4]</sup>、光弹调制法<sup>[5]</sup>、复合补偿法<sup>[6]</sup>、直角棱镜法<sup>[7]</sup>、双光路相位比较法<sup>[8]</sup>、移相法<sup>[9]</sup>、智能自动测量法<sup>[10]</sup>等。这些方法在测量的过程中均需利用消光法寻找光强的极值点, 有的需进一步确定系

收稿日期: 2013-03-27; 收到修改稿日期: 2013-04-26

基金项目: 中以高功率激光技术国际合作研究(2010DFB70490)

作者简介: 谷耀辉(1987—), 男, 硕士研究生, 主要从事光学检测方面的研究。E-mail: guyaotianxia@163.com

导师简介: 朱健强(1964—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事激光驱动器方面的研究。

E-mail: jqzhu@mail.shnc.ac.cn(通信联系人)

统中光学元件的方位角。相位调制和样品摆动法需起偏器和检偏器正交；光弹调制法和直角棱镜法需事先确定待测波片的光轴的方向；复合补偿法采用最小光强追踪调节法，需旋转待测波片和检偏器获得消光位置；双光路相位比较法需知道待测波片和起偏检偏器主轴的夹角；智能自动测量法需调节起偏器和检偏器之间夹角找到光强为极大值时的位置；移相法虽然不必知道待测波片的具体光轴方向，但仍需用消光法确定起偏器和检偏器方位角的具体值。极值位置的寻找既使得测量繁琐，同时极值点的判定误差又会影响到测量的结果。因此，找到一种无关极值点位置的测量方法是非常有意义的。

本文提出了一种相对角度法测量波片的方法，并运用 Mueller 矩阵对该测量方法进行了理论分析。

## 2 理论分析

相对角度法测量波片相位延迟量的原理如图 1 所示。

以起偏器 P 透光轴方向为 X 轴，与其垂直方向为 Y 轴，激光传播方向为 Z 轴，建立图 1 所示的系

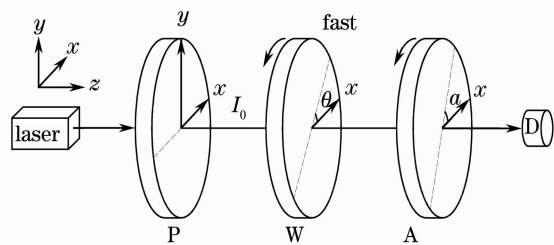


图 1 测量方法原理图

Fig. 1 Schematic diagram of the measurement method  
 统坐标系。光束首先经过 P 变成线偏振光，然后穿过待测波片 W，最后从检偏器 A 出射的光强信号被光电探测器 D 接收。规定逆着光路方向，逆时针方向为正，设波片 W 快轴与 X 轴夹角为  $\theta$ ，相位延迟角为  $\delta$ ，检偏器 A 的透光轴与 X 轴夹角为  $a$ ，则图 1 中光学元件的 Mueller 矩阵可分别表示为起偏器 P 的 Mueller 矩阵<sup>[11]</sup>为

$$M_P = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & 0 & & \\ & 0 & & 0 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

波片 W 的 Mueller 矩阵<sup>[12]</sup>为

$$M_W = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \sin^2 2\theta \cos \delta & \cos 2\theta \sin 2\theta (1 - \cos \delta) & -\sin 2\theta \sin \delta \\ 0 & \cos 2\theta \sin 2\theta (1 - \cos \delta) & \sin^2 2\theta + \cos^2 2\theta \cos \delta & \cos 2\theta \sin \delta \\ 0 & \sin 2\theta \sin \delta & -\cos 2\theta \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix}, \quad (2)$$

检偏器 A 的 Mueller 矩阵<sup>[12]</sup>为

$$M_A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2a & \sin 2a & 0 \\ \cos 2a & \cos^2 2a & \cos 2a \sin 2a & 0 \\ \sin 2a & \cos 2a \sin 2a & \sin^2 2a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

则不考虑光学元件对光的吸收和反射损失，经过检偏器 A 后出射光的 Stokes 矢量为

$$S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} = M_A M_W M_P I_0. \quad (4)$$

由 Stokes 矢量定义可知，出射光矢量的第一行式子代表其光强，即光强探测器 D 测得的光强  $I$  为

$$I = S_1 = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \cos 2a (\cos^2 2\theta + \cos \delta \sin^2 2\theta) + \frac{I_0}{2} \sin 2a \cos 2\theta \sin 2\theta (1 - \cos \delta), \quad (5)$$

式中  $I_0$  为经过起偏器 P 后的光强， $\theta$  为波片 W 的快

轴方位角， $\delta$  为波片 W 的相位延迟角， $a$  为检偏器 A 的方位角。

以往的测量中，通常取  $\theta = 45^\circ$ ，然后分别记录  $a = 0^\circ$  和  $a = 90^\circ$  时的光强值  $I_{\parallel}$  和  $I_{\perp}$ ，得到相位延迟角  $\delta$  为<sup>[13]</sup>

$$\delta = 2 \arctan \left( \sqrt{\frac{I_{\perp}}{I_{\parallel}}} \right). \quad (6)$$

该测量方法需要用消光法调整好待测波片和检偏器的角度，而调整角度时引起的定位误差将会影响测量结果。

(5)式也可以表示为

$$I = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{4} \cos 2a(1 + \cos \delta) + \frac{I_0}{4} (1 - \cos \delta) \cos(4\theta - 2a). \quad (7)$$

在(7)式中,将 $\theta$ 作为变量,通过旋转波片W改变 $\theta$ 的值。设波片W旋转的角度为 $\Delta_1$ ,则待测波片W的方位角由 $\theta$ 变为 $\theta + \Delta_1$ ,而此时光电探测器D测得的光强变为

$$I = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{4} \cos 2a(1 + \cos \delta) + \frac{I_0}{4} (1 - \cos \delta) \cos[4(\theta + \Delta_1) - 2a]. \quad (8)$$

将(7)式和(8)式相加,则有

$$I_1^+ = I_0 + \frac{I_0}{2} \cos 2a(1 + \cos \delta) + \frac{I_0}{2} (1 - \cos \delta) \cos 2\Delta_1 \cos(4\theta - 2a + 2\Delta_1). \quad (9)$$

特别地,当 $\Delta_1 = \pm 45^\circ$ 时,(9)式变为

$$I_1^+ = I_0 + \frac{I_0}{2} \cos 2a(1 + \cos \delta). \quad (10)$$

(10)式的值与 $\theta$ 无关,它表征的意义为:将待测波片以任意角度置于起偏器和检偏器之间,保证光束垂直入射波片,然后只需把波片旋转 $45^\circ$ 后,将波片旋转前后的两光强相加便可得到(10)式。

(10)式表示了需要测量的光强值和检偏器方位角 $a$ 与待测波片相位延迟量 $\delta$ 之间的关系。传统方法中, $a$ 为已知的,可以看做(10)式的一个特例。对(10)式的推导,有利于分析检偏器在方位角未知状态下的测量原理,很有意义。

在求解(10)式的过程中, $a$ 是固定不变的。对于(10)式,将 $a$ 作为变量,通过旋转检偏器A改变 $a$ 的值。设检偏器A旋转的角度为 $\Delta_2$ ,则 $a$ 变为 $a + \Delta_2$ ,则此时(10)式变为

$$I_2^+ = I_0 + \frac{I_0}{2} \cos(2a + 2\Delta_2)(1 + \cos \delta). \quad (11)$$

特别地,当 $\Delta_2 = \pm 45^\circ$ 时,(11)式可化简为

$$I_2^+ = I_0 \mp \frac{I_0}{2} \sin 2a(1 + \cos \delta). \quad (12)$$

(12)式的值同样与方位角 $\theta$ 是无关系的。它表征的意义为:先将检偏器转动 $45^\circ$ ,然后再把待测波片旋转 $45^\circ$ ,将波片旋转前后的两光强相加便可以得到(12)式。

将(10)式和(12)式联立运算,则有

$$K = (I_1^+ - I_0)^2 + (I_2^+ - I_0)^2 = \frac{I_0^2}{4} (1 + \cos \delta)^2 \Rightarrow \delta = \arccos\left(\frac{2\sqrt{K}}{I_0} - 1\right). \quad (13)$$

因此,首先测量出 $I_0$ ,然后分别将待测波片和检偏器旋转 $45^\circ$ ,并探测出不同位置时对应的光强值,通过(13)式就可以计算出待测波片的相位延迟量。

测量过程中,既不需要寻找光强极值点位置,也不需要调整 $\theta$ 和 $a$ 为具体角度值。只需把任意角度放入的待测波片和检偏器旋转 $45^\circ$ ,便可完成测量。实际测量时,可以把需要旋转的光学元件置于由步进机驱动的旋转盘上,有的旋转盘分辨精度非常高<sup>[14]</sup>,可达 $1''$ 。因此,高精度的 $45^\circ$ 旋转是容易实现的。该方法不需要关注方位角的绝对值,只需确定其相对角度值,因此称为相对角度法。

### 3 实 验

根据原理图(图1),建立如图2所示的测量系统。

激光采用半导体激光器,波长为532 nm,输出平均功率为20 mW。系统中的分束镜为普通的无偏振分束镜。起偏器和检偏器均为偏振片,消光比为 $10^{-3}$ 。被测量的零级 $1/4$ 波片的标称精度为 $\lambda/300$ 。计算机通过程序和串口自动控制步进电机的旋转,待测波片和检偏器置于由步进电机驱动的旋转盘,旋转盘最小旋转角度为 $1'$ 。两个光电探测器PD1和PD2为同型号光电二极管探测器。

需要指出的是,若运用(13)式求解相位延迟量,需要直接测量入射光 $I_0$ 的绝对值。一般来说,光源光强是有波动的,在不同时刻测得的 $I_0$ 很大可能是不同的,而光源的波动对测量结果的影响是很大的,这将会限制测量精度的提高<sup>[10]</sup>。所以,图2所示的测量系统中引入了参考光,通过作除法运算进行归一化处理,以消除光源光强波动对测量结果的影响。

引入参考光后,待测波片相位延迟量的计算在于以下参数的获取:

1) 调节使P平行于A,此时参考光与测量光的比值为 $\beta$ (为了消除由起偏器和检偏器对光束的吸收和反射引起的误差,校正比值采用 $\beta$ );

2) 放入待测波片,保证光束垂直入射波片,波片旋转 $45^\circ$ 前后测量光与参考光的比值由 $B_1$ 变为 $B_2$ ;

3) 检偏器A旋转 $45^\circ$ ,此时测量光与参考光的比值为 $B_3$ ;波片旋转 $45^\circ$ 后,变为 $B_4$ ;根据(13)式,依次进行操作1)→2)→3)后,求得相位延迟量 $\delta$ 为

$$\delta = \arccos[2 \sqrt{(\beta B_1 + \beta B_2 - 1)^2 + (\beta B_3 + \beta B_4 - 1)^2} - 1]. \quad (14)$$

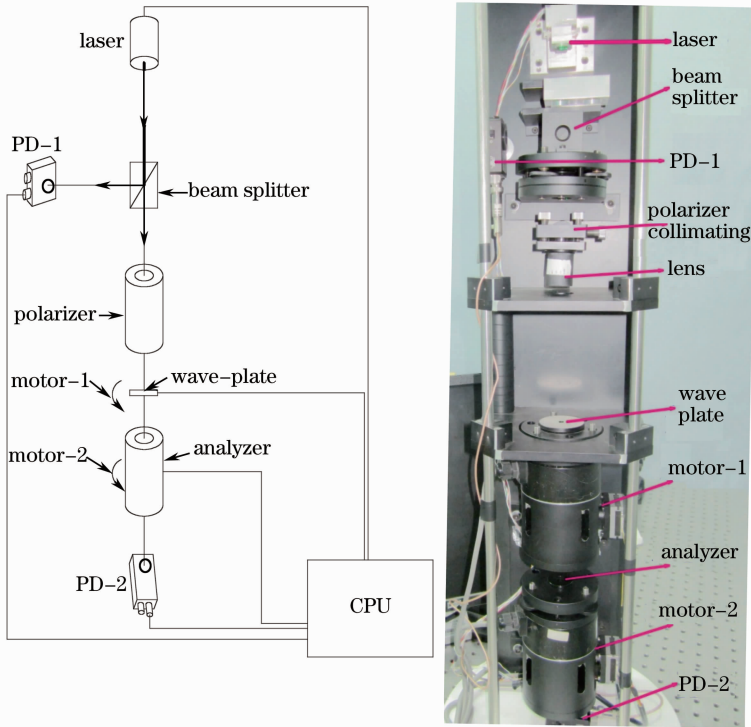


图 2 实验测量系统。(a) 系统示意图；(b) 部分装置实物图

Fig. 2 Measurement test system. (a) System schematic; (b) part of the device photo

实验中,被测零级 1/4 波片标称值为  $90^\circ$ ,精度为  $\lambda/300$ 。表 1 为测得的部分数据,测量结果的平均值和标准差分别为  $90.072^\circ$  和  $0.42^\circ$ ,与被测波片的标称值和精度相符,很好地验证了相对角度法测量波片相位延迟量的有效性。

表 1 相对角度法测量 1/4 波片的结果

Table 1 Measured results of a quarter wave plate with relative angle method

Number	$\delta / (^\circ)$	Number	$\delta / (^\circ)$
1	90.67	6	89.82
2	90.16	7	90.21
3	89.66	8	89.86
4	89.23	9	90.68
5	90.32	10	90.11
Average: 90.072		Standard deviation: 0.42	

## 4 精度分析

测量系统中,已经消除了光源光强波动以及起检偏器吸收和反射带来的影响。误差源主要有旋转角度精度以及背景光的影响等。此外,测量过程中温度的变化、斜入射<sup>[10]</sup>以及气流的波动等也会带来误差。

### 4.1 角度旋转误差

#### 4.1.1 波片旋转误差

当待测波片存在旋转偏差  $d_1 \in [-2^\circ, 2^\circ]$  时,旋转角度变为  $\Delta_1 = 45^\circ + d_1$ ,将含有偏差的旋转角度  $\Delta_1$  代入(13)式并对一个 1/4 波片的相位延迟量进行求解,数值模拟结果( $a$  值对模拟结果无影响)如图 3 所示。

由图 3(a)可知,波片旋转偏差对测量结果的影响随着偏差的增大而增大,具体大小与  $\theta$  值有关。观察图 3(b)可知,若  $\theta \in [0^\circ, 45^\circ]$ ,则当  $\theta = 22.5^\circ$  时,波片旋转偏差对测量结果的影响最大且最敏感。当  $\theta$  依次等于  $0^\circ, 5^\circ, 10^\circ, 22.5^\circ$  时,对应的模拟图像越来越陡,表明对测量结果的影响越来越敏感。而当  $\theta$  依次等于  $22.5^\circ, 35^\circ, 40^\circ, 45^\circ$  时,对应的模拟图像越来越平缓,表明对测量结果的影响越来越不敏感。这说明模拟结果是周期性的,是图 3(a)中模拟结果在最大值之间振荡的原因。当  $\theta = 0^\circ$  或  $45^\circ$  时,影响很小。因此,在实际测量中应避免取  $\theta = 22.5^\circ$ ,而应在  $\theta = 0^\circ$  或者  $45^\circ$  附近测量。图 3(b)中,当旋转偏差为  $1^\circ$  时,最大相对误差为 2.221%,可见旋转偏差对测量结果的影响比较大。当旋转偏差为  $0.1^\circ$  时,该值降为 0.2222%。本系统中角度旋转由机械操作控制完成,精度可达  $1'$ ,此时的相对误差变得更小。

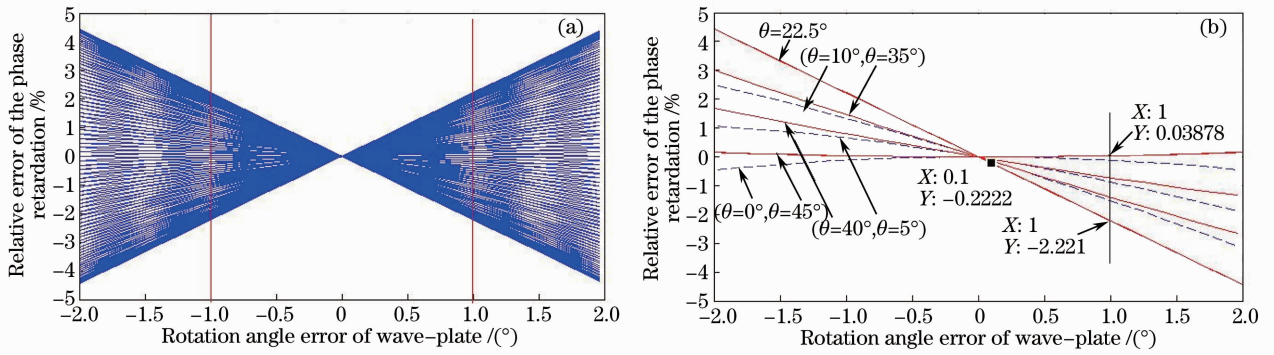


图3 待测波片旋转偏差对测量结果的影响。(a)  $\theta \in [0, 2\pi]$ ; (b)  $\theta \in [0, \pi/4]$

Fig. 3 Rotation angle error of wave-plate on the measurement results. (a)  $\theta \in [0, 2\pi]$ ; (b)  $\theta \in [0, \pi/4]$

#### 4.1.2 检偏器旋转误差

当检偏器存在旋转误差  $d_2 \in [-2^\circ, 2^\circ]$  时, 旋转角度变为  $\Delta_2 = 45^\circ + d_2$ , 将含有偏差的旋转角度代入

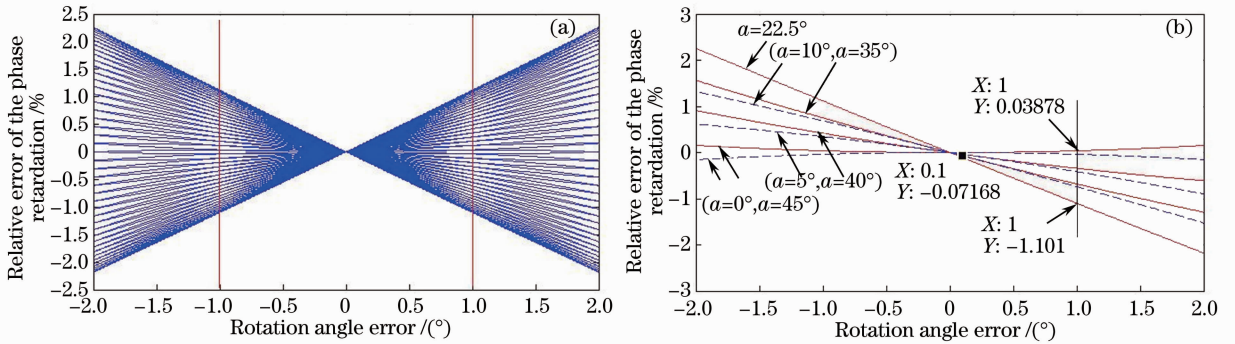


图4 检偏器旋转偏差对测量结果的影响。(a)  $a \in [0, 2\pi]$ ; (b)  $a \in [0, \pi/4]$

Fig. 4 Rotation angle error of analyzer on the measurement results. (a)  $a \in [0, 2\pi]$ ; (b)  $a \in [0, \pi/4]$

#### 4.1.3 小结

通过上述分析, 得出如下结论: 测量过程中, 检偏器和待测波片均应避免选择方位角为  $22.5^\circ$ , 最好将方位角定在  $0^\circ$  或  $45^\circ$  附近。旋转角度偏差对测量结果的影响明显, 但相对角度法通过避免对极值点的探寻并运用高精度机械旋转很好地解决了这一难题。

#### 4.2 背景光

测量过程中, 背景光是普遍存在的, 对激光光强的测量会产生影响。通过使用遮罩可以消除背景光的影响。也可以采用光调制的方法, 通过带通滤波器将噪声滤掉<sup>[9]</sup>。实际测量过程中, 使用了遮罩方法来消除背景光的影响。

#### 4.3 其他误差

测量过程中, 温度变化、斜入射以及气流的波动等因素同样会对测量带来误差。参考文献[10]中对温度变化和斜入射对相位延迟测量的影响进行了详尽的分析。温度变化对零级波片影响比较小, 对多级波片影响很大。实验时, 将室温控制为恒温, 最大

(13)式对一个  $1/4$  波片的相位延迟量进行求解, 数值模拟结果( $\theta$  值对模拟结果无影响)如图4所示。

由图4可知, 检偏器旋转偏差对测量结果的影响与波片旋转偏差的影响相似, 但影响强度小于后者。

限度地降低温度的影响。入射角偏差对测量结果影响很大, 尤其是多级波片对入射角非常敏感。同时, 入射角倾斜也会造成转动过程中光中心偏离现象, 最后表征为探测光强发生变化, 属于系统误差。本系统中经过仔细调整后, 由入射偏差引起的相位偏差约为  $\Delta\delta = 0.4^\circ$ 。

#### 4.4 综合误差

综合以上分析可知, 测量系统误差源较少, 且解决了角度旋转引起的误差, 测量系统的主要误差来自环境和人为操作两方面因素。

## 5 结论

相对角度法测量波片相位延迟, 无需关注光学元件方位角的绝对值, 只需确定其相对角度, 成功避免了对光强极值点位置的寻找, 降低了测量难度。该方法的有效性通过实验得到验证。同时该方法也可以用来测量材料的应力等。

## 参 考 文 献

- 1 Yu Daoyin, Tan Hengying. Engineering Optics[M]. Beijing: China Machine Press, 1998. 322—370.  
郁道银, 谈恒英. 工程光学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1998. 322—370.
- 2 Wang Jun, Chen Lei, Wu Quanying, *et al.*. Retardation measurement of wave plates using white-light Michelson interferometer[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(5): 0508001.  
王 军, 陈 磊, 吴泉英, 等. 一种基于白光迈克耳孙干涉仪波片延迟量的测量方法[J]. 中国激光, 2011, 38(5): 0508001.
- 3 H Kim, Y H Lee. Unique measurement of the parameters of a twisted-nematic liquid-crystal display[J]. Appl Opt, 2005, 44(9): 1642—1649.
- 4 Li Fanyue, Han Jie, Zeng Aijun, *et al.*. Method for measuring retardation by swinging quarter-wave plate with phase modulator[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(2): 0208003.  
李凡月, 韩 杰, 曾爱军, 等. 基于相位调制和样品摆动的 1/4 波片相位延迟量测量方法[J]. 中国激光, 2011, 38(2): 0208003.
- 5 B V Kuznetsov. Photoelectric modulation method for testing half-wave phase plates[J]. Sov J Opt Technol, 1985, 52(12): 723—725.
- 6 Xue Qingwen, Li Guohua. Measurement wave-plate retardation using compound composition method[J]. Laser Journal, 1996, 17(2): 84—85.  
薛庆文, 李国华. 复合补偿法测量波片的相位延迟[J]. 激光杂志, 1996, 17(2): 84—85.
- 7 Wang Zhengping, Li Qingbo, Tan Qiao, *et al.*. Method of measuring practical retardance value and judging the fast or slow axis of quarter-wave plate[J]. Chinese J Lasers, 2005, 32(4): 523—528.  
王政平, 李庆波, 谭 巧, 等. 测量  $\lambda/4$  波片实际相移量并判定快慢轴的方法[J]. 中国激光, 2005, 32(4): 523—528.
- 8 Cheng Xiaotian, Li Yinzhu, Liu Cheng, *et al.*. Method for measuring the retardation of a wave plate[J]. Chinese J Lasers, 2003, 30(7): 651—654.  
程笑天, 李银柱, 刘 诚, 等. 波片位相延迟的测量方法[J]. 中国激光, 2003, 30(7): 651—654.
- 9 Yan Ming, Gao Zhishan. Phase shifting method for measuring the phase retardation of wave plates [J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2005, 16(2): 183—187.  
严 明, 高志山. 移相法测量波片的相位延迟量[J]. 光电子 • 激光, 2005, 16(2): 183—187.
- 10 Bo Feng, Zhu Jianqiang, Kang Jun. Precise measurement and factors analysis for phase retardation of wave plate[J]. Chinese J Lasers, 2007, 34(6): 851—856.  
薄 锋, 朱健强, 康 俊. 波片相位延迟的精确测量及影响因素分析[J]. 中国激光, 2007, 34(6): 851—856.
- 11 Takashi Onuma, Yukitoshi Otani. Real-time measurement method for birefringence distribution by dynamic Stokes polarimeter[C]. IOST, 2011. 57—58.
- 12 Zhu Qingchun, Chen Shisheng. Introduction to matrix optics [M]. Shanghai: Scientific and Technical Documentation Press, 1991. 191—203.  
竺庆春, 陈时胜. 矩阵光学导论[M]. 上海: 科学技术文献出版社, 1991. 191—203.
- 13 S T Wu, U Efron, L D Hess. Birefringence measurements of liquid crystals[J]. Appl Opt, 1984, 23(21): 3911—3915.
- 14 Zhu Linglin, Zeng Aijun, Li Fanyue, *et al.*. Real-time measurement method for retardation of eight waveplate independent of fast axis[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(5): 0508002.  
朱玲琳, 曾爱军, 李凡月, 等. 与快轴方向无关的  $\lambda/8$  波片相位延迟量实时测量方法[J]. 中国激光, 2011, 38(5): 0508002.

栏目编辑:何卓铭