

简单柱面坐标偏振光束的传输特性

郭福源 李连煌 郑华 张振 林晓明

(福建师范大学激光与光电子技术研究所, 光子技术福建省重点实验室,
医学光电科学与技术教育部重点实验室, 福建 福州 350007)

摘要 根据径向电场分量与角向电场分量所满足的二阶微分方程分析简单柱面坐标偏振光束本征模场的特性。根据坐标变换公式将瑞利-索末菲标量衍射积分公式转化为简单柱面坐标偏振光束衍射远场径向电场分量与角向电场分量的计算公式。根据衍射源电场振幅分布与空间频谱分布的关系, 给出简单柱面坐标偏振光束微分算子衍射源光斑半径和径向空间频率半径的计算公式, 它可用于计算简单柱面坐标偏振光束的光束传输因子。并以计算 LG_{10} 模柱面坐标偏振拉盖尔-高斯光束的光束参量为例说明了该公式的实用性。

关键词 衍射; 简单柱坐标偏振光束; 光束传输因子; 远场; 一阶汉克尔变换; 拉盖尔-高斯光束

中图分类号 TN012; O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201340.0802003

Propagation Characteristics of Simple Cylindrical Polarized Beam

Guo Fuyuan Li Lianhuang Zheng Hua Zhang Zhen Lin Xiaoming

(Key Laboratory of Optoelectronic Science and Technology for Medicine of Ministry of Education,
Fujian Provincial Key Laboratory of Photonic Technology, Institute of Laser and Optoelectronics Technology,
Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350007, China)

Abstract Based on the second order differential equation which describes the radial and azimuthal electric field components, the characteristics of eigen mode field of simple cylindrical polarized beam are analyzed. According to the formulae of coordinate transformation, the Rayleigh-Sommerfeld scalar diffraction integral formula is converted into a calculation formula for the radial and azimuthal electric field components of far field diffraction of the simple cylindrical polarized beam. As the relationship between the spatial frequency spectrum and electric field distribution of the diffraction source is employed, a calculation formula for the spot radius and spatial frequency radius by the differential operator method is suggested. It can be used to calculate the beam propagation factor of the cylindrical polarized beam. Then, the practical applicability of the above formulae is clearly shown through the beam parameters calculation of the LG_{10} mode cylindrical polarized Laguerre-Gaussian beam.

Key words diffraction; simple cylindrical polarized beam; beam propagation factor; far field; one order Hankel transform; Laguerre-Gaussian beam

OCIS codes 260.1960; 260.2160; 070.7345

1 引言

在光纤和圆柱形谐振腔等径向受到柱面约束的光学系统中, 存在简单笛卡儿坐标偏振光束和简单柱面坐标偏振光束, 简单柱面坐标偏振光束也称柱面偏振矢量光束^[1-2]或柱面偏振光束^[3]或矢量偏振光束^[4-5], 光束的电场偏振方向为柱面坐标系的径向或角向或二者组合, 径向电场分量 E_r 和角向电场

分量 E_φ 的振幅和相位均与柱面坐标系的角向坐标 φ 无关, 如阶跃折射率光纤的 TE_{0n} 模和 TM_{0n} 模^[6-7] 光束, 纯角向或径向偏振激光束^[8], LG_{1n} 模径向偏振光束^[9-12]等, 由于具有一些特殊的应用^[13]而被广泛关注。

在光束传输理论研究方面, Jia 等^[1-3, 9-10]基于矢量角谱方法和矢量瑞利-索末菲衍射积分公式, 给

收稿日期: 2013-01-21; 收到修改稿日期: 2013-03-18

基金项目: 福建省教育厅重点项目(JA10062, JK2012007)

作者简介: 郭福源(1965—), 男, 博士, 教授, 主要从事光波导理论和光束传输理论及其应用等方面的研究。

E-mail: guofy@fjnu.edu.cn

出与束腰电场分量 E_x 和 E_y 具有相同描述函数的非傍轴柱面坐标偏振 LG_{1n} 模拉盖尔-高斯光束束腰角谱的 x 轴分量与 y 轴分量的表达式,以及 LG_{10} 模光束传输、 LG_{1n} 模光束远场分布和 LG_{1n} 模光束束腰经过圆孔衍射的场分布表达式;Deng^[11] 根据矢量瑞利-索末菲衍射积分公式给出非傍轴径向偏振 LG_{1n} 模拉盖尔-高斯光束传输的表达式,并在傍轴近似下给出与束腰电场分量具有相同描述函数的 LG_{1n} 模光束远场 x 轴分量与 y 轴分量的表达式;Chen^[12] 根据矢量瑞利-索末菲衍射积分公式给出非傍轴径向偏振 LG_{1n} 模拉盖尔-高斯光束束腰经过圆环衍射的场分布表达式。

角向函数为三角函数的 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束的横向电场^[14] 表达了径向或角向偏振 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束在笛卡儿坐标系一个横轴上的分量,角向函数为复指数函数的 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束的横向电场^[15] 表达了角向电场 E_φ 和径向电场 E_r 的相位差为 $\pi/2$ 时,柱面坐标偏振 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束的横向电场在笛卡儿坐标系一个横轴上的分量,复参量 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束^[15-17] 与角向函数为复指数函数的标准 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束具有相同的描述函数。文献[18]开展了标准和复参量 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束的光束传输因子的研究,文献[19]开展了标准和复参量 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束经圆孔衍射的广义光束传输因子的研究。

由于 Petermann^[20] 基于微分算子定义的模场半径计算公式是以渐变折射率光纤基模标量模场分布所满足的亥姆霍兹方程为基础的^[20-21],当标量模场分布与空间频谱分布的关系为零阶汉克尔变换时,基于微分算子定义的模场半径与基于二阶矩空间频率半径定义的模场半径等效^[22-23],可见基于微分算子定义的模场半径只适用于电(磁)场 x 轴分量和 y 轴分量的振幅和相位均与角向坐标 φ 无关的简单笛卡儿坐标偏振光束或简单标量光束^[24],不适用于简单柱面坐标偏振光束的光束传输因子计算。

为了阐明简单柱面坐标偏振光束的传输特性,本文根据简单柱面坐标偏振光束径向和角向电场分量所满足的微分方程^[25-26],分析简单柱面坐标偏振光束本征模场及其衍射远场特性,给出简单柱面坐标偏振光束的微分算子模场半径和空间频率半径的计算公式,并将其应用于 LG_{10} 模柱面坐标偏振拉盖尔-高斯光束的光束传输因子计算,其结果与基于光束传输因子定义^[27] 计算的结果^[14] 一致。

2 简单柱面坐标偏振光束的场分布特性

简单柱面坐标偏振光束的径向电场分量 $E_r(r, z, t)$ 和角向电场分量 $E_\varphi(r, z, t)$ 均与角向坐标 φ 无关,根据亥姆霍兹方程,简单柱面坐标偏振光束的横向电场分量 $E_r(r, z, t)$ 和 $E_\varphi(r, z, t)$ 满足二阶微分方程^[25-26]

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial [rE_C(r, z, t)]}{\partial r} \right\} + \frac{\partial^2 E_C(r, z, t)}{\partial z^2} + k^2 E_C(r, z, t) = 0, \quad (1)$$

式中下标 $C = r, \varphi$ 分别用来标注简单柱面坐标偏振光束的电场在柱面坐标径向和角向的分量, $k = 2\pi/\lambda$ 为光波波数。

柱面坐标偏振 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束横向电场分量 $E_C(r, z, t)$ 是(1)式在振幅缓变近似^[28-31] 情况下的特解,径向和角向电场分量可表达为^[26]

$$E_C(r, z, t) = C_{10} \left(\frac{r}{\omega_0} \right) \left[\frac{z_R}{iq(z)} \right]^2 \times \exp \left\{ ik \left[z + \frac{r^2}{2q(z)} \right] + i\pi - i2\pi\nu t \right\}, \quad (2)$$

式中 C_{10} 为常数, i 为虚数单位, ν 为光波的频率, t 为时间变量, $z_R = \pi\omega_0^2/\lambda$ 为柱面坐标偏振 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束的等效瑞利距离, ω_0 为光束的等效束腰光斑半径, $q(z) = z - iz_R$ 为轴向坐标 z 位置光束的复曲率半径^[15], 且 $1/q(z) = 1/R(z) + i\lambda/[\pi\omega^2(z)]$, 其中, $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + z^2/z_R^2}$ 为轴向坐标 z 位置光束的等效光斑半径, $R(z) = z + z_R^2/z$ 为轴向坐标 z 位置光束的波面曲率半径^[31]。

由(2)式可知,在柱面坐标偏振 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束的传输过程中,附加相位或相移^[14,31] $\Phi(z) = \pi - 2\arctan(z/z_R)$ 。在光束的束腰位置, $z = 0$, 附加相位 $\Phi(0) = \pi$; 在传输远场, $z \gg z_R$, 附加相位 $\Phi(\infty) = 0$; 在光束的旋转对称轴上, $r = 0$, 横向电场振幅 $\Psi_C(0, z) = 0$ 。

在柱面坐标偏振 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束的束腰位置, $z = 0$, 波面曲率半径 $R(0) = \infty$, 等相位面为平面, 径向和角向电场分量 $E_C(r, 0, t) = \Psi_C(r) \exp(i\pi - i2\pi\nu t)$, 横向电场振幅分布^[1,8] 为

$$\Psi_C(r) = C_{10} \left(\frac{r}{\omega_0} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{\omega_0^2} \right). \quad (3)$$

由(3)式可知,当 $r = \omega_0/\sqrt{2}$ 时,横向电场振幅最大, $\Psi_{C,\max}(r) = C_{10}/\sqrt{2e}$, 其中, $e = 2.71828$ 为自然对数的底; 当 $r = \omega_0$ 时, $\Psi_C(\omega_0) = C_{10}/e$, 与最大振幅的关系为 $\Psi_C(\omega_0) = \sqrt{2/e}\Psi_{C,\max}(r)$ 。

3 简单柱坐标偏振光束的衍射远场特性

设衍射源平面与笛卡儿坐标系的 xOy 平面重合, 衍射远场观察平面与衍射源平面平行, 如图 1 所示。若衍射源参考点 P 的坐标为 $(r \cos \varphi, r \sin \varphi, 0)$, 衍射远场观察点 P' 的坐标为 $(r' \cos \varphi', r' \sin \varphi', z')$, 当观察平面位于衍射远场时, 利用瑞利判据^[32]简化 P 与 P' 之间的传播距离 L , 当坐标原点 O 与观察点 P' 之间的距离 $L_0 \geq 2r^2/\lambda$ 时, 传播距离 $L \approx L_0 - r \sin \theta \cos(\varphi - \varphi')$, 瑞利-索末菲标量衍射积分公式的倾斜因子^[33-36] $O(\chi) \approx \cos \theta$ 。

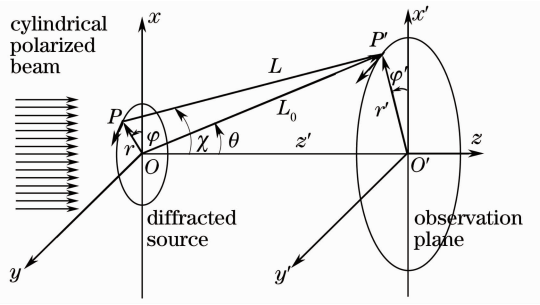


图 1 柱坐标偏振光束衍射示意图

Fig. 1 Schematic of diffraction from the cylindrical polarized beam

根据瑞利-索末菲标量衍射积分公式^[33-34], 在 $z = z'$ 的远场观察平面上的 x 轴和 y 轴电场分量为

$$E_S(r', \varphi', z', t) = \frac{\cos \theta \exp(ikL_0)}{i\lambda L_0} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} E_S(r, \varphi, t) \exp[-ikr \sin \theta \cos(\varphi - \varphi')] r dr d\varphi, \quad (4)$$

式中下标 $S = x, y$ 分别标注衍射源和衍射远场的电场在笛卡儿坐标系内沿 x 轴和 y 轴方向的电场分量。

根据坐标变换公式^[1] $E_r = E_x \cos \varphi + E_y \sin \varphi$, $E_\varphi = -E_x \sin \varphi + E_y \cos \varphi$, 和欧拉公式 $\exp(\pm i\varphi) = \cos \varphi \pm i \sin \varphi$, 以及 m 阶贝塞尔函数的积分函数形式^[15]

$$J_m(\xi) = \frac{i^{-m}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\xi \cos \varphi + im\varphi) d\varphi, \quad (5)$$

当衍射源平面上的光场等相面的平面, 且与衍射源平面重合时, 简单柱面坐标偏振光束的衍射远场径向和角向电场分量可由物理意义上的衍射源空间频谱分布 $S_{C,P}(f_r)$ 表示为

$$E_C(r', z', t) = \frac{\cos \theta \exp(ikL_0 - i\pi - i2\pi\pi t)}{\lambda L_0} S_{C,P}(f_r), \quad (6)$$

式中 $f_r = \sin \theta / \lambda$ 为径向空间频率。

由于光波的衍射场为行波场, 物理意义上的空间频谱分布 $S_{C,P}(f_r)$ 的定义域为 $[0, 1/\lambda]$, 由数学概念上的空间频谱分布 $S_C(f_r)$ 表示为^[35]

$$S_{C,P}(f_r) = S_C(f_r) \text{circ}(\lambda f_r), \quad (7)$$

式中 $\text{circ}(\xi)$ 为圆孔函数, 当 $0 \leq \xi \leq 1$ 时, $\text{circ}(\xi) = 1$, 当 $\xi > 1$ 时, $\text{circ}(\xi) = 0$. $S_C(f_r)$ 为衍射源的横向电场振幅分布函数 $\Psi_C(r)$ 的一阶汉克尔变换, 或称一阶傅里叶-贝塞尔变换^[37]

$$S_C(f_r) = 2\pi \int_0^{\infty} \Psi_C(r) J_1(2\pi r f_r) r dr. \quad (8)$$

若衍射源的横向电场振幅分布函数 $\Psi_C(r)$ 在定义域 $[0, \infty)$ 内满足傅里叶变换的狄里赫利条件^[38], $S_C(f_r)$ 的定义域也为 $[0, \infty)$ 。

由于标量衍射积分公式的局限性, 物理意义上的空间频谱分布函数定义域小于数学概念上的空间频谱分布函数定义域, 物理意义上的空间频谱总功率小于数学概念上的空间频谱总功率, 基于物理意义上的空间频谱分布计算的极度非傍轴衍射光束的光束传输因子值将会出现异常^[35]。实际上, 若衍射场介质为无损介质, 行波场光束传输遵守能量守恒定律, 将 $S_{C,P}(f_r)$ 的定义域从 $[0, 1/\lambda]$ 扩展为 $[0, \infty)$, 此时观察平面上的衍射远场总功率计算值将满足能量守恒定律, 与 Parseval 定理^[38]一致。因此, 在分析衍射光束特性时, 采用数学概念上的空间频谱分布函数 $S_C(f_r)$ 分析简单柱面坐标偏振光束的传输特性有实际意义。

以等效束腰光斑半径为 ω_0 的柱面坐标偏振 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束无受限衍射的情况为例, 衍射源为光束束腰位置的光场, 其径向和角向电场分量的横向分布函数如(3)式所示, 由(8)式可知, 数学意义上的空间频谱分布^[1]为

$$S_C(f_r) = C_{10} (\pi \omega_0^2) \left(\frac{f_r}{f_{r,0}} \right) \exp\left(-\frac{f_r^2}{f_{r,0}^2}\right), \quad (9)$$

式中 $f_{r,0} = 1/(\pi \omega_0)$ 为等效径向空间频率半径。由(9)式可知, 当径向空间频率 $f_r = 0$ 时, 空间频谱 $S_C(f_r) = 0$; 当 $f_r = f_{r,0}/\sqrt{2}$ 时, 空间频谱最大, $S_{C,\max}(f_r) = C_{10} \pi \omega_0^2 / \sqrt{2e}$; 当 $f_r = f_{r,0}$ 时, $S_C(f_{r,0}) =$

$C_{10}\pi\omega_0^2/e$, 与最大空间频谱的关系为 $S_C(f_{r,0}) = \sqrt{2/e}S_{C,\max}(f_r)$ 。

在傍轴条件下, 由于 $\cos\theta \approx 1, L_0 \approx z', \omega(z') \approx z'\lambda/(\pi\omega_0)$, 由(6)式和(9)式所表达的柱面坐标偏振 LG₁₀ 模拉盖尔-高斯光束无受限衍射的远场分布与(2)式所表达的远场分布一致。

4 简单柱面坐标偏振光束的特征参量

根据 Petermann 基于二阶矩算法定义的模场半径^[39], 并借鉴 Petermann 基于微分算子定义的基模光纤模场半径概念^[20], 以及基模光纤的等效模场半径概念^[40], 若衍射源为能量源或功率源, 衍射源总功率为有限值, 且衍射源电场等相位面为平面, 衍射源的径向和角向电场分量的振幅和相位均与角向坐标 φ 无关, 衍射形式为非硬边光阑衍射, 简单柱面坐标偏振光束的衍射源光斑半径和径向空间频率半径两个特征参量也有二阶矩参量、微分算子参量和等效参量三种形式。

二阶矩参量的计算公式^[39]与光束的偏振态无关, 若衍射源电场振幅分布函数 $\Psi_C(r)$ 及数学概念上的空间频谱分布函数 $S_C(f_r)$ 满足: 函数 $r\Psi_C^2(r)$ 、 $f_r S_C^2(f_r)$ 、 $r^3\Psi_C^2(r)$ 和 $f_r^3 S_C^2(f_r)$ 均为可积分函数, 则相同形式的简单柱面坐标偏振光束的二阶矩衍射源光斑半径 ω_{SM} 和二阶矩衍射源径向空间频率半径 $f_{r,SM}$ 的计算公式为^[39]

$$\xi_{SM} = \left[\frac{2 \int_0^{\infty} f^2(\xi) \xi^3 d\xi}{\int_0^{\infty} f^2(\xi) \xi d\xi} \right]^{1/2}. \quad (10)$$

若 $\Psi_C(r)$ 及 $S_C(f_r)$ 满足: 电场振幅 $\Psi_C(0) = 0$, 空间频谱 $S_C(0) = 0$, $\Psi_C(r)/\sqrt{r}$ 在 $r = 0$ 处为有限值, $S_C(f_r)/\sqrt{f_r}$ 在 $f_r = 0$ 处为有限值, 函数 $\Psi_C(r)$ 和 $S_C(f_r)$ 均处处连续可导, 且 $(1/r)\{d[r\Psi_C(r)]/dr\}^2$ 和 $(1/f_r)\{d[f_r S_C(f_r)]/df_r\}^2$ 均为可积分函数, 则简单柱面坐标偏振光束的微分算子衍射源光斑半径 ω_{DO} 和微分算子径向空间频率半径 $f_{r,DO}$ 可写成相同的形式

$$\xi_{DO} = \left\{ \frac{2 \int_0^{\infty} f^2(\xi) \xi d\xi}{\int_0^{\infty} \{(1/\xi)d[\xi f(\xi)]/d\xi\}^2 \xi d\xi} \right\}^{1/2}. \quad (11)$$

由(8)式可知, 简单柱面坐标偏振光束的径向分布函

数 $\Psi_C(r)$ 及数学概念上的空间频谱分布函数 $S_C(f_r)$ 的关系互为一阶汉克尔变换与逆变换, 参照文献^[23]的证明方法, 可以证明微分算子衍射源光斑半径与二阶矩衍射源径向空间频率半径的关系为 $\omega_{DO} = 1/(\pi f_{r,SM})$, 微分算子衍射源径向空间频率半径与二阶矩衍射源光斑半径的关系为 $f_{r,DO} = 1/(\pi\omega_{SM})$ 。

等效衍射源光斑半径 ω_{EQ} 为二阶矩衍射源光斑半径 ω_{SM} 和微分算子光斑半径 ω_{DO} 的等比中项^[40-41], 同样, 等效衍射源径向空间频率半径 $f_{r,EQ}$ 为二阶矩衍射源径向空间频率半径 $f_{r,SM}$ 和微分算子衍射源径向空间频率半径 $f_{r,DO}$ 的等比中项, 它们可写成相同形式

$$\xi_{EQ} = \sqrt{\xi_{SM}\xi_{DO}}. \quad (12)$$

由(10)~(12)式可知, 相同形式的简单柱面坐标偏振光束的等效衍射源光斑半径 ω_{EQ} 和等效衍射源径向空间频率半径 $f_{r,EQ}$ 为

$$\xi_{EQ} = \left\{ \frac{4 \int_0^{\infty} f^2(\xi) \xi^3 d\xi}{\int_0^{\infty} \{(1/\xi)d[\xi f(\xi)]/d\xi\}^2 \xi d\xi} \right\}^{1/4}. \quad (13)$$

由(10)~(13)式可知, 衍射源光斑半径参量 ω_{SM} 、 ω_{DO} 、 ω_{EQ} 与衍射源径向空间频率半径参量 $f_{r,SM}$ 、 $f_{r,DO}$ 、 $f_{r,EQ}$ 之间的关系满足

$$\pi\omega_{SM}f_{r,DO} = \pi\omega_{DO}f_{r,SM} = \pi\omega_{EQ}f_{r,EQ} = 1. \quad (14)$$

应用表征光束远场分布特性的桶中功率(PIB)概念^[42]及桶中功率计算公式^[43], 在给定的衍射源光斑半径 r_B 内的光束功率占总功率的百分比 $P_{IB}(r_B)$ 与在给定的衍射源径向空间频率半径 $f_{r,B}$ 内的光束功率占总功率的百分比 $P_{IB}(f_{r,B})$ 具有相同的形式:

$$P_{IB}(\xi_B) = \frac{\int_0^{\xi_B} f^2(\xi) \xi d\xi}{\int_0^{\infty} f^2(\xi) \xi d\xi}, \quad (15)$$

仍以等效束腰光斑半径为 ω_0 的柱面坐标偏振 LG₁₀ 模拉盖尔-高斯光束无受限衍射为例, 由(3)式和(9)式可知, 柱面坐标偏振 LG₁₀ 模拉盖尔-高斯光束的 $P_{IB}(r_B)$ 和 $P_{IB}(f_{r,B})$ 的计算公式具有相同的形式

$$P_{IB}(\xi_B) = 1 - \left(1 + \frac{2\xi_B^2}{\xi_0^2}\right) \exp\left(-\frac{2\xi_B^2}{\xi_0^2}\right), \quad (16)$$

式中 $\xi_0 = \omega_0$, $f_{r,0}$ 分别用于计算衍射源光斑半径 r_B 内的 $P_{IB}(r_B)$ 和衍射源径向空间频率半径 $f_{r,B}$ 内的 $P_{IB}(f_{r,B})$ 。

由(10)~(16)式可知,柱面坐标偏振 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束的二阶矩束腰光斑半径 $\omega_{SM} = \sqrt{2}\omega_0$, 二阶矩束腰径向空间频率半径 $f_{r,SM} = \sqrt{2}f_{r,0}$, 二阶矩参量内光束的功率为总功率的 90.84%; 柱面坐标偏振 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束的微分算子束腰光斑半径 $\omega_{DO} = \omega_0/\sqrt{2}$, 刚好与横向电场振幅为最大值时的光斑半径相同, 微分算子束腰光斑半径 $f_{r,DO} = f_{r,0}/\sqrt{2}$, 也刚好与空间频谱为最大值时的径向空间频率半径相同, 微分算子参量内光束的功率为总功率的 26.42%, 等效束腰光斑半径 $\omega_{EQ} = \omega_0$, 等效束腰径向空间频率半径 $f_{r,EQ} = f_{r,0}$, 等效光束参量内光束的功率为总功率的 59.40%。

5 简单柱面坐标偏振光束的光束传输因子

根据 Siegman^[27] 给出的光束质量因子定义, 简单柱面坐标光束传输因子计算公式为

$$M^2 = \pi\omega_{SM}f_{r,SM}. \quad (17)$$

由(14)式可知, 简单柱面坐标偏振光束的光束传输因子可由二阶矩参量与微分算子参量的比值计算^[24,35], 也可以由二阶矩参量与等效参量的比值平方计算, 或由等效参量与微分算子参量的比值平方计算

$$M^2 = \frac{\xi_{SM}}{\xi_{DO}} = \left(\frac{\xi_{SM}}{\xi_{EQ}}\right)^2 = \left(\frac{\xi_{EQ}}{\xi_{DO}}\right)^2. \quad (18)$$

由(10)~(13)式可知, 基于二阶矩衍射源光斑半径、微分算子衍射源光斑半径和等效衍射源光斑半径计算的光束传输因子与基于二阶矩衍射源径向空间频率半径、微分算子衍射源径向空间频率半径和等效衍射源径向空间频率半径计算的光束传输因子可写成相同的形式

$$M^2 = \frac{\left\{ \int_0^\infty f^2(\xi)\xi^3 d\xi \int_0^\infty \left\{ (1/\xi)d[\xi f(\xi)]/d\xi \right\}^2 \xi d\xi \right\}^{1/2}}{\int_0^\infty f^2(\xi)\xi d\xi}. \quad (19)$$

仍以等效束腰光斑半径为 ω_0 的柱面坐标偏振 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束无受限衍射为例, 由(3)、(9)、(19)式知, 柱面坐标偏振 LG_{10} 模拉盖尔-高斯光束的光束传输因子 $M^2 = 2$, 与文献[14]的结论一致。

6 结 论

根据坐标变换公式将瑞利-索末菲标量衍射积分公式转化为简单柱面坐标偏振光束衍射远场径向和角向电场分量的计算公式。根据简单柱面坐标偏振光束衍射源横向电场分布与空间频谱分布互为一阶汉克尔变换和逆变换关系, 给出适合用于简单柱面坐标偏振光束的光束传输因子计算的微分算子光斑半径和径向空间频率半径的计算公式。用于计算 LG_{10} 模柱面坐标偏振拉盖尔-高斯光束的光束传输因子的结果与基于 M^2 因子定义计算的结论一致。

参 考 文 献

- 1 X T Jia, B Li, Y Q Wang, *et al.*. Propagation properties of a cylindrically polarized vector beam [J]. *Frontiers of Optoelectronics in China*, 2009, 2(4): 414-418.
- 2 X T Jia, B Li, Y Q Wang. Far-field properties of a cylindrically polarized vector beam and its beam quality beyond the paraxial approximation[J]. *Chin Opt Lett*, 2010, 8(5): 517-519.
- 3 X T Jia, Y Q Wang. Vectorial structure of far field of cylindrically polarized beams diffracted at a circular aperture[J]. *Opt Lett*, 2011, 36(2): 295-297.
- 4 Zhang Yanli, Li Xiaoyan, Zhu Jianqiang. Generation and focusing property with high-numerical aperture lens of vectorial polarized beam[J]. *Chinese J Lasers*, 2009, 36(1): 129-133. 张艳丽, 李小燕, 朱健强. 矢量偏振光束的产生及其高数值孔径聚焦性质[J]. *中国激光*, 2009, 36(1): 129-133.
- 5 Huang Yan, Ye Hongan, Gao Laixu, *et al.*. New method of generating vectorial polarized beams[J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(4): 0402004. 黄妍, 叶红安, 高来勋. 矢量偏振光束产生新方法 [J]. *中国激光*, 2012, 39(4): 0402004.
- 6 E Snitzer. Cylindrical dielectric waveguide modes[J]. *J Opt Soc Am*, 1961, 51(5): 491-498.
- 7 A W Snyder, W R Young. Modes of optical waveguide[J]. *J Opt Soc Am*, 1978, 68(3): 297-309.
- 8 R Oron, S Blit, N Davidson, *et al.*. The formation of laser beams with pure azimuthal or radial polarization[J]. *Appl Phys Lett*, 2000, 77(21): 3322-3324.
- 9 X T Jia, B Li, Y Q Wang. Analyses of a radially polarized vector beam in the source region[J]. *J Mod Opt*, 2010, 57(1): 51-57.
- 10 X T Jia, Y Q Wang, B Li. Nonparaxial analyses of radially polarized beams diffracted at a circular aperture[J]. *Opt Express*, 2010, 18(7): 7064-7075.
- 11 D M Deng. Nonparaxial propagation of radially polarized light beams[J]. *J Opt Soc Am B*, 2006, 23(6): 1228-1234.
- 12 J N Chen. Nonparaxial propagation of a radially polarized beam diffracted by an annular aperture[J]. *Chin Phys Lett*, 2011, 28(12): 124202.
- 13 Cui Xiangxia, Chen Jun, Yang Zhaohua. Research progress on radially polarized beam[J]. *Laser Journal*, 2009, 30(2): 7-10. 崔祥霞, 陈君, 杨兆华. 径向偏振光研究的最新进展[J]. *激光杂志*, 2009, 30(2): 7-10.
- 14 Zhou Bingkun, Gao Yizhi, Chen Tirong, *et al.*. Principles of Lasers[M]. 4th edition. Beijing: National Defence Industry Press, 2000. 61-88. 周炳琨, 高以智, 陈炯嵘, 等. 激光原理[M]. 第4版. 北京: 国防工业出版社, 2000. 61-88.
- 15 S Saghafi, C J R Sheppard. Near field and far field of elegant Hermite-Gaussian and Laguerre-Gaussian modes[J]. *J Mod Opt*,

- 1998, 45(10): 1999–2009.
- 16 B D Lü, H Ma. Elegant Laguerre-Gaussian beams and their properties[J]. *Laser Technology*, 2001, 25(4): 312–316.
- 17 E Zauderer. Complex argument Hermite-Gaussian and Laguerre-Gaussian beams[J]. *J Opt Soc Am A*, 1986, 3(4): 465–469.
- 18 S Saghafi, C J R Sheppard. The beam propagation factor for higher order Gaussian beams[J]. *Opt Commun*, 1998, 153(4-6): 207–210.
- 19 Z R Mei, D M Zhao. The generalized beam propagation factor of truncated standard and elegant Laguerre-Gaussian beams [J]. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 2004, 6 (11): 1005–1011.
- 20 K Petermann. Constraints for fundamental-mode spot size for broadband dispersion compensated single-mode fibres [J]. *Electron Lett*, 1983, 19(18): 712–714.
- 21 Wu Chongqing. *Optical Waveguide Theory* [M]. 2nd edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2005. 1–60.
吴重庆. 光波导理论 [M]. 第 2 版. 北京: 清华大学出版社, 2005. 1–60.
- 22 W T Anderson, V Shah, L Curtis, *et al.*. Mode-field diameter measurements for single-mode fibers with non-Gaussian field profiles[J]. *J Lightwave Technol*, 1987, 5(2): 211–217.
- 23 Zou Linsen. Conformability of defining mode-field diameter by far-field scan and variable aperture with Petermann definition[J]. *Study on Optical Communications*, 1995, (2): 15–18.
邹林森. 远场扫描和可变孔径定义模场直径与 Petermann 定义一致[J]. *光通信研究*, 1995, (2): 15–18.
- 24 P A Bélanger. Beam quality factor of the LP₀₁ mode of the step-index fiber[J]. *Opt Engng*, 1993, 32(9): 2107–2109.
- 25 Ye Peida, Wu Yizun. *Fundamental Theory of Optical Waveguide Technology* [M]. Beijing: Posts & Telecom Press, 1981. 165–220.
叶培大, 吴彝尊. 光波导技术基本理论 [M]. 北京: 人民邮电出版社, 1981. 165–220.
- 26 A A Tovar. Production and propagation of cylindrically polarized Laguerre-Gaussian laser beams[J]. *J Opt Soc Am B*, 1998, 15 (10): 2705–2711.
- 27 A E Siegman. New developments in laser resonators[C]. *SPIE*, 1990, 1224: 2–14.
- 28 Lü Baida. *Laser Optics; Beam Characterization, Propagation and Transform, Resonator Technology and Physics* [M]. 3rd edition. Beijing: Higher Education Press, 2003. 89–105.
吕百达. 激光光学: 光束描述、传输变换与光腔技术物理 [M]. 第 3 版. 北京: 高等教育出版社, 2003. 89–105.
- 29 Q Zhan. Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2009, 1(1): 1–57.
- 30 A E Siegman. *Lasers* [M]. California: University Science Books, 1986. 626–662.
- 31 H Kogelnik, T Li. Laser beams and resonators[J]. *Proc IEEE*, 1966, 54(10): 1312–1329.
- 32 Li Xiaotong, Cen Zhaofeng. *Geometrical Optics and Optical Design* [M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1997. 232.
李晓彤, 岑兆丰. 几何光学和光学设计 [M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1997. 232.
- 33 J W Goodman. *Introduction to Fourier Optics* [M]. 2nd edition. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1996. 49–51.
- 34 M Born, E Wolf. *Principles of Optics* [M]. 7th edition. Oxford: Cambridge University Press, 2000. 512–516.
- 35 Guo Fuyuan, Li Lianhuang. Propagation characteristics of non-paraxial diffraction beam[J]. *Chinese J Lasers*, 2013, 40(1): 0102004.
郭福源, 李连煌. 非傍轴衍射光束的传输特性[J]. *中国激光*, 2013, 40(1): 0102004.
- 36 Guo Fuyuan, Li Lianhuang. Comparison on the scalar diffraction integral formulae [J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33 (2): 0226001.
郭福源, 李连煌. 标量衍射积分公式比较分析[J]. *光学学报*, 2013, 33(2): 0226001.
- 37 Lin Bin, Guo Fuyuan, Chen Yuqing, *et al.*. Beam characteristic analysis of scalar diffraction from weakly guiding optical fiber[J]. *Chinese J Lasers*, 2003, 30(9): 809–813.
林 斌, 郭福源, 陈钰清, 等. 弱导光纤的标量衍射光束特性分析[J]. *中国激光*, 2003, 30(9): 809–813.
- 38 Wu Dazheng, Yang Linyao, Wang Songlin, *et al.*. *Analysis of Signals and Linear Systems* [M]. 4th edition. Beijing: Higher Education Press, 2010. 120–162.
吴大正, 杨林耀, 王松林, 等. 信号与线性系统分析 [M]. 第 4 版. 北京: 高等教育出版社, 2010. 120–162.
- 39 K Petermann. Fundamental mode microbending loss in graded-index and W fibers[J]. *Opt & Quant Electron*, 1977, 9(2): 167–175.
- 40 F Y Guo, L H Li, H Zheng, *et al.*. Coupling characteristics between fundamental mode square waveguide and fiber [C]. *SPIE*, 2012, 8555: 85551H.
- 41 Guo Fuyuan, Li Lianhuang, Wang Minghua. Gaussian approximation for mode field distribution of dielectric planar waveguide TE₀ mode [J]. *Chinese J Lasers*, 2008, 35 (2): 235–239.
郭福源, 李连煌, 王明华. 介质平面光波导 TE₀ 模模场分布的高斯近似[J]. *中国激光*, 2008, 35(2): 235–239.
- 42 A E Siegman. How to (maybe) measure laser beam quality[J]. *OSA TOPS, Diode Pumped Solid State Lasers: Applications and Issues*, 1998, 17: 184–199.
- 43 Feng Guoying, Zhou Shouhuan. Discussion of comprehensive evaluation on laser beam quality[J]. *Chinese J Lasers*, 2009, 36 (7): 1643–1653.
冯国英, 周寿桓. 激光光束质量综合评价的探讨[J]. *中国激光*, 2009, 36(7): 1643–1653.

栏目编辑: 张 腾