# 条纹管成像激光雷达距离分辨率

# 赵 文 韩绍坤

(北京理工大学光电学院,北京 100081)

摘要 通过参数估计方法对条纹管成像激光雷达的距离分辨率进行了研究,利用数理统计理论分析了距离分辨率的 Cramer-Rao 下限(CRLB, f<sub>CRLB</sub>)。研究了条纹管激光雷达回波信号统计模型,推导出了条纹管成像激光雷达距离分辨率的 f<sub>CRLB</sub>计算公式,分析了 f<sub>CRLB</sub>随距离间隔的变化关系,利用 f<sub>CRLB</sub>对条纹管激光雷达的距离分辨率的影响因素进行了研究。结果表明,距离分辨率的 f<sub>CRLB</sub>随着目标距离间隔的增加而减小,提高回波信号的信噪比和条纹管的扫描速度都可以减小距离间隔估计方差的 f<sub>CRLB</sub>,从而提高成像系统距离分辨率;针对特定的条纹管扫描速度,存在最佳激光脉冲发射宽度,使得系统距离分辨率达到最高。

关键词 成像系统;条纹管;激光雷达;距离分辨率;Cramer-Rao下限
 中图分类号 TN958.98
 文献标识码 A
 doi: 10.3788/CJL201340.0714004

# Range Resolution of a Streak Tube Imaging Lidar System

Zhao Wen Han Shaokun

(School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract** The range resolution of a streak tube imaging lidar (STIL) system is researched based on the parameter estimation theory. According to the theory of mathematics statistics, the Cramer-Rao low bound (CRLB) of range resolution estimate variance is analyzed. Streak tube lidar pulse model is researched, and the formulas of CRLB are given. The influences of range resolution of the STIL system are analyzed. The results show that higher signal-to-noise ratio values and faster streak tube sweep rate are both helpful in range separation estimation efforts. In addition, there is an optimal pulse-width that produces an optimal range resolution for a particular streak tube sweep rate.

Key words imaging systems; streak tube; lidar; range resolution; Cramer-Rao low bound OCIS codes 110.2970; 110.3010; 110.6880

## 1 引 言

条纹管成像激光雷达(STIL)是一种新型的闪 光式激光成像雷达,具有大视场、高帧频、高分辨率 等优点,由于具有极高的角度分辨率和距离分辨率, 可以同时成目标的强度像和距离像,尤其还可以成 高分辨率的三维像,所以在军事上应用很广,如用于 小型灵巧炸弹和巡航导弹精确制导、巡航导弹的地 形跟随和障碍物的回避、水下鱼雷探测和识别等。 正是由于条纹管成像激光雷达有如此重要和广泛的 应用前景,因此目前各国均大力开展条纹管成像激 光雷达的相关研究<sup>[1-4]</sup>。现阶段大部分的研究工作 主要集中在成像系统的实验验证及后期的数据处理 方面<sup>[5-9]</sup>,对于系统性能的分析尚未广泛展开,特别 是针对系统距离分辨率与系统器件参数间的关系研 究较少。在成像系统设计方面,系统性能的分析具有 十分重要的意义,研究其系统性能以及进一步提高系 统性能的方法具有重要的理论价值和应用价值。

距离分辨率是条纹管成像激光雷达关键的性能 指标。本文通过分析条纹管成像激光雷达回波信号 统计模型,利用 Cramer-Rao 下限(CRLB, f<sub>CRLB</sub>)对 条纹管成像激光雷达距离分辨率进行了研究。分析 了条纹管成像激光雷达距离分辨率的影响因素,给 出了特定条纹管扫描速度下的最佳激光发射脉冲宽 度,对后期的条纹管激光雷达成像系统的设计和目 标距离估计算法的研究具有指导意义。

基金项目: 国家自然科学基金(61275018)

作者简介:赵 文(1986-),男,博士研究生,主要从事激光三维重构方面的研究。E-mail: wenzhaobj@163.com 导师简介:韩绍坤(1965-),男,博士,教授,主要从事光电探测方面的研究。E-mail: skhan@bit.edu.cn

收稿日期: 2012-12-03; 收到修改稿日期: 2013-02-26





Fig. 1 Principle chart of single-streak tube imaging lidar

激光器发射脉冲,经发射光学系统扩束成扇形 激光发射,如图 1(a)所示,目标返回的激光脉冲信 号经接收光学系统返回到条纹管的光电阴极上,光 电阴极上的狭缝将产生光电子,其瞬态发射密度正 比于该时刻的脉冲强度。电子脉冲经偏转系统,在 荧光屏上将垂直于狭缝方向展开,CCD 对荧光屏上 的条纹图像进行采样。如图 1(b)所示,该方向对应 于时间轴,利用屏幕上条纹的相对位置就可以分辨 出目标的距离信息,读取条纹的灰度信息可以得到 目标的强度像。图 1(c)为 CCD 上采集的条纹图像, 横向代表空间信息,纵向代表距离信息。

### 3 距离分辨率的 fcrLB 推导

### 3.1 *f*<sub>CRLB</sub>基本原理

信号处理是利用观测数据做出关于信号系统的 某种统计决策<sup>[10]</sup>。由于条纹管成像激光雷达距离 间隔探测是对目标距离间隔 ΔR 的估计过程,由统 计信号的理论可知,如果被估计的参数是未知的,但 是具有确定的值,则在参数估计的过程中可以采用 极大似然准则,而在此准则下,要求被估计参数的先 验概率已知。在这种情况下,基于均方误差的参数 估计具有 f<sub>CRLB</sub>,这个界限是任何无偏估计量所能达 到的最小方差值。如果把条纹管成像激光雷达的距 离间隔参数作为估计量,将探测的信号作为随机变量,引入  $f_{CRLB}$ 就能准确地对隐含在接收信号中的距 离间隔参数进行评价。Fisher 信息矩阵(FIM)是用 于描述测量信号中特定参数信息的度量,考虑到 N个采样信号样本  $d_1, d_2, \dots, d_N$ ,记样本空间  $d = \{d_1, d_2, \dots, d_N\}$ 。此时该样本空间的联合分布密度 函数可以表示为  $p(x;\theta) = p\{d_1, d_2, \dots, d_N | \theta \}$ ,对 应 P 个待估参数  $\theta_1, \dots, \theta_P$ ,记  $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_P]^T$ , Fisher 信息矩阵(FIM) $J(\theta)$ 的元素  $J_{ij}(\theta)$ 定义为

$$J_{ij}(\theta) = -E \left[ \frac{\partial^2 \ln p(x;\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right].$$
(1)

Cramer-Rao 矩阵不等式为

$$\boldsymbol{\Sigma} \geqslant \boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{\theta}), \qquad (2)$$

式中 $\Sigma$ 为P个无偏估计子的协方差矩阵, $J^{-1}(\theta)$ 是 Fisher 信息矩阵 $J(\theta)$ 的逆矩阵。当取距离间隔  $\Delta R$ 为单一估计参数,且  $\Delta R$  为 $\theta$  中的第i 个未知参数 时,Cramer-Rao 矩阵不等式表示为

$$\operatorname{var}(\Delta \hat{R}) = E[(\Delta \hat{R} - \Delta R)^2] \geqslant [J^{-1}(\Delta R)]_{ii}.$$

(3)

(3)式给出了条纹管成像激光雷达距离间隔估计的 方差所能达到的下限。

#### 3.2 条纹管成像激光雷达回波信号模型

在激光主动探测领域中,回波信号模型主要采

用高斯模型(单一表面)和混合高斯模型(多表面)<sup>[11]</sup>。由于是对距离间隔进行研究,为减少未知 参数的个数,采用由已知参考目标和未知探测目标 构建的两表面混合高斯模型:

$$i_{k} = A_{t} p [r_{k} - (R - \Delta R)] + A_{r} p (r_{k} - R), \quad (4)$$
  
式中

$$p(r_k) = \frac{1}{\sigma_{\rm pd} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{r_k^2}{2\sigma_{\rm pd}^2}\right), \tag{5}$$

$$\sigma_{\rm pd} = c \, \sigma_{\rm pt} / 2 \,, \tag{6}$$

 $A_r$ 和  $A_t$ 分别为已知参考目标和未知探测目标的回 波信号强度, $p[r_k - (R - \Delta R)]$ 为未知探测目标回 波信号波形, $p(r_k - R)$ 为参考目标回波信号波形,  $\Delta R$ 为两目标之间的相对距离,R为参考目标距离,  $\sigma_{pt}$ 为高斯脉冲脉宽的标准偏差。 $r_k$ 代表条纹管成像 激光雷达的距离采样能力:

$$r_k = R_s + \frac{kt_s c}{2},\tag{7}$$

式中 $R_s$ 为距离门的起始距离,k为CCD单时间分辨 通道的采样间隔像素数, $t_s$ 为经过标定的条纹相机 单像素扫描时间间隔<sup>[3,7]</sup>,单位为 s/pixel,与条纹管 内部的扫描速度成反比,即扫描速度越快,单像素扫 描时间间隔越短,为了论述的方便,用 $t_s$ 描述条纹管 扫描速度,c为光速。

Goodman<sup>[12-13]</sup>的研究结果表明,对于激光主 动探测系统,探测器在采样间隔内探测的信号光子 数近似服从泊松分布。在探测器接收的光子中,除 了脉冲激光返回的信号光子,还有背景噪声、暗电流 噪声等噪声,这些噪声光子也近似服从泊松分 布<sup>[11,14]</sup>。由于泊松分布具有叠加性,则探测器在每 个采样时刻探测的总光子数服从为泊松分布。由于 每个采样间隔探测的光子数分别是相互独立的,所 以探测光子数的联合概率密度分布函数(PDF)为

$$P[D_{k} = d_{k}; \forall k] = \prod_{k=1}^{K} \frac{I_{k^{k}}^{d_{k}} \exp(-I_{k})}{d_{k}!}, \quad (8)$$
$$k \in (1, \cdots, K),$$

式中

$$I_{k} = A_{t} p [r_{k} - (R - \Delta R)] + A_{r} p (r_{k} - R) + B, \qquad (9)$$

B为回波噪声信号的平均光子数,可以通过实验测定。

#### 3.3 距离分辨率的 f<sub>CRLB</sub> 推导

针对构建的两表面目标回波信号模型,探测器 接收回波信号中的未知参数包括两表面目标距离间 隔 ΔR,参考目标回波信号强度 A<sub>r</sub>,探测目标回波信 号强度 A<sub>t</sub>。将探测接收信号中的未知参数写成矢 量形式

$$\boldsymbol{\theta} = [\Delta R, A_{\rm r}, A_{\rm t}]. \tag{10}$$

由(8)式可推出探测器接收信号概率分布的似然函数为

$$l(\theta) = \ln\{P[D(t_k)]\} = \sum_{k=1}^{K} d(t_k) \ln[I(t_k)] - \sum_{k=1}^{K} I(t_k) - \sum_{k=1}^{K} \ln[d(t_k)!].$$
(11)

则 Fisher 信息矩阵中的元素可表示为

$$J_{ij} = -E\left[\frac{\partial^2 l(\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j}\right].$$
 (12)

将(11)式代入(12)式可得

$$J_{ij} = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I(t_k)} \frac{\partial I(t_k)}{\partial \theta_i} \frac{\partial I(t_k)}{\partial \theta_j}.$$
 (13)

由于(10)式,则J为3×3的矩阵,

$$J_{11} = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I_k} \left( \frac{\partial I_k}{\partial \Delta R} \right)^2 = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I_k} \left\{ A_t \frac{\partial}{\partial \Delta R} p \left[ r_k - (R - \Delta R) \right] \right\}^2, \tag{14}$$

$$J_{22} = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I_k} \left( \frac{\partial I_k}{\partial A_t} \right)^2 = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I_k} \{ p [r_k - (R - \Delta R)] \}^2,$$
(15)

$$J_{33} = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I_k} \left( \frac{\partial I_k}{\partial A_r} \right)^2 = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I_k} [p(r_k - R)]^2, \qquad (16)$$

$$J_{12} = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I_k} \frac{\partial I_k}{\partial \Delta R} \frac{\partial I_k}{\partial A_t} = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I_k} A_t p \left[ r_k - (R - \Delta R) \right] \frac{\partial}{\partial \Delta R} p \left[ r_k - (R - \Delta R) \right], \tag{17}$$

$$J_{13} = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I_k} \frac{\partial I_k}{\partial \Delta R} \frac{\partial I_k}{\partial A_r} = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I_k} A_{\tau} p(r_k - R) \frac{\partial}{\partial \Delta R} p[r_k - (R - \Delta R)], \qquad (18)$$

$$J_{23} = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I_k} \frac{\partial I_k}{\partial A_t} \frac{\partial I_k}{\partial A_r} = \sum_{k=1}^{K} \frac{1}{I_k} A_t p [r_k - (R - \Delta R)] p(r_k - R), \qquad (19)$$

$$J_{21} = J_{12}, \quad J_{31} = J_{13}, \quad J_{32} = J_{23},$$
 (20)

式中

$$\frac{\partial}{\partial\Delta R}p\left[r_{k}-(R-\Delta R)\right] = \frac{-\left[r_{k}-(R-\Delta R)\right]}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\rm pd}^{3}}\exp\left\{\frac{-\left[r_{k}-(R-\Delta R)\right]^{2}}{2\sigma_{\rm pd}^{2}}\right\},\tag{21}$$

则距离分辨率的 CRLB 的表达式为

$$[J^{-1}]_{11} = \frac{J_{22}J_{33} - J_{23}J_{32}}{J_{11}J_{22}J_{33} + J_{12}J_{23}J_{31} + J_{13}J_{21}J_{32} - J_{11}J_{23}J_{32} - J_{12}J_{21}J_{33} - J_{13}J_{22}J_{31}}.$$
 (22)

为了研究距离分辨率的  $f_{CRLB}$ 与两表面距离间 隔  $\Delta R$  的关系,根据前期的实验数据<sup>[7]</sup>,对表达式中 变量赋特定的值,然后利用 MATLAB 进行数值仿 真计算。其中发射脉冲脉宽的标准偏差  $\sigma_{pt}=2$  ns, 未知目标回波信号光强  $A_t=2\times10^4$  counts,参考目 标回波信号光强  $A_r=8\times10^5$  counts,噪声的平均信 号光强  $B=4\times10^4$  counts,距离门的起始距离  $R_s=$ 300 m,参考目标距离为 R=304 m,距离门宽度 T=150 ns (K = 300),条 纹 管 的 扫 描 速 度  $t_s =$ 0.5 ns/pixel。图 2 给出了距离分辨率  $f_{CRLB}$ 与两表 面距离间隔的  $\Delta R$  的关系曲线。



图 2 距离分辨率的 f<sub>CRLB</sub>与距离间隔的关系曲线 Fig. 2 Range resolution of f<sub>CRLB</sub> with different range separations

由图 2 可见,条纹管成像激光雷达具有极高的 距离分辨能力,在距离间隔分别为 0.1 m 和 1 m



图 3 不同未知探测目标强度下的  $f_{CRLB}$ Fig. 3  $f_{CRLB}$  with different unknown targets

时,距离分辨率的  $f_{CRLB}$ 可以分别达到  $4 \times 10^{-4}$  m<sup>2</sup> 和  $4 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>,即两表面的距离分辨能力可以达到 2 cm 和 2 mm。距离分辨率的  $f_{CRLB}$ 随着距离间隔 的减小而增大,表明两目标的距离间隔越小,距离间 隔估计方差越大,即距离间隔越小,越难以分辨。 图 3、图 4 和图 5 分别给出了不同条件下距离分辨 率的  $f_{CRLB}$ 随着距离间隔变化的关系曲线。



图 4 不同参考目标强度下的 f<sub>CRLB</sub>

Fig. 4  $f_{CRLB}$  with different reference targets

由图 3 可见,距离分辨率的 f<sub>CRLB</sub>随着未知目标 的强度增强而减小,表明提高信噪比可以有效提高 条纹管成像激光雷达的距离分辨率。由图 4 可见, 距离分辨率 f<sub>CRLB</sub>随着参考目标的强度增加而增加, 表明探测目标背景强度越强,两目标之间的间隔越 难以分辨。由图 5 可见,距离分辨率的 f<sub>CRLB</sub>随着条 纹管扫描速度的增加而减小,表明提高条纹管的扫描



图 5 不同条纹管扫描速度下的  $f_{CRLB}$ Fig. 5  $f_{CRLB}$  with different sweep rates

速度可以提高条纹管成像雷达系统的距离分辨率。

# 4 条纹管成像激光雷达最佳发射脉冲 宽度

传统雷达理论<sup>[15]</sup>表明,脉宽越窄距离分辨率越高,但对于条纹管成像激光雷达,由于受到扫描速度的限制,脉冲太窄可能会导致回波信号的欠采样,距离分辨率可能会降低,脉冲太宽也会导致距离分辨率降低。因此,针对特定的条纹管扫描速度,存在最 佳脉冲宽度,使得距离分辨率达到最高。利用推导的条纹管成像激光雷达距离分辨率的 *f*<sub>CRLB</sub>公式,对条纹管特定扫描速度下的最佳激光发射脉冲宽度进行研究。

为了研究距离分辨率的 fcrLB 与激光发射脉冲宽度的关系,将两目标之间的间隔固定为 0.1 m,脉冲宽

度逐渐增加,其他参数与上节讨论的一致,图 6(a) 和(b)分别给出了在不同的条纹管扫描速度  $t_s =$ 1 ns/pixel和  $t_s = 0.5$  ns/pixel 的条件下,距离分辨 率的  $f_{CRLB}$ 随脉冲宽度的变化曲线。

由图 6 可见,在特定的条纹管扫描速度条件下, 距离分辨率的  $f_{CRLB}$ 随着激光发射脉冲宽度的标准偏 差先减小后增大,表明条纹管成像激光雷达系统的分 辨率先增加后减小。针对给定的条纹管扫描速度,通 过距离分辨率的  $f_{CRLB}$ 计算公式,就可以预测最佳激 光发射脉冲宽度,使得系统分辨率达到最高。图 6(a) 表明在条纹管扫描速度为  $t_s = 1$  ns/pixel 时,最佳激 光脉冲发射宽度标准偏差为 0.45 ns,即最佳脉冲发 射宽度为 1.35 ns。图 6(b)表明,在条纹管扫描速度 为  $t_s = 0.5$  ns/pixel 时,最佳激光脉冲发射宽度标准 偏差为 0.25 ns,即最佳脉冲发射宽度为 0.75 ns。





## 5 结 论

距离分辨率是条纹管成像激光雷达极其重要的 性能指标,对后期的系统设计和距离估计算法的研 究都具有指导意义。在分析回波信号统计模型的基 础上,推导了条纹管成像激光雷达距离分辨率的 fcrlb计算公式,分析了距离分辨率的fcrlb的影响因 素。结果表明,提高信噪比和条纹管扫描速度都可 以有效提高条纹管成像激光雷达距离分辨率,并且 针对特定的条纹管扫描速度,存在最佳的激光发射 脉冲宽度。

#### 参考文献

- 1 A Gelbart, B C Redman, R S Light, et al.. Flash lidar based on multiple-slit streak tube imaging lidar [C]. SPIE, 2002, 4723: 9-18.
- 2 A D Gleckler, A Gelbart, J M Bowden. Multispectral and hyperspectral 3D imaging lidar based upon the multiple slit streak

tube imaging lidar[C]. SPIE, 2001, 4377: 328-335.

3 Ma Chenning, Han Shaokun, Zhao Wen, et al.. Research of distance mathematical modeling for streak tube imaging Lidar[J]. Transaction of Beijing Institute of Technology, 2012, 32(6): 632-635.

马晨宁,韩绍坤,赵 文,等.条纹管成像激光雷达距离模型的研 究[J].北京理工大学学报,2012,32(6):632-635.

- 4 Sun Jianfeng, Wei Jingsong, Liu Jinbo, et al.. Target reconstruction algorithm for streak tube imaging lidar [J]. Chinese J. Lasers, 2010, 37(2): 510-513. 孙剑峰,魏靖松,刘金波,等.条纹管激光成像雷达目标重构算法 [J]. 中国激光, 2010, 37(2): 510-513.
- 5 A D Gleckler. Multiple-slit streak tube imaging lidar (MS-STIL) applications[C]. SPIE, 2000, 4035: 266-278.
- 6 Wei Jingsong, Wang Qi, Sun Jianfeng, et al.. Experiment of four-dimensional imaging with single-slit streak tube Lidar[J]. Chinese J Lasers, 2010, 37(5): 1231-1235.
- 魏靖松,王 骐,孙剑峰,等. 单狭缝条纹管激光雷达四维成像实 验[J]. 中国激光, 2010, 37(5): 1231-1235.
- 7 Ma Chenning, Zhao Wen, Han Shaokun, *et al.*. Data extraction algorithm for streak tube imaging lidar[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(4): 0414002.

马晨宁,赵 文,韩绍坤,等.条纹管成像激光雷达条纹数据提取 算法[J].中国激光,2012,39(4):0414002. 8 Li Sining, Wang Qi, Liu Jinbo, *et al.*. Experimental research on resolution of streak tube imaging lidar[J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(6): 1023-1026.

李思宁,王 琪,刘金波,等.条纹管激光成像系统空间分辨力实验研究[J].光学学报,2007,27(6):1023-1026.

9 Liu Jinbo, Li Sining, Guang Yuhao, et al.. Distortion of streak tube and its effection to multiple streak tube imaging lidar[J]. Chinese J Lasers, 2008, 35(s1): 177-180. 刘金波,李思宁,广宇昊,等.条纹管失真效应分析及其对多狭缝

成像的影响[J]. 中国激光, 2008, 35(s1): 177-180.

10 H L V Trees. Detection, Estimation and Modulation Theory
[M]. New York: Wiley, 1968.

- 11 F Wang, Y Zhao, Y Zhang. Range accuracy limitation of pulse ranging systems based on geiger mode single photon detectors [J]. Appl Opt, 2010, 49(29): 5561-5566.
- 12 J W Goodman. Introduction to Fourier Optics[M]. New York: McGraw-Hill, 1996.
- 13 J W Goodman. Some effects of target-induced scintillation on optical radar performance [J]. Proc IEEE, 1965, 53 (11): 1688-1700.
- 14 J W Goodman. Statistical Optics[M]. New York: Wiley, 1985.
- 15 C G Bachman. Laser Radar Systems and Techniques [M]. Dedham. Artech House, 1979.

栏目编辑:李文喆