

激光钠信标荧光回波光子的影响因素 及其数值模拟

刘向远^{1,2,3} 钱仙妹^{1*} 刘丹丹^{1,2} 黄宏华¹ 饶瑞中¹

¹ 中国科学院安徽光学精密机械研究所中国科学院大气成分与光学重点实验室, 安徽 合肥 230031
² 中国科学院大学, 北京 100049
³ 皖西学院材料与化工学院, 安徽 六安 237012

摘要 大气中间层激光钠信标荧光回波光子的激发受到地磁场、钠原子碰撞以及反冲的影响。地磁场引起钠原子的拉莫尔进动, 严重地削弱长脉冲和连续波激光与钠原子作用的光抽运; 原子碰撞一定程度上增加了钠荧光平均回波光光子通量; 反冲却降低了钠荧光平均回波光光子通量。此外, 下抽运现象容易导致钠原子光抽运在较低的光强下进入跃迁饱和。因此, 为了增加钠荧光回波光光子数, 可以采用再抽运的方法获得较高的钠荧光平均回波光光子通量。数值模拟的结果表明, 在 Greenwood 大气湍流模式下, 在激光束中加入 16% 的再抽运能量获得的钠荧光回波光光子数大约是单一频率(D_{2a})激发钠荧光回波光光子数的 2.33 倍。

关键词 大气光学; 激光钠信标; 平均回波光光子通量; 地磁场; 钠原子碰撞; 反冲; 再抽运

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201340.0613001

Influencing Factors and Numerical Simulation for the Number of Return Photons from Sodium Laser Beacon

Liu Xiangyuan^{1,2,3} Qian Xianmei¹ Liu Dandan^{1,2} Huang Honghua¹ Rao Ruizhong¹

¹ Key Laboratory of Atmospheric Composition and Optical Radiation, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei, Anhui 230031, China
² University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China
³ College of Materials and Chemical Engineering, West Anhui University, Lu'an, Anhui 237012, China

Abstract The geomagnetic field, sodium atomic collision and recoil can affect the number of return photons from sodium laser beacon at the sodium layer in mesosphere. The geomagnetic field can cause Larmor precession of sodium atoms and severely reduce the optical pumping when the long pulse and the continuous wave laser act on sodium atoms. Furthermore, the atomic collision can increase the average return photon flux on a certain extent, while recoil decreases it. In addition, downpumping easily causes optical pumping into transition saturation under lower light intensity. In order to get more return photons, repumping may be used to enhance the average return photon flux. The numerical simulation indicates that the laser with 16% repumping power can excite the number of return photons as 2.33 times of the signal-frequency (D_{2a}) laser.

Key words atmospheric optics; sodium laser beacon; average return photon flux; geomagnetic field; sodium atomic collision; recoil; repumping

OCIS codes 010.1290; 010.1350; 260.2510; 260.2160; 190.2640; 190.5890

收稿日期: 2012-12-18; 收到修改稿日期: 2013-02-26

基金项目: 国家自然科学基金(61107006)和安徽省高校自然科学基金(KJ2013B331)资助课题。

作者简介: 刘向远(1969—), 男, 博士研究生, 主要从事激光大气传输与光信息处理等方面的研究。

E-mail: lxy0564@yahoo.com.cn

导师简介: 饶瑞中(1963—), 男, 博士, 研究员, 博士生导师, 主要从事激光大气传输与大气成像、大气湍流及其测量等方面的研究。E-mail: rao@aiofm.ac.cn

* 通信联系人。E-mail: qianxianmei@aiofm.ac.cn

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 www.opticsjournal.net

1 引 言

当波长为 589.2 nm 的激光入射到大气中间层时,激光会与钠层的钠原子相互作用,引起钠原子荧光共振。荧光共振产生的人造光源可作为激光导星钠信标,用于自适应光学的波前校正。为了获得大气湍流造成的波前畸变信息,在单位时间内单位面积的波前探测器上必须有足够多的钠荧光回波光子数^[1,2]。以前,对于钠荧光回波光子数的研究,从单一激光频率(钠的 D_{2a}线)出发,考虑了多普勒效应对不同速率群钠原子激发态概率的影响^[3,4],但忽略了地磁场、原子碰撞、反冲等效应的影响。后来, Milonni 等^[5]注意到地磁场、原子碰撞、反冲等效应对钠原子激发态概率的影响并且对钠原子的碰撞速率做了很好的讨论,但在连续波激光激发钠荧光回波光子数的计算中却忽略了这些因素。近年来,由于激光钠信标用于自适应光学在天文观察中获得了很大成功^[6,7],因此人们希望设计口径更大的自适应光学望远镜^[8],以便获取更清晰的近衍射极限的天文图像,从而使得激光钠信标的研究持续成为人们关注的热点。Holzlöhner 等^[9~12]通过理论或实验研究了地磁场、原子碰撞、反冲等效应对钠原子光抽运、激发态概率以及钠荧光回波光子数的影响,得到了一些具有实用价值的结论,为激光钠信标的进一步研究提供了有益的借鉴。本文通过引入钠荧光平均回波光子通量的概念,比较系统地分析了大气中间层激光钠信标荧光回波光子数的影响因素;探讨了抽运现象以及钠的 D_{2b}线的再抽运;采用光传播数值模拟的方法,计算了 Greenwood 大气湍流模式下连续波圆偏振激光激发钠信标的回波光子数。

2 大气中间层激光钠信标荧光回波光子数的影响因素

在大气中间层分布着厚度约为 10 km 的钠原子蒸气,整层钠原子的柱密度为 $2 \times 10^{13} \sim 9 \times 10^{13} \text{ m}^{-2}$,丰度为 $10^3 \sim 10^4 \text{ cm}^{-3}$,整个大气层钠

的总质量大约 600 kg。这些钠原子处于不停的热运动状态,在热平衡态下,其速率分布满足麦克斯韦速率分布律。当激光与不同速率的钠原子作用时,相对于激光的传输会产生多普勒效应。

大量分子和原子的热运动造成钠原子之间以及钠原子与 N₂、O₂等分子之间不停地相互碰撞,产生动量和能量的交换,其结果导致钠原子激发态概率发生变化。与此同时,当钠原子吸收一个光子后,因为动量发生变化而产生反冲效应,一定程度上减少了钠原子的吸收截面。此外,地磁场能够引起钠原子的拉莫尔进动,造成钠原子相同角动量(F)而不同磁子能级(m)之间的迁移,对钠原子的光抽运造成不利影响。因此在描述激光光场与钠原子作用时采用带有附加项的密度矩阵方程来表述^[8,9]:

$$\frac{d}{dt}\rho = \frac{1}{i\hbar}[\mathbf{H}, \rho] + \mathbf{A}(\rho) + \mathbf{B}, \quad (1)$$

式中 ρ 为密度矩阵, $\hbar = h/2\pi$, h 为普朗克常量, \mathbf{H} 为哈密顿量, $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_E + \mathbf{H}_B$, \mathbf{H}_0 为无微扰哈密顿量, \mathbf{H}_E 为光场哈密顿量, $\mathbf{H}_E = -d \cdot \mathbf{E}$, d 为电偶极矩, \mathbf{E} 为电场强度; \mathbf{H}_B 为地磁场哈密顿量, $\mathbf{H}_B = -\mu \cdot \mathbf{B}$, μ 为磁矩, \mathbf{B} 为地磁场的磁感应强度; $\mathbf{A}(\rho)$ 项唯象地描述了钠原子的弛豫过程,这个过程包括钠原子的碰撞(Na-Na, Na-O₂, Na-N₂, Na 与 O₂之间的自旋碰撞)以及钠原子与光场作用的反冲效应; \mathbf{B} 项描述了光照范围内钠原子数的漂移和变化。

2.1 地磁场对钠原子光抽运的影响

在大气中间层存在 0.2~0.5 G 的地磁场,如此弱的磁场不会造成不同能级和不同角动量(F)能级的分裂,但是它能够引起相同角动量能级而不同磁子能级(m)之间的跃迁,因而能够造成光抽运混乱。在不考虑原子碰撞、反冲等扰动情况下,假设初始时刻钠原子处于(F, m)态,经过时间 t 后,处于(F, m')态, Moussaoui 等^[13]给出了钠原子处于相同角动量(F)而不同磁子能级(m, m')的概率 $P_{(F, m, m')}(\theta, t)$ 表达式

$$P_{(F, m, m')}(\theta, t) = |\psi_{F, m, m'}(\theta, t)|^2, \quad (2)$$

$$\psi_{F, m, m'}(\theta, t) = \sum_{k=-F}^{k=F} \mathbf{d}_{k, m}^F(\theta) \exp\left[-2\pi k i \left(\frac{t}{\tau} + \frac{1}{2}\right)\right] \mathbf{d}_{k, m'}^F(-\theta), \quad (3)$$

式中 θ 为激光传输方向与地磁场方向的夹角, $\mathbf{d}_{F, m}^F(\theta)$ 和 $\mathbf{d}_{F, m'}^F(-\theta)$ 为旋转矩阵元, τ 为拉莫尔进动周期, $\tau = h/(g_F \mu_B B)$, h 为普朗克常量, μ_B 为玻尔磁子, g_F 为超精细结构朗德因子。根据 $\mathbf{d}_{F, m}^F(\theta)$ 与 θ 的

关系^[14],可以得到在一个拉莫尔进动周期内,钠原子处于 $3S_{1/2}(2, 2)$ 态的概率:

$$P_{(F=2, m=m'=2)}(\theta, t) = \frac{1}{16^2} \left\{ \left[(1 + \cos \theta)^4 + (1 - \cos \theta)^4 \right] \cos(4\pi t) + \frac{1}{4} (\sin \theta)^2 \right\}^2 + \frac{1}{16^2} \left\{ \left[(1 + \cos \theta)^2 + (1 - \cos \theta)^2 \right] \cos(2\pi t) + \frac{6}{16} (\sin \theta)^4 \right\}^2 + \frac{1}{16^2} \left\{ \left[(1 - \cos \theta)^4 - (1 + \cos \theta)^4 \right] \sin(4\pi t) + \frac{1}{4} (\sin \theta)^2 \left[(1 - \cos \theta)^2 - (1 + \cos \theta)^2 \right] \sin(2\pi t) \right\}^2, \quad (4)$$

式中 $\tau = t/\tau$, 称作相对时间。根据(4)式, 在一个拉莫尔进动周期内, 不同 θ 情况下, $3S_{1/2}(2, 2)$ 态的相对概率变化如图 1 所示。当 $\theta=90^\circ$ 时, 激光的传输方向与地磁场方向互相垂直, 此时, $3S_{1/2}(2, 2)$ 态的概率比 $\theta=30^\circ$ 时小得多。在右旋圆偏振光与钠原子相互作用时, 光抽运发生在 $3S_{1/2}(2, 2)$ 与 $3P_{3/2}(3, 3)$ 之间, 因此地磁场削弱了钠原子光抽运时的激发态概率, 并且当 $\theta=90^\circ$ 时, 这种影响最严重。Drummond 等^[12] 的研究表明线偏振光与钠原子作用不受地磁场的影响, 当圆偏振光传输方向与地磁场方向垂直时, 得到的回波光子数仅仅与线偏振光相当。

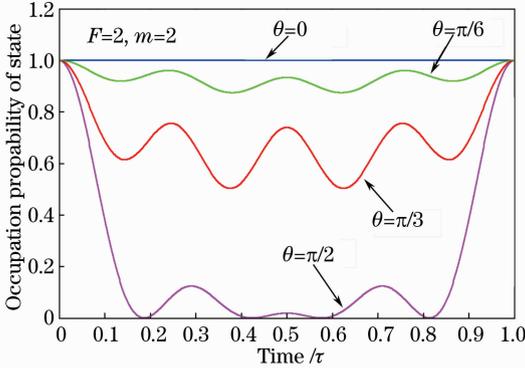


图 1 在一个拉莫尔进动周期内 $3S_{1/2}(2, 2)$ 态的相对概率

Fig. 1 Occupation probability of $3S_{1/2}(2, 2)$ in a periodic time of Larmor precession

根据拉莫尔进动周期表达式 $\tau = h/(g_F \mu_B B)$, 取地磁场的磁感应强度 $B = 0.228 \text{ G}$, 对于 $F = 3$, $F = 2$, 分别计算出 $\tau = 4.66 \mu\text{s}$ 和 $\tau = 6.21 \mu\text{s}$ 。一般来说拉莫尔进动周期的数量级为几个微秒, 因此, 激光脉冲的宽度小于拉莫尔进动周期时, 可以不考虑地磁场的影响。当使用大于拉莫尔进动周期的脉冲或连续波激光激发钠荧光时, 地磁场会大大影响到钠荧光回波光子数。

2.2 碰撞对钠原子激发态概率的影响

钠原子碰撞的直接效果是原子速率改变、光抽运的原子向空间扩散。在无外磁场作用的情况下, 钠原子通过碰撞可以恢复到热平衡状态。质量分别为 M_1 和 M_2 的两个粒子之间碰撞弛豫的大小用碰撞速率

γ_{12} 来表示, γ_{12} 与碰撞截面 σ_{12} 之间的关系为^[9]

$$\gamma_{12} = n_2 \sigma_{12} \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi} \left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right)}, \quad (5)$$

式中 n_2 是质量为 M_2 的气体粒子浓度, k_B 为玻尔兹曼常量, T 为温度。(5) 式表明碰撞速率 γ_{12} 与气体粒子浓度有关。在钠原子的碰撞中, Na-Na, Na-O₂, Na-N₂ 之间的碰撞被称作 V-阻尼碰撞。此外, Na-O₂ 之间还存在自旋阻尼碰撞^[5]。通过实验测量钠原子的碰撞截面^[15, 16], 应用(5)式可以得到钠原子的碰撞速率。Holzlöhner 等^[10] 考虑钠层密度随高度变化并根据相关数据, 估算钠层 Na-O₂, Na-N₂ 的 V-阻尼碰撞速率平均值为 $\gamma_{\text{Vcc}} = \gamma_{\text{Na-O}_2, \text{N}_2} = 1/35 \mu\text{s}$, Na-O₂ 自旋阻尼碰撞速率平均值为 $\gamma_s = 1/490 \mu\text{s}$ 。由于大气中间层钠原子浓度比氮气和氧气小得多, 因此忽略 Na-Na 之间的碰撞。为了估计阻尼碰撞对钠原子激发态概率的影响, Milonni 等^[5] 采用唯象的方法, 提出以下简化的计算式:

$$\dot{\rho}_{ii} = -\gamma_{12} \left(\rho_{ii} - \frac{1}{8} \sum_{j=1}^8 \rho_{jj} \right), \quad (6)$$

式中 ρ_{ii} 和 ρ_{jj} 都代表基态概率, 但 $j \neq i$ 。计算时, 将(6)式附加在(1)式的 $\mathbf{A}(\boldsymbol{\rho})$ 项中, 求解(1)式, 得到数值解。数值计算的结果表明原子碰撞能够在一定程度上增加钠原子的激发态概率, 缓解地磁场和反冲对钠荧光回波光子数造成的不利影响^[5]。

2.3 反冲对钠原子激发态概率的影响

反冲使得钠原子运动产生频率红移, 减小了钠原子的吸收截面, 从而削减了钠原子光抽运的激发态概率。

当一个钠原子吸收一个光子的能量 $h\nu$ 时, 其动量改变为 h/λ , ν 和 λ 分别为光子的频率和波长, 则质量为 M_{Na} 的钠原子反冲速率为

$$v_r = h/(\lambda M_{\text{Na}}), \quad (7)$$

对于单一速率的速率群, 钠原子的反冲频移为 $\Delta f_D = v_r \cdot f_L/c$, 其中 f_L 为激光频率, c 为光速。代入相关常量计算, 可以得到 $v_r = 2.9461 \text{ cm/s}$, $\Delta f_D = 50 \text{ kHz}$ 。在钠原子的一个碰撞周期内, 钠原子吸收光子与自发辐射的循环可达上千次, 认为钠

原子自发辐射造成的动量变化的平均值为 0, 则 1000 个循环后, 钠原子的多普勒频移约增加 50 MHz, 因此, 反冲减小了钠原子的吸收截面。

根据密度矩阵方程以及电偶极矩与光场作用的力学关系^[5], 可以得到以下关系式:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{h}{M_{\text{Na}}\lambda} \sum_i (\dot{\rho}_{ii})_{\text{ind}}, \quad (8)$$

式中 v 是反冲钠原子沿激光传输方向的速率, $\sum_i (\dot{\rho}_{ii})_{\text{ind}}$ 是由于反冲效应造成钠原子激发态概率的时间变化率。由(8)式积分可以得到

$$v(t) - v(0) = -\frac{h}{M_{\text{Na}}\lambda} \sum_i [\rho_{ii}(t)_{\text{ind}} - \rho_{ii}(0)_{\text{ind}}]. \quad (9)$$

考虑钠原子吸收和辐射光子的多次循环后, 速率的变化量 $v(t) - v(0) = \Delta v > 0$ 。由(9)式可以得到 $\sum_i [\rho_{ii}(t)_{\text{ind}} - \rho_{ii}(0)_{\text{ind}}] \approx -\frac{M_{\text{Na}}\lambda}{h} \Delta v < 0$, 因此, 反冲削弱了钠原子光抽运时激发态概率的增长。

对于大气中间层激光钠信标荧光回波光子数的影响因素, 除了地磁场、钠原子碰撞和反冲外, 还涉及到大气湍流造成的光斑漂移、中间层风力的作用、地球自转以及钠原子的扩散等, 这些因素的影响包括在(1)式的 β 项中。Holzlöhner 等^[9]的研究表明这些因素造成钠原子漂移出光照范围的平均速率 $v_y = 38 \text{ m/s}$, 光照范围内部与外部的原子交换速率 $\gamma_{\text{ex}} = 1/6.0 \text{ ms}$, 因此这些因素对钠荧光回波光子数的影响很小。

3 下抽运现象及钠的 D_{2b} 线的再抽运

如图 2 所示, 钠的 D_2 线超精细结构有两个基态 $F=1, F=2$, 激发态有 4 个能级的超精细结构 $F'=0, 1, 2, 3$, 在 $F'=3$ 时, $m'=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ 。在热平衡状态下, $F=2$ 的基态具有 $5/8$ 的概率^[17]。

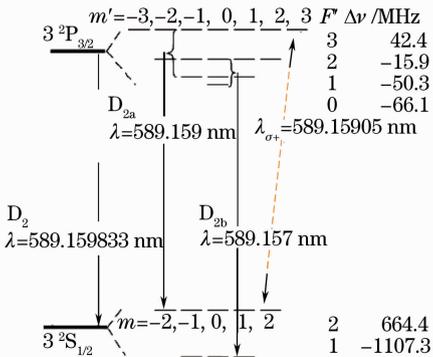


图 2 钠的 D_2 线超精细结构示意图

Fig. 2 Schematic map for the hyperfine structure of sodium D_2 line

用单一频率的右旋圆偏振光(λ_{σ^+})激发钠的 D_{2a} 线, 处于基态 $F=2$ 的钠原子会被激发到 $F'=3$ 的激发态。当激发态衰减时, 它可能回到 $F=2$ 的基态相应能级。如果没有其他扰动, 在几个来回的衰减和抽运之后, 原子会通过能级转移, 稳定地在 $3S_{1/2}(2, 2)$ 与 $3P_{3/2}(3, 3)$ 之间抽运和衰减, 如图 2 虚线箭头所示。圆偏振光与钠原子作用产生的后向散射截面大于线偏振光, 并且具有 1.5 倍的后向散射系数, 因而常用于提高钠信标的回波光子数。

但实际情况是很复杂的, 在钠原子抽运与衰减过程中, 碰撞能够将钠原子从 $F=2$ 的基态激发到 $F'=1$ 的激发态, 然后可能从 $F'=1$ 的激发态衰减到 $F=1$ 的基态, 其概率可达 50%^[11]。多次抽运与衰减循环后, 处于 $3S_{1/2}(2, 2)$ 态的钠原子概率会小于 $5/8$ 。由于钠原子处于钠的 D_{2a} 线光场, 因此不能激发 $F=1$ 的基态(D_{2b} 线)共振跃迁到激发态, 结果导致 $3S_{1/2}(2, 2)$ 与 $3P_{3/2}(3, 3)$ 之间跃迁会被严重削弱, 使钠原子在较低的光强下较早地进入跃迁饱和。这种现象被称作“下抽运”。

当使用间隔时间大于 $640 \mu\text{s}$ 的长脉冲时, 这种下抽运效应在下一个脉冲到来前可以被缓解, 因为在 $640 \mu\text{s}$ 的时间内, 钠原子可以重新回到热平衡状态^[5], 恢复基态 $F=2$ 能级 $5/8$ 的概率。如果使用脉冲时间间隔小于 $640 \mu\text{s}$ 或者连续波激光, 下抽运效应将会变得很严重。为了获得足够的回波光子数, 必须对钠的 D_{2b} 线进行抽运, 就是所谓的“再抽运”。

为了实现再抽运, 一般在激光束中 ($\lambda_{D_{2a}} = 589.159 \text{ nm}$) 加入 10% ~ 20% 波长为 $\lambda_{D_{2b}} = 589.157 \text{ nm}$ 的能量, 同时相对 D_{2a} 线给予 $1717.8 \pm 20 \text{ MHz}$ 的频率补偿, 以此实现 $F=1$ 的基态与激发态的共振跃迁, 从而大大增加钠荧光的回波光子数。

为了实现再抽运, 一般在激光束中 ($\lambda_{D_{2a}} = 589.159 \text{ nm}$) 加入 10% ~ 20% 波长为 $\lambda_{D_{2b}} = 589.157 \text{ nm}$ 的能量, 同时相对 D_{2a} 线给予 $1717.8 \pm 20 \text{ MHz}$ 的频率补偿, 以此实现 $F=1$ 的基态与激发态的共振跃迁, 从而大大增加钠荧光的回波光子数。

4 钠荧光回波光子数的数值模拟

4.1 平均回波光子通量、模拟参数

以上定性地分析了影响大气中间层激光钠荧光回波光子数的影响因素, 探讨了抽运现象以及钠的 D_{2b} 线的再抽运。但对于钠荧光回波光子数的计算, 仅仅定性分析是不够的, 必须求解(1)式的 24 能级密度矩阵方程。在这一方面, 基于 Mathematica 的 LGSB 软件^[18]为钠荧光回波光子数的数值模拟提供了有益的借鉴。

为了描述大气中间层钠原子荧光共振辐射的光

子数,这里引入一个物理量——回波光子通量 Ψ , 它的定义为单位原子、单位立体角、单位时间产生的光子数,单位为 $\text{sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{atom}^{-1}$ 。

激光入射到大气的中间层,照亮钠层的每一点,在某点的光强为 I ,单位为 W/m^2 。于是,单位光强激发的光子数可以表示为 $\phi = \Psi/I$,称作平均回波光子通量,单位为 $\text{sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{atom}^{-1} \cdot (\text{W}/\text{m}^2)^{-1}$ 。假设激光照射的面积为 S ,中间层钠原子的面密度为 C_{Na} ,则钠信标单位时间、单位立体角激发的光子数 φ 可以表示为

$$\varphi = C_{\text{Na}} S \Psi = C_{\text{Na}} S \phi I. \quad (10)$$

然而,激光由地面入射到大气的中间层时,会受到大气的吸收和散射以及大气湍流的影响,激光光强在大气的中间层呈现随机分布的特征^[19~21]。此时,中间层钠信标的回波光子数可以表示为

$$\varphi = \beta' C_{\text{Na}} \sum_i \Delta S_i \phi_i I_i, \quad (11)$$

式中 β' 为后向散射系数, ΔS_i 表示激光照射的微小面积, I_i 为微小面积内的光强,视作均匀光强, ϕ_i 为光强 I_i 激发的光子数, ϕ_i 与 ϕ 的含义相同。

在计算钠信标的回波光子数时,由于不同的入

射光强对应不同的平均回波光子通量 ϕ ,因此,对于不同的入射光强 I , ϕ 与 I 的函数关系式 $\phi(I)$ 可以采用数值模拟和数值拟合的方法获得。

由(11)式可知大气中间层钠荧光回波光子数与光强有着定量的关系,因此由光强分布可以模拟出回波光子数的分布^[22]。对于大气中间层光强的分布,采用中国科学院安徽光学精密机械研究所的 CLAP 软件进行模拟^[23],模拟高斯光束经过大气湍流到达中间层钠层的光强分布^[24],并考虑大气的吸收、散射以及光束质量因子的影响。

通过以上模拟,计算出中间层钠层回波光子数,可以进一步得到接收器上单位时间、单位面积内的回波光子数:

$$\Phi = T_0 \varphi / L^2, \quad (12)$$

式中 T_0 为大气透射率, L 为接收器到钠层中心的高度。

在数值模拟时,选择连续波激光,整个过程涉及到激光本身的特性、激光的发射、大气的作用、钠层的特性以及碰撞、反冲、地磁场的影响等,具体参数设置如表 1、表 2 所示。

表 1 激光参数、发射参数

Table 1 Laser and launch parameters

Variable name	Symbol	Value	Variable name	Symbol	Value
Launched power	P	20 W	Laser detuning	Δf_L	0
D_{2a} wavelength	$\lambda_{D_{2a}}$	589.159 nm	Zenith of laser beam	ζ	0
D_{2b} wavelength	$\lambda_{D_{2b}}$	589.157 nm	Angle between laser beam and geomagnetic field	θ	$0, \pi/6, \pi/3, \pi/2$
Laser polarization	Circular Linear	+1 0	Launch spot size	D	40 cm
Repumping power fraction	q	4%~44%	Beam quality factor	β	1.1
Repumping frequency offset	Δf_{ab}	1.7178 GHz	Total phase of laser	Phase	0

这里对 D_{2b} 线再抽运设置激光线宽为 0,在模拟单一频率光抽运时也设激光线宽为 0。

表 2 相关大气参数、钠原子参数

Table 2 Parameters related to atmosphere and sodium atoms

Variable name	Symbol	Value	Variable name	Symbol	Value
Atmospheric transmittance	T_0	0.84	Recoiled velocity	v_r	2.9461 cm/s
Sodium centroid altitude	L	92 km	Na-O ₂ spin-exchange rate	γ_s	1/490 μs
Sodium column density	C_{Na}	$4 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$	Na-N ₂ , Na-O ₂ weighted velocity-changing collision	γ_{vcc}	1/35 μs
Mesosphere temperature	T	185 K	Na beam dwell velocity	v_{ex}	38 m/s
Backscattering coefficient	β'	1.5	Beam atom exchange rate	γ_{ex}	1/6.0 ms
Geomagnetic field	B	0.20~0.51 G	Azimuth of geomagnetic field	ϕ	$\pi/2$
Recoil frequency shift	Δf_D	50 kHz	Zenith of geomagnetic field	θ	$0 \sim \pi/2$

以上数据忽略了望远镜的高度,其他默认的参数没有全部列出。地磁场天顶角实际上为激光发射与地磁场的夹角。

4.2 钠荧光回波光子数影响因素的数值模拟

应用以上相关软件和表 1、表 2 的相关参数,模拟了地磁场、钠原子碰撞、反冲对钠信标荧光回波光子数的影响,如图 3~6 所示。

图 3 表明了地磁场对钠荧光平均回波光子通量的影响(光强 I 为非均匀坐标值,下同)。地磁场的强度为 0.228 G,地磁场的天顶角为 $\pi/6$,再抽运能量百分比为 12%。对于圆偏振光,地磁场的影响较线偏振光大很多。在有地磁场时,当圆偏振光光强 $I=6.36 \text{ W/m}^2$ 时平均回波光子通量达到峰值 $405 \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{atom}^{-1} \cdot (\text{W/m}^2)^{-1}$;在无地磁场时, $I=7.05 \text{ W/m}^2$ 对应平均回波光子通量的峰值为 $534 \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{atom}^{-1} \cdot (\text{W/m}^2)^{-1}$,两者相差 $129 \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{atom}^{-1} \cdot (\text{W/m}^2)^{-1}$;但是光强很小或很大时,这种影响相应变得很小。对于线偏振光,地磁场几乎没有影响。从图中看蓝色虚线与品红色虚线几乎重叠在一起,这也证明了 Drummond 等^[12]的观点。

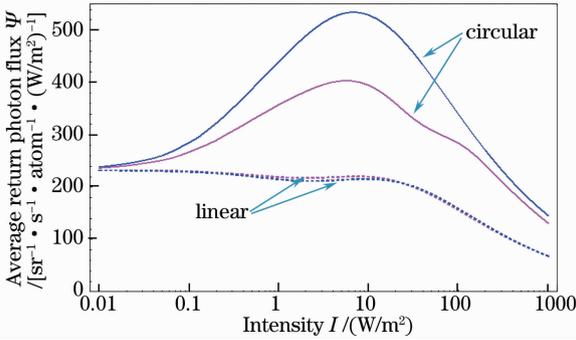


图 3 地磁场对钠荧光平均回波光子通量的影响 (品红:有地磁场;蓝色:无地磁场)

Fig. 3 Influence of geomagnetic field on the average return photon flux (fuchsin: geomagnetic field; blue: no geomagnetic field)

图 4 进一步模拟了地磁场的天顶角对钠荧光平均回波光子通量的影响,地磁场的强度为 0.510 G,再抽运能量百分比为 12%。从图中可以看到在圆偏振光作用下,地磁场的天顶角 θ 越大,地磁场对钠荧光平均回波光子通量的影响就越大。当 $\theta=0$ 时,意味着激光发射与地磁场方向一致,此时可以获得最大平均回波光子通量。当 $\theta=\pi/2$ 时,激光发射与地磁场方向垂直,此时平均回波光子通量仅仅相当于图 3 中线偏振光时平均回波光子通量。

图 5 中,品红线代表常态碰撞,考虑了碰撞对平均回波光子通量的影响,蓝色线代表忽略碰撞时平均

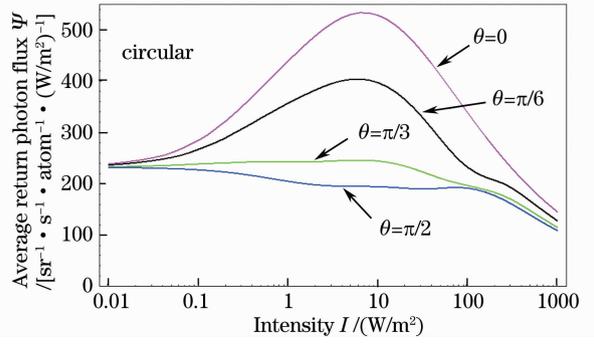


图 4 地磁场的天顶角对钠荧光平均回波光子通量的影响
Fig. 4 Influence of zenith angle of geomagnetic field on the average return photon flux

回波光子通量随光强变化的曲线。地磁场的强度为 0.228 G,地磁场的天顶角为 $\pi/6$,再抽运能量百分比为 12%。由图 5 可知,忽略碰撞时,在圆偏振光作用下,较小的光强可以获得较大的平均回波光子通量,但是随着光强的增大,大约 0.7 W/m^2 之后,平均回波光子通量会大幅下降;对于线偏振光,在光强较小时,碰撞的作用不那么明显,但是随着光强的增大,碰撞的作用相应有所增加,在 $I=0.15 \text{ W/m}^2$ 之后,碰撞对平均回波光子通量的影响很大。总的来说,钠原子碰撞能够增加钠荧光平均回波光子通量,对钠荧光回波光子数的增加有积极作用。

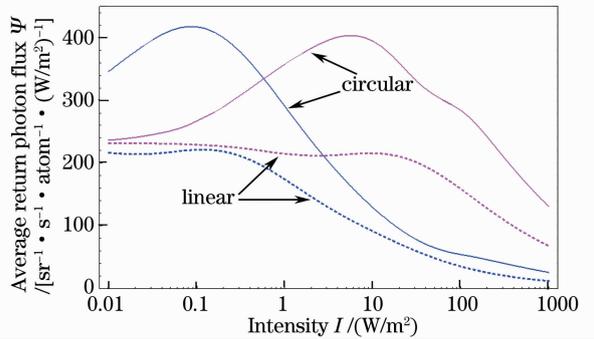


图 5 钠原子碰撞对钠荧光平均回波光子通量的影响 (品红:常态碰撞;蓝色:忽略碰撞)

Fig. 5 Influence of sodium collision on the average return photon flux (fuchsin: normal collision; blue: neglected collision)

图 6 分别给出了有反冲(品红色线)和无反冲(蓝色线)时平均回波光子通量随光强变化的曲线。其中,地磁场的强度为 0.228 G,地磁场的天顶角为 $\pi/6$,再抽运能量百分比为 12%。可以看出反冲在较高光强时能够导致平均回波光子通量的减少,但在低光强时反冲几乎没有影响。对于圆偏振光 $I=0.01 \sim 2 \text{ W/m}^2$ 和线偏振光 $I=0.01 \sim 5 \text{ W/m}^2$,有反冲与无反冲产生的平均回波光子通量几乎相同。

当圆偏振光光强达到 2 W/m^2 、线偏振光光强达到 5 W/m^2 后,反冲对钠原子平均回波光子通量的影响变大,圆偏振光影响的最大差值约为 $100 \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{atom}^{-1} \cdot (\text{W/m}^2)^{-1}$,线偏振光的影响最大差值约 $50 \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{atom}^{-1} \cdot (\text{W/m}^2)^{-1}$ 。

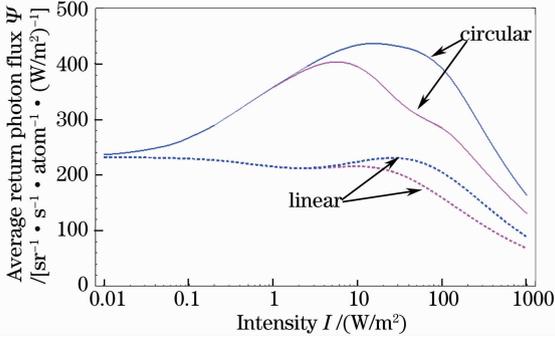


图 6 钠原子反冲对钠荧光平均回波光子通量的影响 (品红:有反冲;蓝色:无反冲)

Fig. 6 Influence of sodium recoil on the average return photon flux (fuchsin; recoil; blue; no recoil)

4.3 下抽运和再抽运对钠荧光回波光子数影响的数值模拟

图 7 模拟了圆偏振光与钠原子作用时下抽运与再抽运对钠荧光平均回波光子通量的影响。地磁场的强度为 0.510 G ,地磁场的天顶角为 $\pi/6$,再抽运能量百分比为 12% 。从图中可以看出再抽运能够增加钠荧光平均回波光子通量,下抽运不利于获得更多的回波光子数。但在光强很小的情况下 ($I = 0.01 \sim 0.6 \text{ W/m}^2$),下抽运对平均回波光子通量的影响少于 $10 \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{atom}^{-1} \cdot (\text{W/m}^2)^{-1}$ 。当再抽运能量百分比 $q=0, I=1 \text{ W/m}^2$ 时,平均回波光子通量达到峰值 $330 \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{atom}^{-1} \cdot (\text{W/m}^2)^{-1}$ 。当再抽运能量百分比 $q=12\%, I=6.02 \text{ W/m}^2$ 时,平均回波光子通量达到峰值 $405 \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{atom}^{-1} \cdot$

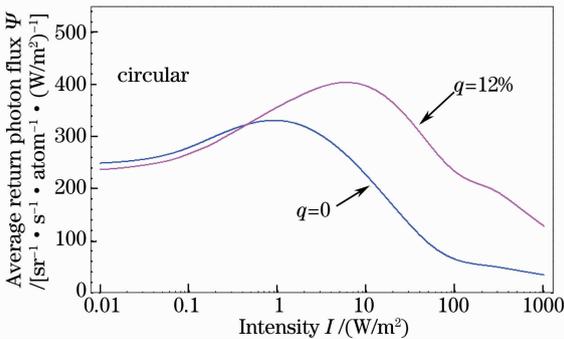


图 7 下抽运与再抽运对钠荧光平均回波光子通量的影响

Fig. 7 Influence of downpumping and repumping on the average return photon flux

$(\text{W/m}^2)^{-1}$ 。这说明在没有 D_{21} 线再抽运的情况下钠原子光抽运比较容易达到跃迁饱和,从而限制了钠荧光回波光子数的增加。

图 8 模拟了再抽运的能量百分比对钠荧光平均回波光子通量的影响。地磁场的强度为 0.510 G ,地磁场的天顶角为 $\pi/6$ 。图中给出再抽运的能量百分比为 $4\% \sim 44\%$,总共 21 条线的平均回波光子通量随光强变化的曲线。从图中可以看出:钠荧光平均回波光子通量除了随光强变化有峰值存在,还与再抽运能量百分比有关。 $q=10\% \sim 20\%$ 时,平均回波光子通量峰值在 $399 \sim 406 \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{atom}^{-1} \cdot (\text{W/m}^2)^{-1}$ 之间;当 $q=16\%$ 并且光强 $I=5 \text{ W/m}^2$ 时,钠荧光平均回波光子通量达到最高峰值 $406 \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{atom}^{-1} \cdot (\text{W/m}^2)^{-1}$,如图中红色曲线所示。

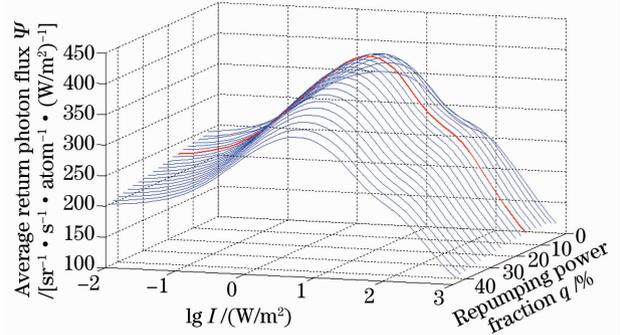


图 8 不同能量百分比的再抽运对钠荧光平均回波光子通量的影响

Fig. 8 Influence of repumping with different energy percentages on the average return photon flux

4.4 激光钠信标荧光回波光子数的数值模拟

图 9 模拟了圆偏振光再抽运能量百分比分别为 0 和 16% 的平均回波光子通量随光强变化的曲线。模拟参数中,地磁场的强度为 0.228 G ,地磁场的天顶角为 $\pi/6$ 。图中绿色圆圈为 $q=16\%$ 的数值模拟结果,红色线为数值拟合曲线;品红菱形为 $q=0$ 的

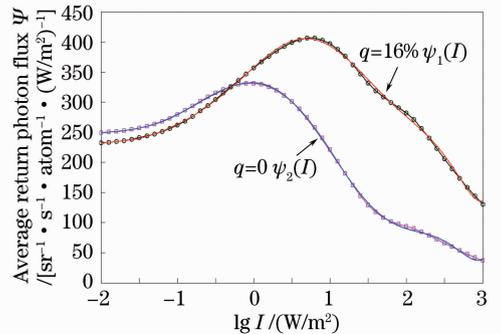


图 9 再抽运对钠荧光平均回波光子通量影响的数值拟合

Fig. 9 Numerical fitting of the influence of repumping on the average return photon flux

数值模拟结果,蓝色线为数值拟合曲线。

为了得到平均回波光子通量随光强变化的函数

关系 $\phi(I)$,采用 9 次多项式数值拟合的方法得到 $q=16\%$ 和 $q=0$ 的 $\phi(I)$ 函数分别如下。

$$\begin{aligned} \phi_1(I) = & 0.2273 \times (\lg I)^9 - 0.6175 \times (\lg I)^8 - 2.831 \times (\lg I)^7 + \\ & 5.715 \times (\lg I)^6 + 16.64 \times (\lg I)^5 - 14.47 \times (\lg I)^4 - \\ & 61.03 \times (\lg I)^3 - 19.95 \times (\lg I)^2 + 112.1 \times (\lg I) + 357.6, \end{aligned} \quad (13)$$

$q=16\%$, $I \in [0.01, 1000] (\text{W}/\text{m}^2)$ 。(13)式的拟合均方根为 3.009,确定系数为 0.9987。

$$\begin{aligned} \phi_2(I) = & 0.09191 \times (\lg I)^9 + 0.01142 \times (\lg I)^8 - 1.663 \times (\lg I)^7 - \\ & 1.938 \times (\lg I)^6 + 11.85 \times (\lg I)^5 + 23.46 \times (\lg I)^4 - \\ & 35.33 \times (\lg I)^3 - 104.2 \times (\lg I)^2 - 5.239 \times (\lg I) + 332.1, \end{aligned} \quad (14)$$

$q=0$, $I \in [0.01, 1000] (\text{W}/\text{m}^2)$ 。(14)式的拟合均方根为 1.99,确定系数为 0.9997。

为了模拟大气中间层和接收器上的钠荧光回波光子数,模拟激光经大气传输到达大气中间层的光强分布。选择 Greenwood 夜晚模式作为大气湍流模式: $C_n^2(h') = [2.2 \times 10^{-13} (h'+10)^{-1.3} + 4.3 \times 10^{-17}] \exp(-h'/4000)$,这里 h' 指高度,大气相干长度 $r_0 = 15.5 \text{ cm}$ 。根据表 1 和表 2 相关数据,模拟光强分布如图 10 所示(随机抽样一次的模拟结果)。

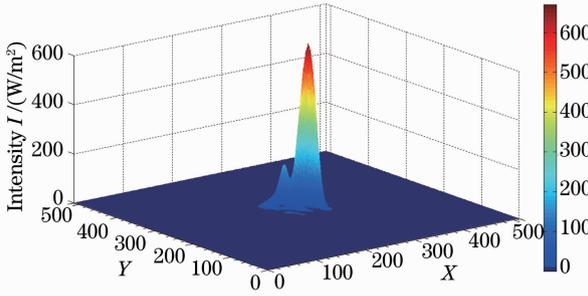


图 10 在 Greenwood 大气湍流模式下 20 W 连续波激光光强在中间层钠层的分布

Fig. 10 Intensity distribution of continuous wave laser with 20 W power at the sodium layer in mesosphere under the Greenwood model for atmospheric turbulence

根据(11)、(13)、(14)式以及图 10 的光强分布,图 11 和图 12 分别模拟了再抽运能量百分比 $q=16\%$ 和没有再抽运能量时连续波圆偏振激光激发钠荧光回波光子在大气中间层的分布(随机抽样一次的模拟结果)。

数值模拟的结果表明:对于 20 W 连续波激光,含有 $q=16\%$ 的再抽运能量能够大大增加钠荧光回波光子数。根据图 11 的计算,中间层钠荧光回波光子数为 $4.9116 \times 10^{17} \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$,标准差为 $3.5494 \times 10^{16} \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$,接收器上回波光子数的平均值为

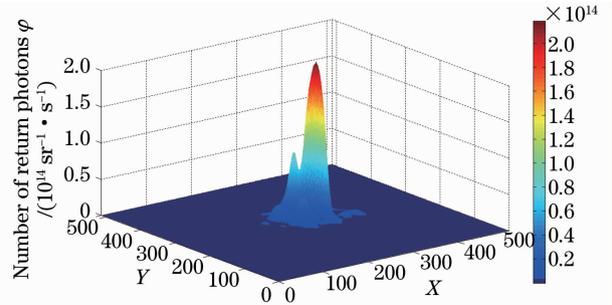


图 11 含有 16%再抽运能量的 20 W 连续波激光激发的钠荧光回波光子在中间层钠层的分布
Fig. 11 Distribution of return photons excited by 20 W power continuous wave laser with 16% repumping power at the sodium layer in mesosphere

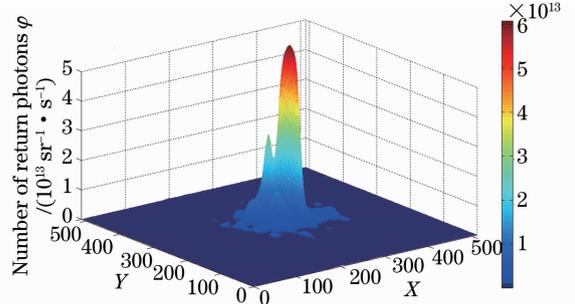


图 12 没有再抽运能量的 20 W 连续波激光激发的荧光回波光子在中间层钠层的分布
Fig. 12 Distribution of return photons excited by 20 W power continuous wave laser without repumping at the sodium layer in mesosphere

$4.8745 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$,平均每瓦回波光子数为 $2.4373 \times 10^6 \text{ s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{W}^{-1}$,这个计算结果与没有再抽运时的比值为 2.33。这个比值小于 Holzlohner 等^[9] 的计算结果 3.7,但是接近 Kibblewhite^[25] 的预测值 2.5,大于 Starfire Optical Range 的实验比值 1.6^[26]。进一步的数值模拟表明, $q=10\% \sim 20\%$ 的激光获得的回波光子数与没有再抽运时的比值在 2.32~2.33 之间,因此,再抽运

能够获得更多的钠荧光回波光子的。

图 12 的计算结果显示:中间层钠荧光回波光光子数为 $2.1011 \times 10^{17} \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, 标准差为 $1.4962 \times 10^{16} \text{ sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$;接收器上回波光光子数的平均值为 $2.0852 \times 10^7 \text{ s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$, 平均每瓦回波光光子数为 $1.0426 \times 10^6 \text{ s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{W}^{-1}$ 。如果采用 Telle 等^[27]的钠层柱密度计算接收器上回波光光子数,计算值比测量值会多出 $0.12 \times 10^6 \sim 0.47 \times 10^6 \text{ s}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{W}^{-1}$,考虑误差等因素,这样的计算结果具有一定的实际意义。

5 结 论

通过引入钠荧光平均回波光光子通量的概念,比较系统地分析了地磁场、钠原子碰撞、反冲对大气中间层钠信标荧光回波光光子数的影响,探讨了单一频率圆偏振光对钠原子作用的下抽运现象以及钠的 D_{2b} 线再抽运。通过数值模拟的方法,研究了圆偏振光与线偏振光受到钠原子碰撞、反冲、地磁场作用而产生的对钠荧光平均回波光光子通量的影响,计算了 Greenwood 大气湍流模式下连续波圆偏振激光激发钠信标的回波光光子数,总结如下:

1) 钠信标荧光回波光光子的激发受到多种因素的影响。地磁场会引起钠原子的拉莫尔进动,严重削弱长脉冲和连续波激光与钠原子作用的光抽运,而且地磁场方向与激光发射方向夹角越大,这种影响就越大;在光强较高时,钠原子碰撞增加钠荧光平均回波光光子通量,有利于钠原子的光抽运;反冲减小钠原子吸收截面,不利于光抽运时激发态概率增加,在光强较大时降低了平均回波光光子通量。

2) 单一频率的圆偏振光与钠原子作用容易导致下抽运现象,降低钠荧光平均回波光光子通量,不利于钠原子激发态概率的提高;为了增加钠层荧光回波光光子数,采用再抽运的方法可以增加钠荧光平均回波光光子通量。

3) 数值模拟的结果表明,采用 16% 的再抽运能量能够获得最大的平均回波光光子通量峰值;在 Greenwood 大气湍流模式下,再抽运激发的钠荧光回波光光子数大约是单一频率激光激发钠荧光回波光光子数的 2.33 倍。

总的来说,在进行钠信标荧光回波光光子数的模拟时,要考虑多种因素的影响。圆偏振光比线偏振光能够激发更多的钠荧光回波光光子,再抽运能够进一步增加钠荧光回波光光子数。

参 考 文 献

- 1 C. S. Gardner, B. M. Welsh, L. A. Thompson. Design and performance analysis of adaptive optical telescopes using laser guide stars[J]. *Proceedings of the IEEE*, 1990, **78**(11): 1721~1743
- 2 Fan Xinlong, Guan Chunlin, Rao Changhui *et al.*. Wave-front fitting capability analysis of 1.8 m telescope's adaptive secondary mirror[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(8): 0822002
樊新龙, 官春林, 饶长辉 等. 1.8 m 望远镜变形次镜波前拟合能力分析[J]. *光学学报*, 2011, **31**(8): 0822002
- 3 P. W. Milonni, R. Q. Fugate, J. M. Telle. Analysis of measured photon returns from sodium beacons[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1998, **15**(1): 218~233
- 4 L. C. Bradley. Pulse-train excitation of sodium for use as a synthetic beacon [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1992, **9**(10): 1931~1944
- 5 P. W. Milonni, H. Fearn. Theory of continuous-wave excitation of the sodium beacon[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1999, **16**(10): 2555~2566
- 6 P. L. Wizinowich. Adaptive optics and the Keck Observatory [J]. *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, 2005, **8**(2): 12~19
- 7 Jiang Wenhan, Zhang Yudong, Rao Changhui *et al.*. Progress on adaptive optics of Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(9): 0900106
姜文汉, 张雨东, 饶长辉 等. 中国科学院光电技术研究所的自适应光学研究进展[J]. *光学学报*, 2011, **31**(9): 0900106
- 8 S. M. Rochester, A. Otarola, C. Boyer *et al.*. Modeling of pulsed-laser guide stars for the Thirty Meter Telescope project [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2012, **6**(19): 832~845
- 9 R. Holzlohner, S. M. Rochester, D. Bonaccini Calia *et al.*. Optimization of CW sodium laser guide star efficiency[J]. *Astro. Astrophys.*, 2010, **520**: A20
- 10 R. Holzlohner, S. M. Rochester, T. Frommer *et al.*. Laser guide star return flux simulations based on observed sodium density profiles[C]. *SPIE*, 2010, **7736**: 77360V
- 11 E. Kibblewhite. Calculation of returns from sodium beacons for different types of laser[C]. *SPIE*, 2008, **7015**: 70150M
- 12 J. Drummond, S. Novotny, C. Denman *et al.*. The sodium LGS brightness model over the SOR [C]. AMOS Technical Conference, 2007
- 13 N. Moussaoui, R. Holzlohner, W. Hackenberg *et al.*. Dependence of sodium laser guide star photon return on the geomagnetic field[J]. *Astron. Astrophys.*, 2009, **501**(2): 793~799
- 14 A. R. Edmonds. Angular Momentum in Quantum Mechanics [M]. Princeton: Princeton University Press, 1957. 57~59
- 15 N. W. Ressler, R. H. Sands, T. E. Stark. Measurement of the spin-exchange cross sections for Cs¹³³, Rb⁸⁷, Rb⁸⁵, K³⁹, and Na²³ [J]. *Phys. Rev.*, 1969, **184**(1): 102~118
- 16 A. Moretti, F. Strumia. Hyperfine optical pumping of sodium vapor[J]. *Phys. Rev. A*, 1971, **3**(1): 349~354
- 17 P. D. Hillman, J. D. Drummond, C. A. Denman *et al.*. Simple model, including recoil, for the brightness of sodium guide stars created from CW single frequency lasers and comparison to measurements[C]. *SPIE*, 2008, **7015**: 70150L
- 18 Atomic Density Matrix and LGS Bloch packages [OL]. <http://budker.berkeley.edu/ADM/>
- 19 Rao Ruizhong. Modern Atmospheric Optics [M]. Beijing: Science Press, 2012. 428~451
饶瑞中. 现代大气光学 [M]. 北京: 科学出版社, 2012. 428~451
- 20 He Yuanxing, Jiang Wenhan, Li Xinyang. Far-field propagation of focused Gaussian beam through atmospheric turbulence and

- effects of adaptive phase compensation[J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(3): 0312001
- 贺元兴, 姜文汉, 李新阳. 聚焦高斯光束在湍流大气中的远场传输及相位补偿效果[J]. *中国激光*, 2011, **38**(3): 0312001
- 21 Peng Qi, Chen Hongbin, Wang Jihong *et al.*. Analysis of solving power of telescopes for non-Kolmogorov turbulence[J]. *Chinese J. Lasers*, 2012, **39**(1): 0113002
- 彭 起, 陈洪斌, 王继红 等. 非科尔莫戈罗夫湍流下望远镜的分辨力分析[J]. *中国激光*, 2012, **39**(1): 0113002
- 22 Liu Xiangyuan, Qian Xianmei, Cui Chaolong *et al.*. Numerical simulation of return photons number of sodium laser beacon in the atmospheric turbulence[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, **33**(2): 0201001
- 刘向远, 钱仙妹, 崔朝龙 等. 大气湍流中激光钠信标回波光子的数值模拟[J]. *光学学报*, 2013, **33**(2): 0201001
- 23 Zhu Wenyue, Huang Yinbo, Qian Xianmei *et al.*. Code for laser atmospheric propagation and its applications[J]. *J. Atmospheric and Environmental Optics*, 2007, **2**(6): 451~458
- 朱文越, 黄印博, 钱仙妹 等. 激光大气传输模拟程序 CLAP 及其应用[J]. *大气与环境光学学报*, 2007, **2**(6): 451~458
- 24 Qian Xianmei, Rao Ruizhong. Spatial distribution of Gaussian-beam scintillation in atmosphere by numerical simulation [J]. *Chinese J. Quantum Electronics*, 2006, **23**(3): 320~324
- 钱仙妹, 饶瑞中. 高斯光束大气闪烁空间分布的数值模拟研究[J]. *量子电子学报*, 2006, **23**(3): 320~324
- 25 E. Kibblewhite. The physics of the sodium laser guide star: predicting and enhancing the photon returns [C]. AMOS Technologies Conference, 2009
- 26 C. Denman, P. Hillman, G. Moore *et al.*. Two-Frequency Sodium Guide Star Excitation at the Starfire Optical Range[R]. Yosemite; US Center for Adaptive Optics Fall Retreat, 2006
- 27 J. Telle, J. Drumond, C. Denman *et al.*. Studies of a mesospheric sodium guidestar pumped by continuous-wave sum-frequency mixing of two Nd:YAG laser lines in lithium triborate [C]. *SPIE*, 2006, 6215: 62150K

栏目编辑: 王晓琰