

二维无序介质中随机激光辐射的特性

姚 轲¹ 冯国英^{1*} 杨丽玲¹ 易家玉¹ 周寿桓^{1,2}

(¹ 四川大学电子信息学院, 四川 成都 610065; ² 华北光电技术研究所, 北京 100015)

摘要 基于随机激光的时域理论, 利用时域有限差分法(FDTD)数值求解麦克斯韦方程组和速率方程组, 分别计算了二维无序介质中抽运速率和散射颗粒折射率对随机激光辐射的影响, 同时还分析了介质中不同区域的输出谱和空间模式分布。计算结果显示, 对于二维随机介质, 在其他条件保持不变的情况下, 散射颗粒折射率与背景介质折射率差越大, 随机激光的阈值越低。介质中不同区域的辐射谱是不同的, 且随着激励源抽运强度而变化。随机激光辐射始终集中在介质中某几个固定区域, 但各个区域的随机激光效率是不同的, 同时在区域之间存在模式的空间范围重叠。

关键词 激光技术; 二维无序介质; 折射率; 空间分布; 随机激光器

中图分类号 TN248 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201340.0606004

Properties of Random Laser Radiation in Two-Dimensional Disordered Medium

Yao Ke¹ Feng Guoying¹ Yang Liling¹ Yi Jiayu¹ Zhou Shouhuan^{1,2}

(¹ College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China)
(² North China Research Institute of Electro-Optics, Beijing 100015, China)

Abstract Based on the time dependent theory, the random laser emission in two-dimensional disordered medium with different pumping rates and refractive indices is calculated. The spatial distributions of emission spectra and lasing modes are also analyzed. The calculated results show that the larger the difference of refractive index between scattering medium and background medium is, the smaller the lasing threshold is. The emission spectra of different regions are different, and change with the intensity of pump source. The lasing emission is mainly distributed in some certain regions, the pumping efficiency is different for these certain regions, and spatial extent overlap of modes is produced between regions.

Key words laser technique; two-dimensional disordered medium; refractive index; spatial distribution; random laser

OCIS codes 140.3430; 290.4210; 300.6500

1 引 言

与常规激光器不同, 随机激光器是依赖介质中的多重散射形成的, 它具有成本低、技术简单和辐射效率较高等优势, 吸引了大量研究者们对其物理机制^[1~10]和实验应用^[11~19]进行研究。1999年, Cao等^[20]在 ZnO 半导体随机介质中观察到了受激辐射现象。伴随着随机激光现象的发现, 对随机介质中激光现象进行了理论分析, 其中主要有具有增益项的扩散方程、Anderson 局域模型和时域模型等。时

域理论结合了麦克斯韦方程和速率方程, 利用时域有限差分法(FDTD)进行数值计算, 能直观和全面地描述相干反馈随机激光辐射的特性。

本文基于时域理论, 利用 FDTD 数值求解麦克斯韦方程和速率方程, 计算了二维无序随机介质中不同散射颗粒折射率下介质的随机激光辐射特性。同时还分区计算了介质中不同区域内的辐射谱, 分析了介质中模式的空间分布。计算结果显示: 散射颗粒折射率与背景介质折射率相差越大, 随机激

收稿日期: 2012-12-26; 收到修改稿日期: 2013-01-26

基金项目: 国家自然科学基金(60890200)和 NSAF 基金(10976017)资助课题。

作者简介: 姚 轲(1989—), 男, 博士研究生, 主要从事激光材料特性分析方面的研究。E-mail: scu_keyao@gmail.com

导师简介: 周寿桓(1937—), 男, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, 主要从事激光技术方面的研究。

E-mail: zfhuan@yahoo.com.cn

* 通信联系人。E-mail: guoing_feng@scu.edu.cn

射阈值越低;光子在介质中某区域内出现局域化现象,光子能量主要集中在介质某固定区域内;各个局域化区域存在模式竞争。

2 理论模拟

2.1 计算模型

针对薄片介质和平面波导等进行分析,模拟中样品视为边长为 L 的方形二维平面随机介质,它由圆形散射颗粒和增益介质构成,圆形散射颗粒的半径为 r ,折射率为 n_2 ,增益介质的折射率为 n_1 。散射颗粒的填充率 Φ 定义为散射颗粒的总面积与方形区域面积的比值,即 $\Phi = N\pi r^2/L^2$,其中 N 为散射颗粒数,散射颗粒随机分布在增益介质中。取 $L = 2 \mu\text{m}$, $r = 60 \text{ nm}$,其他参数可变。

2.2 理论基础

随机介质中包括两种模式的电磁波,即横电场(TM)和横磁场(TE),该模型中只考虑二维 TM 模,这种情况下光波的电场和磁场分量满足麦克斯韦方程组^[21]:

$$\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{\partial E_z}{\partial y}, \quad (1)$$

$$\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{\partial E_z}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\epsilon_0 \epsilon_i \frac{\partial E_z}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y}, \quad (3)$$

式中 ϵ_0 和 μ_0 分别为真空介电常数和真空磁导率, $\epsilon_i = n_i^2$ ($i = 1, 2$ 分别表示背景介质和散射颗粒)。这里考虑增益介质为四能级系统,满足如下方程:

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_2}{\tau_{21}} - W_p N_1, \quad (4)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{E_z}{h\omega_1} \frac{dP}{dt}, \quad (5)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \frac{N_4}{\tau_{43}} - \frac{N_3}{\tau_{32}} + \frac{E_z}{h\omega_1} \frac{dP}{dt}, \quad (6)$$

$$\frac{dN_4}{dt} = \frac{N_4}{\tau_{43}} + W_p N_1, \quad (7)$$

式中 W_p 为抽运速率, N_i ($i = 1 \sim 4$) 为各能级的粒子数密度, τ_{21} , τ_{32} 和 τ_{43} 分别是能级 2, 3 和 4 的寿命, $\left(\frac{E_z}{h\omega_1}\right) \frac{dP}{dt}$ 为受激辐射速率, ω_1 是辐射光的中心频率。 P 为极化强度,它满足

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + \Delta\omega_1 \frac{dP}{dt} + \omega_1^2 P = k\Delta N E_z, \quad (8)$$

式中 $\Delta\omega_1 = 1/\tau_{32} + 2/T_2$, T_2 是弛豫时间,它的值比 τ_{32} 小得多, $\Delta N = N_2 - N_3$,表示反转粒子数, $k = 6\pi\epsilon_0 c^3 / (\omega_1^2 \tau_{32})$ 。 N 表示介质中总的粒子数,有 $N =$

$N_1 + N_2 + N_3 + N_4$ 。模拟中参数设置如下: $T_2 = 2 \times 10^{-14} \text{ s}$, $\tau_{43} = 10^{-13} \text{ s}$, $\tau_{32} = 10^{-10} \text{ s}$, $\tau_{21} = 10^{-12} \text{ s}$, $N = 3.313 \times 10^{24}$, $\omega_1 = 4.05 \times 10^{15}$, 对应波长 $\lambda_1 = 465 \text{ nm}$ 。计算中抽运源采用高斯脉冲,它满足 $E_z(t) = A \exp[-(t-t_0)^2/T^2] \cos(\omega t)$, 其中 $t_0 = 1 \text{ fs}$, $T = 5 \times 10^{-13} \text{ s}$, $\omega = 4.05 \times 10^{15} \text{ Hz}$ 。 A 为电场强度。

3 模拟结果

3.1 辐射谱随抽运速率的变化

在填充率 Φ 为 0.3, $n_2 = 2$ 和 $n_1 = 1$ 的条件下,计算了在不同抽运速率 W_p (5×10^{10} , 6×10^{10} , 8×10^{10} , $5 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$) 下的辐射谱,如图 1 所示。从图 1 可以看出,在抽运速率较小($W_p = 5 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$) 时,辐射谱呈现典型的荧光谱特征,当抽运速率增加到 $W_p = 6 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$ 时,辐射谱强度增大,但和 $W_p = 5 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$ 辐射谱不同的是,此时的辐射谱中在荧光谱范围内出现了几个相对分散的尖峰,这主要是由介质中的本征模式决定的。当抽运速率继续增加到 $W_p = 8 \times 10^{10} \text{ s}^{-1}$ 时,辐射谱强度继续增加,而且谱中的尖峰更加明显,尖峰数量也继续增加,但中心波长发生了移动,这主要是因为不同波长的光波模式在介质中的受激辐射放大程度不同,各种模式的光子共同竞争反转粒子数,最后导致有些模式得到抑制,而有些得到放大。当抽运速率进一步增加到 $W_p = 5 \times 10^{11} \text{ s}^{-1}$ 时,辐射谱中出现两个明显的尖峰,而且如果继续增加抽运速率,这两个尖峰稳定存在,说明这两种模式能在介质中稳定存在。

3.2 不同折射率下辐射谱随抽运速率的变化

为了获得散射颗粒折射率对随机激射的影响,选择散射颗粒折射率分别为 1.5、2 和 2.5 进行模拟,得到不同散射颗粒折射率下,峰值强度和半峰全宽(FWHM)随抽运速率的变化,进而得到峰值强度和 FWHM 与散射颗粒折射率的关系,如图 2 所示。从图 2 可以看出,在抽运速率较小(小于阈值)时,峰值强度较小,峰值强度随抽运速率增大变化不大,而 FWHM 较大。当抽运速率达到某一个值(阈值)后,峰值强度随抽运速率增大而呈指数增大,FWHM 也迅速减小并达到某一稳定值。当抽运速率进一步增大时,峰值强度达到饱和,保持在某一固定范围内。由于不同折射率下激射波长可能不在同一位置,因此同一波长处的峰值强度可能相差比较大,为了方便观察,将每组峰值强度先进行归一化,再画在同一个图里。Ito 等^[22] 提出随机激射阈

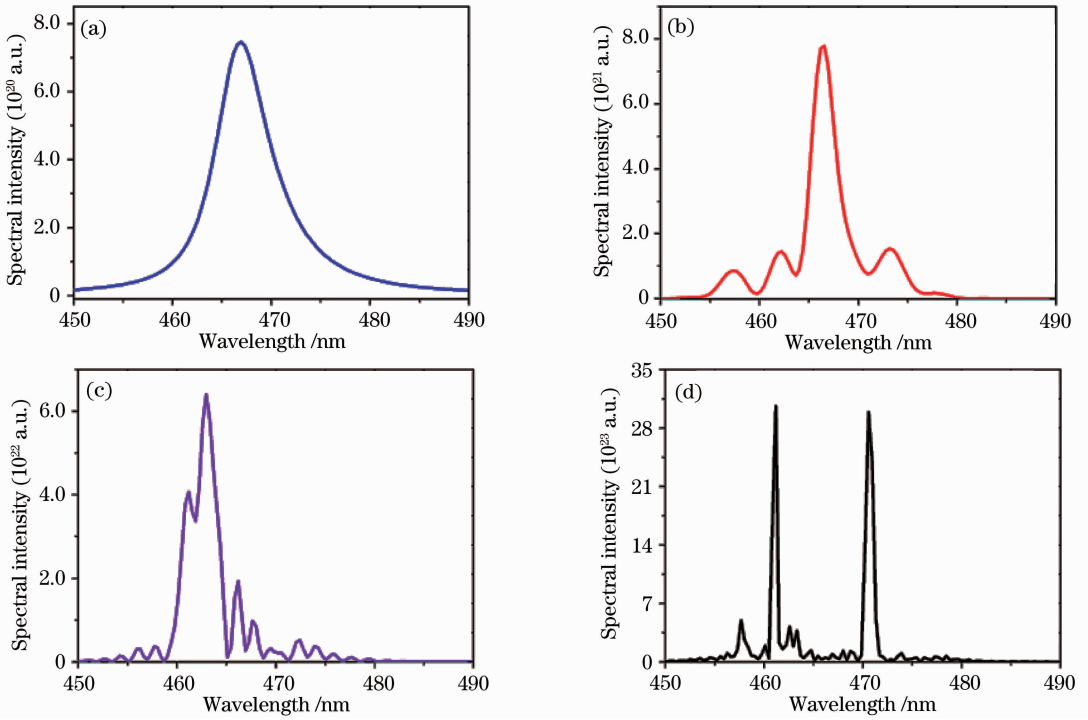


图 1 $\Phi=0.3$ 时,不同抽运速率下的辐射谱。(a) $W_p=5\times 10^{10} \text{ s}^{-1}$; (b) $W_p=6\times 10^{10} \text{ s}^{-1}$; (c) $W_p=8\times 10^{10} \text{ s}^{-1}$; (d) $W_p=5\times 10^{11} \text{ s}^{-1}$

Fig.1 Emission spectra with different pumping rates when $\Phi=0.3$. (a) $W_p=5\times 10^{10} \text{ s}^{-1}$; (b) $W_p=6\times 10^{10} \text{ s}^{-1}$; (c) $W_p=8\times 10^{10} \text{ s}^{-1}$; (d) $W_p=5\times 10^{11} \text{ s}^{-1}$

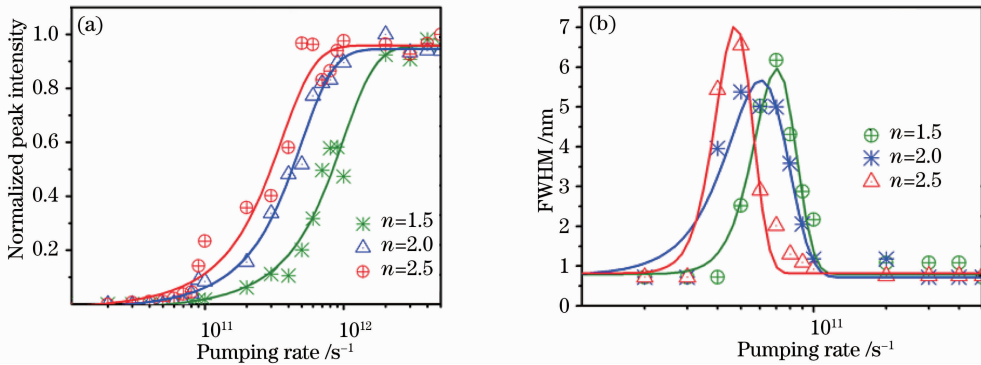


图 2 在不同的散射颗粒折射率下(a) 归一化峰值强度和(b)FWHM随抽运速率的变化

Fig.2 (a) Normalized peak intensity and (b) FWHM vary with pumping rate for different particle refractive indices

值的衡量方法,即把 FWHM 变化曲线中,FWHM 减小到最大值一半对应的抽运能量作为阈值,利用该方法,分别作出图 2(b)中三条曲线水平平分线,然后利用平分线与下降沿的交点再作垂直线,垂直线与横轴的交点即是激光阈值。从图 2(b)可以看出,散射颗粒折射率为 1.5、2 和 2.5 时,对应的激光阈值 c 点、 b 点、 a 点对应的抽运速率,分别为 W_c 、 W_b 、 W_a ,明显可以看出 $W_c > W_b > W_a$ 。因此可以得出,散射颗粒折射率越大,激光阈值越低,反之越高。这里定义了一种新的衡量方法,作散射颗粒折射率的峰值强度随抽运速率的曲线中近似线性增长部分

的切线,与横轴(抽运速率)的交点作为激光阈值,如图 2(a)。从图中可以看出,散射颗粒折射率 1.5、2 和 2.5 对应的激光阈值分别是 W_{p1} 、 W_{p2} 、 W_{p3} ,显然 $W_{p1} > W_{p2} > W_{p3}$,因而得出同样的结论,即散射颗粒折射率越大,随机介质的激光阈值越低,反之越高。分析其原因,一方面,散射颗粒的折射率越大,散射介质对光子的散射强度增大,光子越容易禁闭在介质内,逸出介质的光子较少,使得受激辐射变强,激光阈值降低;另一方面,散射颗粒的折射率越大,散射介质对各个方向的光子的散射越强,光子越容易形成闭环振荡,因此激光阈值就越低。

3.3 介质中模式的空间分布

为了得到介质中模式的空间局域化分布,把介质平均分成4个小方块,如图3中的I、II、III和IV 4个区域,从图3可以看出,4个区域的随机分布情况都是不同的。

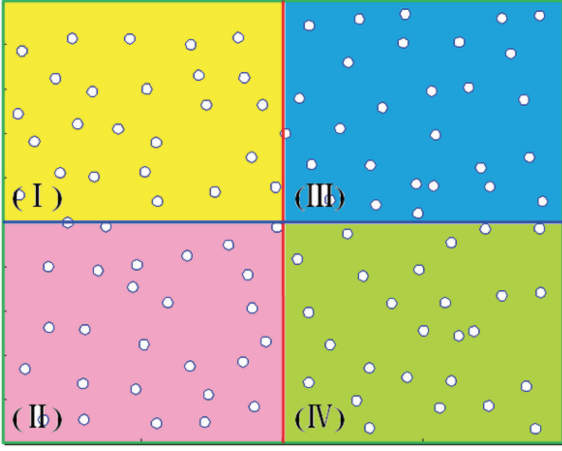
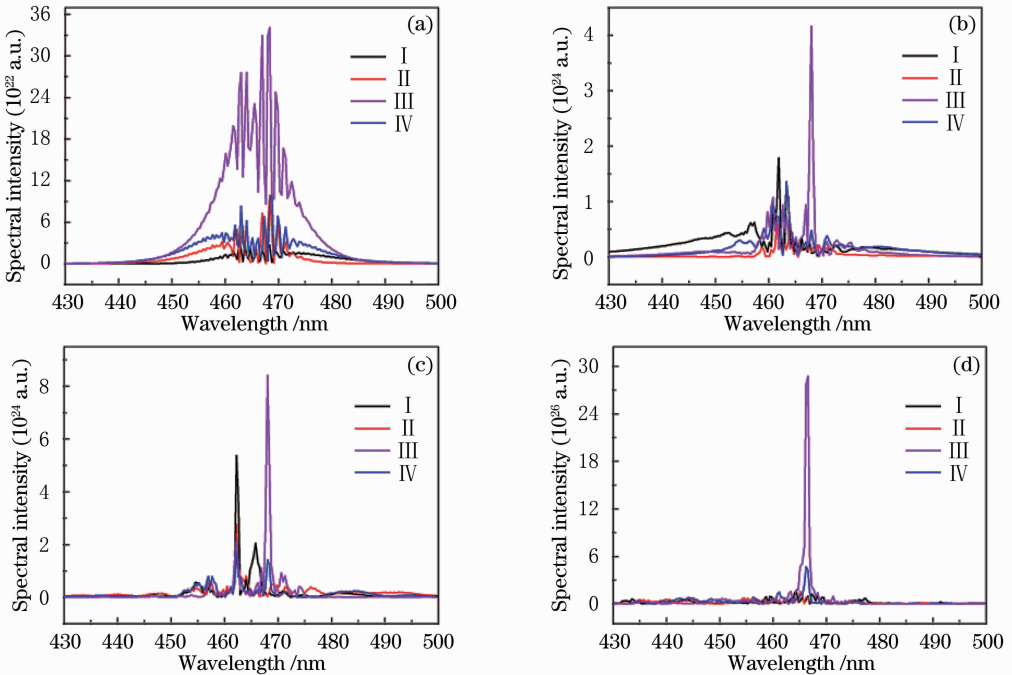


图3 二维介质的随机分布

Fig. 3 Random distribution of two-dimensional medium

此时,选取4种不同抽运强度的激励源,对应的 A 分别为 1×10^7 , 2×10^7 , 3×10^7 和 5×10^8 ,对介质进行整体抽运,然后分别计算不同区域的电场,最后做傅里叶变换得到这4个区域的辐射谱,如图4所示。从图中可以看出,在对样品进行整体抽运、抽运强度相同的情况下,不同区域的辐射谱是不同的,而



且在不同抽运强度下,区域III的辐射谱强度都是最大的,说明区域III内的局域化程度最强。在抽运强度较小($A = 1 \times 10^7$)的时候,如图4(a),4个区域的辐射谱是一个比较宽的谱,谱中存在多个离散尖峰,这些尖峰对应着介质内的本征模式。在抽运强度增大后($A = 2 \times 10^7$),如图4(b),4个区域的尖峰数均减少,而且在区域III内出现了一个很明显的尖峰,中心波长为468 nm。当抽运强度增大到 $A = 3 \times 10^7$ 时,如图4(c)区域I、II和III中出现两个比较明显的尖峰,区域IV中出现了一个,而且区域I、II和III中两个尖峰对应的中心波长是相同的,分别是462 nm和468 nm,区域IV中尖峰的中心波长为462 nm,由此可以看出,在该随机分布下,462 nm和468 nm的光波的局域化程度比较强,但从辐射谱强度对比可以看出,468 nm光波的局域化程度比462 nm的强,而且4个区域内存在相同波长的模式,说明4个区域内有可能存在模式空间范围重叠现象。为了研究该现象,进一步增大抽运强度($A = 5 \times 10^8$),这时4个区域的辐射谱如图4(d)所示,从图中可以看出,介质中只有468 nm处的尖峰还稳定存在,而462 nm处的尖峰消失了。

为了具体分析两种主要波长模式随抽运强度增加的变化,在其他条件不变的情况下,只改变抽运强度,经过多次计算,分析各个区域内468 nm和

图4 不同激励源抽运强度下,4个区域的辐射谱。(a) $A = 1 \times 10^7$; (b) $A = 2 \times 10^7$; (c) $A = 3 \times 10^7$; (d) $A = 5 \times 10^8$

Fig. 4 Dependence of emission spectra of four regions on pumping intensity. (a) $A = 1 \times 10^7$; (b) $A = 2 \times 10^7$; (c) $A = 3 \times 10^7$; (d) $A = 5 \times 10^8$

462 nm两种模式的峰值随抽运强度的变化,如图5所示。从图中可以看出,对于468 nm模式的光波[图5(a)],在同一区域内,随着抽运强度的增大,峰值强度增大,在 $A > 3 \times 10^7$ 时,峰值强度迅速增大,而且区域III内的峰值强度始终是最大的,这说明在相同抽运条件下,区域III的抽运效率是最高的,也就是说区域III的局域化程度最高。而对于462 nm模式的光波[图5(b)],当 $A < 3 \times 10^7$ 时,峰值强度随抽

运强度的增大而增大,但当 $A > 3 \times 10^7$ 时,各个区域的峰值强度变化出现振荡现象,而 $A = 3 \times 10^7$ 是刚好对应468 nm模式光波的峰值强度迅速增大的点。这说明介质中确实存在模式的空间范围覆盖,462 nm和468 nm两种模式光波在覆盖区域内共同竞争反转粒子,468 nm模式的光波在竞争中取得优势,在抽运强度大于阈值后,大量消耗反转粒子数,得到进一步放大,而462 nm模式则处于劣势,出现振荡。

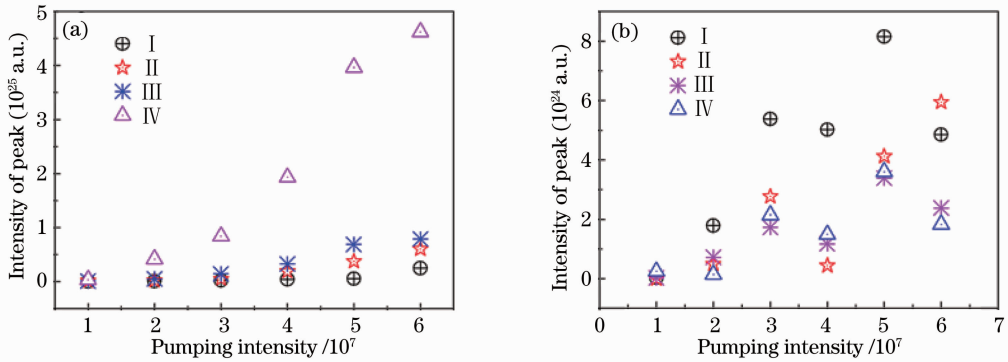


图5 4个区域内不同模式光波的峰值随抽运强度的变化。(a) 468 nm; (b) 462 nm

Fig. 5 Dependence of peak intensity of different wavelenghtes on pumping intensity in the four regions.

(a) 468 nm; (b) 462 nm

4 结 论

利用随机激光的时域理论,利用FDTD数值求解了麦克斯韦方程组和速率方程组,理论计算了二维无序介质中不同散射颗粒折射率下介质的随机激光阈值,同时还分析了介质中不同区域的辐射谱。通过计算结果对比发现,对于二维随机介质,散射颗粒折射率与背景介质折射率差越大,随机激光阈值越低。同时介质中不同区域的辐射谱是不同的,且随着激励源抽运强度的变化,随机激光辐射始终集中在介质中某几个固定区域,但各个区域的随机激光效率是不同的,这可以为伪随机介质的制备提供一定的理论指导。

参 考 文 献

- J. Andreasen, H. Cao. Spectral behavior of partially pumped weakly scattering random lasers [J]. *Opt. Express*, 2011, **19**(4): 3418~3433
- J. Andreasen, A. Asatryan, L. Botten *et al.*. Modes of random lasers[J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2011, **3**(1): 88~127
- O. Zaitsev, L. Deych. Recent developments in the theory of multimode random lasers[J]. *Journal of Optics*, 2010, **12**(2): 024001
- R. Frank, A. Lubatsch, J. Kroha. Light transport and correlation length in a random laser[J]. *Annalen der Physik*, 2010, **18**(12): 882~886

- J. Andreasen, C. Vanneste, L. Ge *et al.*. Effects of spatially nonuniform gain on lasing modes in weakly scattering random systems[J]. *Phys. Rev. A*, 2010, **81**(4): 043818
- A. Sheikhan, M. R. R. Tabar, M. Sahimi. Numerical simulations of localization of electromagnetic waves in two- and three-dimensional disordered media[J]. *Phys. Rev. B*, 2009, **80**(3): 035130
- Liu Hai, Liu Jingsong, Lü Jiantao *et al.*. Polarization-dependent difference of the power spectra from two-dimensional random media with different shapes[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2009, **54**(18): 3215~3219
- Liu Hai, Liu Jingsong, Lü Jiantao *et al.*. Spectral time evolution of polarized modes under local pumping in a two-dimensional random medium[J]. *J. Optics A: Pure and Applied Optics*, 2009, **11**(6): 065202
- Wang Hong, Ouyang Zhengbiao, Han Yanling *et al.*. Optical properties and mode tuning of defect modes in one-dimensional photonic crystal micro-cavity containing dispersive medium[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(5): 940~945
- 王宏, 欧阳征标, 韩艳玲等. 含色散介质的一维光子晶体微腔的光学特性和模式调节[J]. *光学学报*, 2007, **27**(5): 940~945
- Li Xin, Yang Ming, Guo Shiliang *et al.*. Characteristics of photonic-crystal waveguides with random media[J]. *Chinese J. Lasers*, 2012, **39**(10): 1006001
- 李欣, 杨明, 郭士亮等. 含随机介质的光子晶体波导特性[J]. *中国激光*, 2012, **39**(10): 1006001
- S. Garcia-Revilla, E. Pecoraro, R. Balda *et al.*. One- and two-photon pumped random laser action in rhodamine B doped diureasil hybrids[C]. *SPIE*, 2012, **8257**: 825708
- B. Bhaktha, N. Bachehard, X. Noblin *et al.*. Optofluidic random laser[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2012, **101**(15): 151101
- Zhai Tianrui, Zhang Xiping, Pang Zhaoguang *et al.*. Random laser based on waveguided plasmonic gain channels[J]. *Nano*

- Lett. , 2011, **11**(10): 4295~4298
- 14 Yang Liling, Feng Guoying, Yi Jiayu *et al.*. Effective random laser action in Rhodamine 6G solution with Al nanoparticles[J]. *Appl. Opt.* , 2011, **50**(13): 1816~1821
- 15 Meng Xiangeng, Koji Fujita, Shunsuke Murai *et al.*. Plasmonically controlled lasing resonance with metallic-dielectric core-shell nanoparticles[J]. *Nano Lett.* , 2011, **11**(3): 1374~1378
- 16 M. Leonetti, C. Conti, C. Lopez. The mode-locking transition of random lasers[J]. *Nature Photonics* , 2011, **5**(10): 615~617
- 17 Song Qinghai, Xu Zhengbin, Shunsuke Murai *et al.*. Detection of nanoscale structural changes in bone using random lasers[J]. *Biomed. Opt. Express* , 2010, **1**(5): 1401~1407
- 18 Song Qinghai, Xiao Shumin, Xu Zhengbin *et al.*. Random lasing in bone tissue[J]. *Opt. Lett.* , 2010, **35**(9): 1425~1427
- 19 Li Zhiqian, Liu Wei, Niu Liyong *et al.*. Design and study of ZnO ridge-waveguide random laser extension layer [J]. *Chinese J. Lasers* , 2011, **38**(11): 1102014
李志全, 刘 玮, 牛力勇 等. 氧化锌随机激光器脊状波导外延层的设计研究[J]. *中国激光* , 2011, **38**(11): 1102014
- 20 H. Cao, Y. G. Zhao, S. T. Ho *et al.*. Random laser action in semiconductor power[J]. *Phys. Rev. Lett.* , 1999, **82**(11): 2278~2281
- 21 X. Y. Jiang, C. M. Soukoulis. Time dependent theory for random lasers[J]. *Phys. Rev. Lett.* , 2000, **85**(1): 70~73
- 22 T. Ito, M. Tomita. Polarization-dependent laser action in a two-dimensional random medium[J]. *Phys. Rev. E* , 2002, **66**(2): 027601

栏目编辑: 韩 峰