

# PEM-FTS 非线性干涉信号的快速光谱反演算法

张敏娟<sup>1</sup> 王召巴<sup>2,3</sup> 王志斌<sup>1</sup> 李 晓<sup>1</sup> 王明艳<sup>1</sup> 李晋华<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 中北大学山西省光电信息与仪器工程技术研究中心, 山西 太原 030051  
<sup>2</sup> 中北大学仪器科学与动态测试教育部重点实验室, 山西 太原 030051  
<sup>3</sup> 中北大学电子测试技术国家重点实验室, 山西 太原 030051

**摘要** 弹光调制傅里叶变换光谱仪(PEM-FTS)的调制光程差是高速、正弦变化的,每秒可产生 10 万张干涉图。为了实现等时间采样干涉信号的快速、低误差光谱反演,三次样条插值算法、带有相位补偿的离散傅里叶变换(NDFT)算法和加速非均匀快速傅里叶变换算法(NUFFT)分别被应用到 PEM-FTS 的数据处理系统中。研究发现,对等时间采样弹光调制干涉数据进行光谱反演,加速 NUFFT 算法数据处理速度比较快,较相位补偿的 NDFT 算法高一个数量级,是三次样条插值后快速傅里叶变换算法的 2 倍,且采样点数越多此算法优点越突出;有比较高的精度,其偏差小于 0.00054。该算法可以应用于弹光调制傅里叶变换光谱仪中。

**关键词** 信号处理;弹光调制傅里叶变换光谱仪(PEM-FTS);非线性干涉信号;三次样条插值;非均匀快速傅里叶变换(NUFFT)

中图分类号 TN911.74 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201340.0515001

## Fast Spectral Rebuild Garithmetic of PEM-FTS Nolinear Phase Interfergram Data

Zhang Minjuan<sup>1</sup> Wang Zhaoba<sup>2,3</sup> Wang Zhibin<sup>1</sup> Li Xiao<sup>1</sup> Wang Mingyan<sup>1</sup> Li Jinhua<sup>1</sup>

<sup>1</sup> *Engineering and Technology Research Center of Shanxi Provincial for Optical-Electric Information and Instrument, North University of China, Taiyuan, Shanxi 030051, China*

<sup>2</sup> *Key Laboratory of Instrument Science and Dynamic Measurement, Ministry of Education, North University of China, Taiyuan, Shanxi 030051, China*

<sup>3</sup> *National Key Laboratory for Electronic Measurement Technology, North University of China, Taiyuan, Shanxi 030051, China*

**Abstract** The optical difference variation of the photoelastic modulate fourier transform spectrometers (PEM-FTS) is sinusoidal and high-speed, so more than  $10^5$  interferograms per second is acquired. In order to fleetly and accurately recover the spectrums of the signals which are sampled by equal interval, the cubic spline interpolation algorithm, nonuniform discrete Fourier transform (NDFT) with phase compensation algorithm, and accelerating nonuniform fast Fourier transform (NUFFT) algorithm are applied in the data processing system of PEM-FTS. It is found that the accelerating NUFFT is fast, and its speed is an order of magnitude higher than that of NDFT with phase compensation, and two times of that of the FFT with cubic spline interpolation algorithm. The advantage of the method is obvious when the number of sampling points is increased. And the precision of the method is high with its deviation less than 0.00054. The method can be applied in PEM-FTS.

**Key words** signal processing; photoelastic modulator fourier transform spectrometers (PEM-FTS); nonlinear interferogram; cubic spline interpolation; nonuniform fast fourier transform (NUFFT)

**OCIS codes** 070.4340; 070.2025; 070.4790; 070.7145; 200.4560

收稿日期: 2012-12-07; 收到修改稿日期: 2013-01-28

基金项目: 国家自然科学基金仪器专项(61127015)、国家科技合作项目(S2012ZR0247, 2013DRF10150)、山西省国际合作项目(2012081029)和山西省大学生创新项目资助课题。

作者简介: 张敏娟(1977—),女,博士研究生,讲师,主要从事傅里叶变换光谱仪数据处理方面的研究。

E-mail: zmj7745@163.com

导师简介: 王召巴(1967—),男,博士,教授,主要从事信号与信息处理等方面的研究。E-mail: wangzb@nuc.edu.cn

# 1 引 言

傅里叶变换光谱仪以其宽光谱、高分辨率和高灵敏度等优势,广泛应用于科学研究、宇宙探测、环境监测和生物医学等领域。随着对测量速度、实时性要求的提高,传统的以迈克耳孙干涉仪为核心的傅里叶变换光谱仪已经不能满足实时性要求,且抗震性能差,不适合在恶劣环境下使用;而静态傅里叶变换光谱仪,因存在光谱范围窄、分辨率低和成本高等特点,限制了其在高速光谱测量中的应用。而以弹光调制器作为干涉仪的弹光调制傅里叶变换光谱仪(PEM-FTS)具有测量速度快、光谱范围宽和抗震性能好等优点,在瞬态光谱探测中具有潜在的应用价值。但 PEM-FTS 的调制光程差是正弦非线性变化的,且调制速度高,很难实现干涉信号的等相位采样。但等时间采样干涉信号不满足快速傅里叶变换(FFT)的条件,而直接进行非均匀离散傅里叶变换(NDFT)计算量大,耗时长。因此,本文针对弹光调制干涉仪非线性光程差的特性,分别采用三次样条插值算法、带有相位补偿的离散傅里叶变换算法和非均匀快速傅里叶变换算法(NUFFT)对 PEM-

FTS 的非线性干涉信号的快速光谱反演算法进行研究,并对 NUFFT 算法进行了改进,提高了光谱复原的速度和准确度。

# 2 PEM-FTS 的干涉信号

弹光调制傅里叶变换光谱仪的核心是由压电陶瓷和双折射石英晶体构成的弹光调制干涉仪,其工作原理如图 1 所示,DSP 为数字信号处理器<sup>[1~4]</sup>。入射光经起偏器分解为两束光,这两束光再经过形变的晶体产生不同的相位延迟,即入射光为单色光时,两束光的相位差为

$$\Delta\varphi = 2\pi\sigma x = 2\pi\sigma l \Delta n, \quad (1)$$

式中  $\sigma$  为入射光的波数,  $\Delta n = n_x - n_y$  为调制器的瞬态双折射率,  $n_x, n_y$  分别为晶体在  $x, y$  方向上的瞬态折射率,  $l$  为调制器的厚度。由(1)式可知,晶体双折射率的连续变化,可连续改变相位差,产生连续变化的干涉图。因此,经滤除直流分量的单色光的干涉信号为

$$I_{out} = aI_{in} \cos \Delta\varphi = aI_{in} \cos(2\pi\sigma l \Delta n), \quad (2)$$

式中  $I_{in}, I_{out}$  分别为入射光和出射光的辐射强度,  $a$  为出射光与入射光的幅值增益。

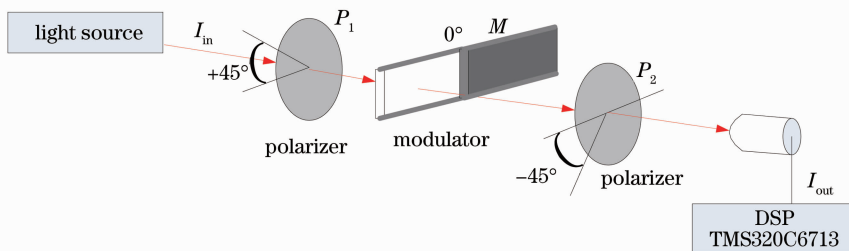


图 1 弹光双折射干涉原理图  
Fig. 1 Photoelastic birefringence interferometer

弹光调制干涉仪本质上是工作在谐振状态的振荡器,且谐振频率与晶体双折射率有关,晶体的双折射率为

$$\Delta n = B \sin(\omega_0 t), \quad (3)$$

式中  $B$  为晶体双折射率的最大幅值,  $\omega_0$  为晶体的谐振频率。因此,由(2)、(3)式有

$$I_{out}(t) = aI_{in} \cos[2\pi X \sigma \sin(\omega_0 t)], \quad (4)$$

式中  $X = lB$  称为弹光调制器(PEM)的延迟因子。当入射光为复色光时,有

$$I_{out}(t) = a \int_0^{\infty} I_{in}(\sigma) \cos[2\pi X \sigma \sin(\omega_0 t)] d\sigma. \quad (5)$$

从(4)、(5)式可知,干涉图的相位差是正弦变化的,

采用等时间采样获得的干涉图是非线性的。图 2 是窄带信号在相位线性和正弦变化时,在半个调制周期内产生的单周期干涉图。

弹光调制傅里叶变换光谱仪的调制频率一般在 30~50 kHz,在高光谱分辨率时,数据采集速率达到 100 MS/s 以上。因此,采用短波长的激光作为参考光源实现等相位采样,硬件上很难实现,且目前国内外尚未见到高光谱分辨率的弹光调制光谱仪采用等相位采样;而等时间采样的干涉数据不满足笛卡尔网格采样条件,不能利用快速傅里叶变换算法。因此,这里对非线性弹光调制干涉数据的处理方法进行研究,实现快速光谱重建。

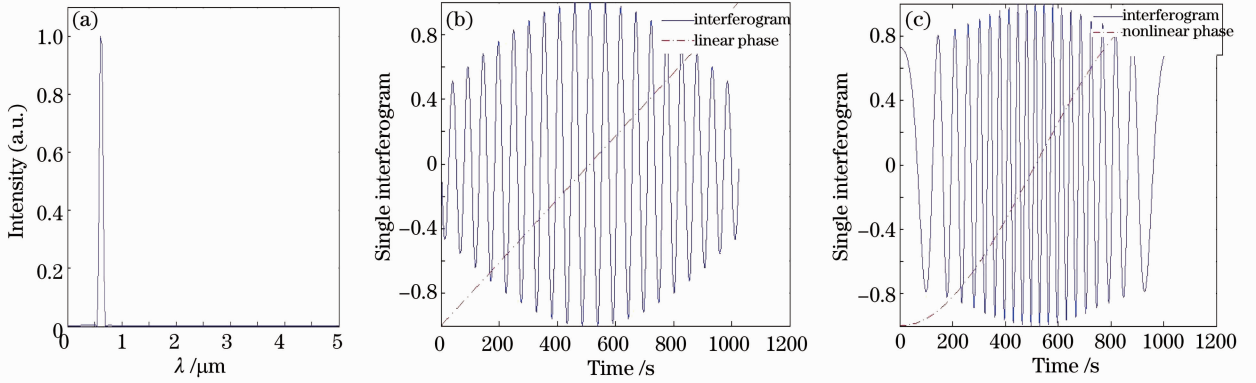


图 2 (a)窄带信号; (b)线性相位时的窄带干涉图; (c)正弦相位时的窄带干涉图

Fig. 2 (a) Narrow-band spectrum; (b) linear law interferogram of narrow-band spectrum; (c) sine law interferogram

### 3 非线性干涉数据处理方法

非线性干涉数据处理方法主要有以下 3 种。

#### 3.1 非均匀离散傅里叶变换

离散傅里叶变换(DFT)是最原始的数字信号处理方法,可直接对采集数据进行傅里叶变换或逆变换重建信号的频谱信息或空间信息,其算法简单,但计算量为  $O(N^2)$ 、比较大,不满足高速数据实时处理的要求,因此在实际工程中使用的比较少。

在文献[1]中提出,等时间采样将造成干涉图的相位歪曲,而这种相位歪曲可通过傅里叶反变换时的余弦核函数的相位歪曲进行补偿,即在傅里叶反变换中附加权重函数补偿不均匀的相位增量,实现干涉图的离散傅里叶变换。即

$$I'_{in}(\sigma) = \beta \int_0^{T_0/4} I_{out}(t) \cos[2\pi X\sigma \sin(\omega_0 t)] |\cos(\omega_0 t)| dt, \quad (6)$$

式中  $T_0$  为干涉图的调制周期,  $\beta$  为增益系数。此算法即是非均匀离散傅里叶变换算法。

#### 3.2 干涉图的二次采样

根据采样定理,在干涉图非线性系统中,采用足够高的频率对干涉图进行采样,利用采样点的光程差和干涉强度可以恢复得到完整的干涉图,再对这个完整的干涉图按照时间不均匀、光程差均匀进行二次采样,则可以得到不含有非线性误差的干涉图。即利用非均匀采样点拟合整个干涉曲线,再对干涉曲线进行均匀采样,傅里叶变换重建光谱<sup>[5~7]</sup>。

在干涉图二次采样中,常用的插值算法有: B 样条插值、三次样条插值和最小二乘插值等。

对于高速、高光谱分辨率的弹光调制傅里叶变换光谱仪,提高干涉图的采样率对采集卡、数据存储

等都提出了比较高的要求。且在二次采样算法中,需使用到插值算法,计算量也比较大。

#### 3.3 非均匀快速傅里叶变换算法

非均匀快速傅里叶变换算法(NUFFT)是一类将基于窗函数的卷积算法和快速傅里叶变换算法相结合的非均匀快速傅里叶变换算法<sup>[8~11]</sup>。Dutt 等<sup>[8]</sup>将 NUFFT 算法分为五类问题,解决第三类问题(即非等间隔分布的空间域值估算均匀网格分布的频域值)算法的基本思想为: 每一个非等间隔的点可以由  $q$  阶的傅里叶级数表示,可将原始非均匀分布数据  $h_m$  与卷积核函数  $\rho_k(c_m)$  进行卷积,计算傅里叶系数,即等间隔分布点的值,这个运算过程一般称为插值或网格算法。插值运算的复杂度为  $O(Nq)$ ,对插值后的数据进行快速傅里叶变换,可得到需要的域值。因此,总的计算量为  $O[\mu N \lg(\mu N) + Nq]$ 。非均匀快速傅里叶变换算法的流程如图 3 所示。

NUFFT 算法的速度和精度主要与卷积核函数的类型和参数  $\tau$ 、插值的倍数  $u$ 、点源延伸影响的等间隔点数  $q$  等因素有关。

NUFFT 算法中常用的卷积核函数有: Gaussian 窗、B 样条窗、Cosin 窗函数、Kaiser-Bessel 窗以及磨光窗等<sup>[12]</sup>。由于 Gaussian 窗在时域和频域具有指数衰减形式,能量比较集中,有较好的频率特性,因此采用 Gaussian 函数作为 NUFFT 算法的核函数,且依据公式和实验验证,核函数中的参数  $\tau$  选择为  $4 \times 10^{-6}$ ; 算法中的插值倍数  $\mu$  和点源延伸影响的等间隔点数与算法的复杂度相关,且由于干涉具的调制频率近似为 50 kHz,以至于单周期干涉数据并不一定是  $2^N$ ,为了利用 FFT,则选择插值倍数近似为 2 倍;点源延伸影响的等间隔点数  $q$  太小,影响卷积的精度,但  $q$  太大,不仅使计算复杂度增

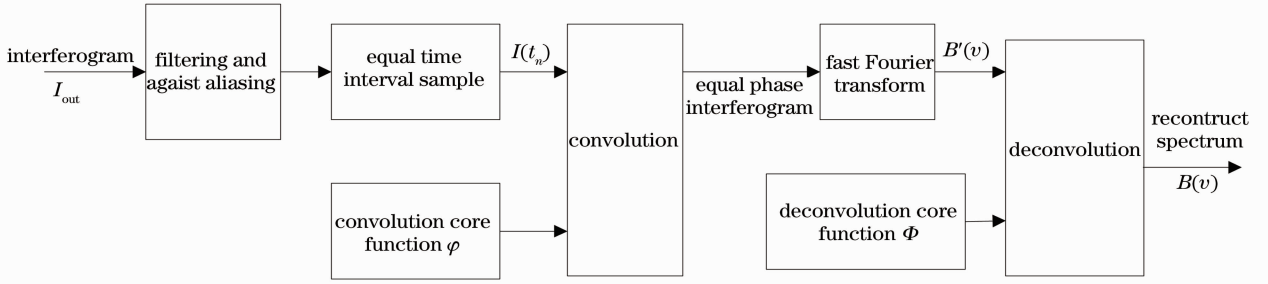


图 3 非均匀快速傅里叶变换算法的流程

Fig. 3 Flow chart of NUFFT

加,且没有明显提高系统的精度,因此,选择  $q=8$ 。

## 4 仿真与实验

### 4.1 仿真与分析

为了对非线性干涉信号的光谱重建算法进行分析,首先以 300 K 的红外黑体为光源,根据(5)式在 Matlab 软件中编程产生非线性弹光调制干涉信号,调制频率为 50 kHz,如图 4 所示。分别采用带有相位补偿的离散傅里叶变换、三次样条插值快速傅里叶变换以及加速的 NUFFT 算法对干涉信号进行光谱复原。复原光谱如图 5 所示。并对三种算法的复杂度和运算精度进行了测量和计算,如表 1 所示。

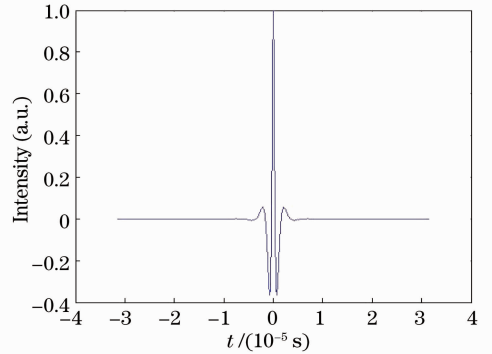


图 4 弹光调制器产生的黑体干涉图

Fig. 4 Blackbody interferogram of PEM

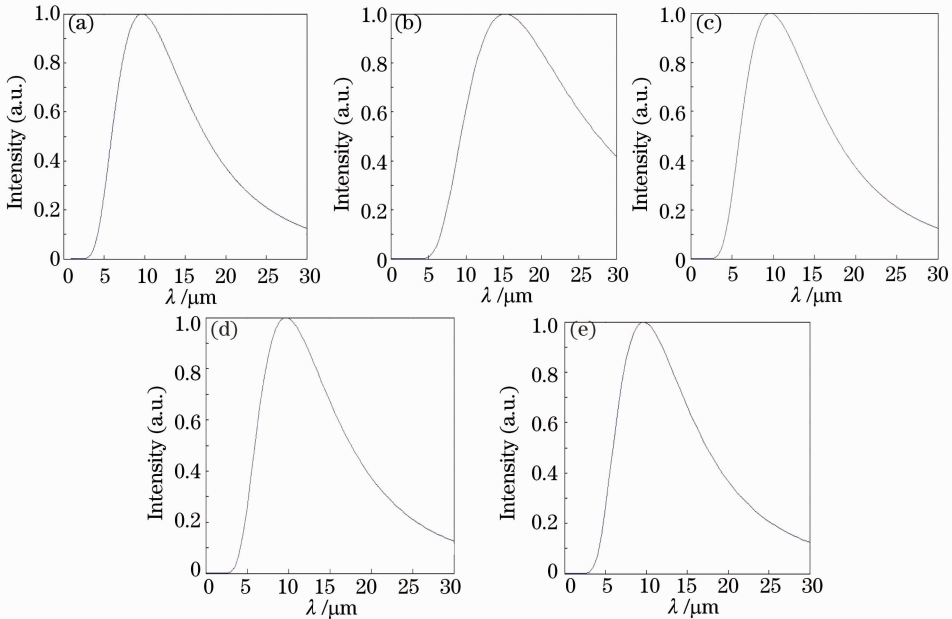


图 5 重建 300K 黑体光谱。(a) 300 K 黑体的辐射光谱; (b) 非等相干涉信号直接重建光谱; (c) 相位补偿 NDFT 重建光谱; (d) 三次样条插值快速傅里叶变换重建光谱; (e) 加速 NUFFT 算法重建光谱

Fig. 5 Rebuild spectra of 300K blackbody. (a) Spectrum of 300 K blackbody; (b) straight rebuild spectrum of 300 K blackbody; (c) rebuild spectrum of 300 K blackbody with phased composition NDFT algorithm; (d) rebuild spectrum of 300 K blackbody with cubic spline interpolation FFT algorithm; (e) rebuild spectrum of 300 K blackbody with accelerating NUFFT algorithm

表 1 光谱重建算法的计算量和速度比较

Table 1 Calculation and velocity of rebuild spectral algorithm

Method	1024 points runtime /s	2048 points runtime /s	8192 points runtime /s	16384 points runtime /s
FFT	0.000212	0.00026	0.0035	0.0042
Cubic spline interpolation	0.0020	0.0033	0.0632	0.0988
Phase increment	0.2191	0.4240	0.3869	0.4771
Compensatory NDFT	0.0026	0.0044	0.0216	0.0410
Accelerating NUFFT				

从图 5(b)可以看出,非线性干涉信号直接进行快速傅里叶变换重建光谱,复原的光谱有比较大的歪曲和变形,误差比较大;而采用上面三种数据处理算法重建的光谱误差都较小。且以 300 K 黑体辐射为基准,对这三种算法的偏差进行了估计。标准偏差公式为

$$E = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^N (P - P')^2}{N - 1}} \quad (7)$$

基于标准偏差公式,计算得: $E_{\text{Spline}} = 0.00062$ ,  $E_{\text{NUFFT}} = 0.00054$ ,  $E_{\text{NDFT}} = 0.000049$ 。由此可知,采用三种算法复原光谱都有比较小的偏差,而 NUFFT 算法的精度相对与带有相位补偿的离散傅里叶变换算法的精度是比较低的;与三次样条插值算法的精度基本相当。

对表 1,在加速 NUFFT 算法中,需要计算非均匀点与均匀点之间的距离,此计算过程花费时间比较长,卷积运算的时间相对较短。且在算法中,前者只需计算一次,可将结果进行存储调用。因此,在算法运行时耗费的主要时间是卷积运算。

表 1 对三种非线性傅里叶变换算法的复杂度和运行时间进行了比较。相位补偿傅里叶变换算法是

一种离散傅里叶变换算法,在采样点数比较多时,计算量很大,以至于它的运算耗时比加速 NUFFT 算法和插值后傅里叶变换算法高一个数量级以上;同时,加速 NUFFT 算法的速度较三次样条插值算法的速度高两倍以上。因此,在实时性要求比较高的应用场合,应选择加速 NUFFT 算法实现光谱的快速复原。

综合考虑三种算法的复杂度和精度,实验中采用加速 NUFFT 算法对非线性干涉信号进行光谱复原。

## 4.2 实验结果及分析

基于实验室搭建的弹光调制干涉仪模型,以 632.8 nm 的激光为辐射源,采用 33.32 mm × 33.32 mm × 15.9 mm 的八角形硒化锌(ZnS)晶体和谐振频率为 50 kHz 的压电陶瓷构成弹光调制器,在 50 kHz 高压驱动信号下产生形变,产生时间调制的干涉图,且每秒钟产生 10 万张干涉图。基于美国 NI 公司生产的 14 bit、100 MS/s 的采集卡 PXI5122 对干涉数据进行采集,干涉图如图 6 所示。采用加速 NUFFT 算法对干涉图进行光谱复原,复原光谱如图 7 所示。在加速的 NUFFT 算法中采用参数为  $4 \times 10^{-6}$  的 Gaussian 函数作为核函数,点源延伸影

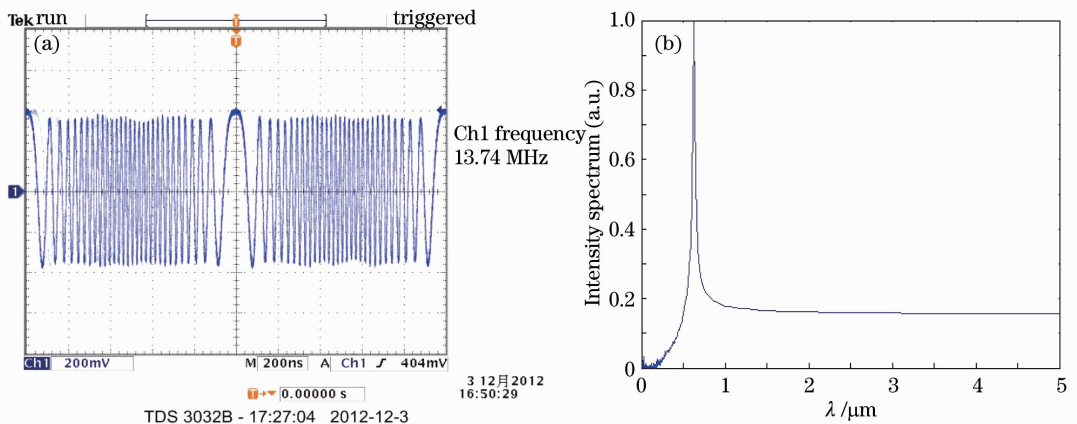


图 6 小光程差 PEM 产生的 632.8 nm 激光的 (a) 干涉图和 (b) 重建光谱

Fig. 6 (a) Interferogram and (b) rebuild spectrum of 632.8 nm laser with little optical difference of PEM

响的等间隔点数  $q$  为 8。

从图 6 中可以看出,弹光调制干涉仪产生的干涉图是非线性变化的,且光谱分辨率比较低,近似为  $500 \text{ cm}^{-1}$ 。采用加速的 NUFFT 算法对低分辨率的干涉信号进行光谱复原,复原的激光光谱的峰值波长在  $632.9 \text{ nm}$ ,有比较小的波峰误差。但主瓣的宽度比较宽,且在波长大于  $1 \mu\text{m}$  时,仍有相对值为 0.2 的光谱强度,引入了比较大的误差。误差的来源一方面是因为系统光谱分辨率比较低,存在比较大的噪声;另一方面是加速的 NUFFT 算法仍存在缺陷,有待于进一步改进。

## 5 结 论

基于弹光调制干涉仪光程差的非线性,分别采用相位补偿的离散傅里叶变换、三次样条插傅里叶变换以及加速的 NUFFT 算法对非线性干涉图进行处理和光谱重建。研究表明,加速的 NUFFT 算法的复杂度比较小,耗费比较少的运算时间,且复原黑体光谱的偏差小于 0.0054,在采样点数为 16384 时运行时间为 0.0410 s,基本能满足快速光谱复原的速度和准确度的要求。并通过实验验证在分辨率比较低时,也能比较准确地复原  $632.8 \text{ nm}$  激光光谱。对弹光调制干涉仪数据处理算法的研究有利于进一步提高非线性信号数据处理的速度和精度,促进弹光调制傅里叶变换光谱仪的研究。

## 参 考 文 献

- 1 T. N. Buican, A. H. Carrieri. Ultra-high speed solid-state FTIR spectroscopy and applications for chemical defense [C]. Orlando: 24th U. S. Army Science Conference Proceedings, Sensors and Information Processing, 2004
- 2 T. N. Buican. Real-time Fourier transform spectrometry for

- fluorescence imaging and flow cytometry [C]. *SPIE*, 1990, **1205**: 126~133
- 3 T. N. Buican. High Retardation-Amplitude Photoelastic Modulator [P]. US patent: 7764415. [2010-07-27]
- 4 T. N. Buican. Birefringence interferometers for ultra-high-speed FT spectro-metry and hyperspectral imaging: I. Dynamic model of the resonant photoelastic modulator [J]. *Vibrational Spectroscopy*, 2006, **42**(1): 51~58
- 5 Yang Xiaoxu, Zhou Sizhong, Xiangli Bin. Compensating nonlinearity of optical path difference of rotary Fourier transform spectrometer with fitting interferogram [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(11): 1647~1649  
杨晓许,周泗忠,相里斌. 转镜式傅里叶变换光谱仪光程差非线性的拟合法补偿[J]. *光子学报*, 2005, **34**(11): 1647~1649
- 6 Jing Juanjuan, Zhou Jinsong, Xiangli Bin *et al.*. Comparison of correction methods for nonlinear optic path difference of reflecting rotating fourier transform spectrometer [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2010, **30**(6): 1678~1682  
景娟娟,周锦松,相里斌等. 反射转镜式干涉光谱仪光程差非线性修正方法比较[J]. *光谱学与光谱分析*, 2010, **30**(6): 1678~1682
- 7 Jing Juanjuan, Xiangli Bin, Lü Qunbo *et al.*. Analysis on spectrum recovery for nonuniform sampling interferogram [J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(12): 1211006  
景娟娟,相里斌,吕群波. 非均匀采样干涉数据的光谱反演分析[J]. *光学学报*, 2011, **31**(12): 1211006
- 8 A. Dutt, V. Rokhlin. Fast Fourier transforms for nonequipped data [J]. *SIAM J. SCI. COMPUT.*, 1993, **14**(6): 1363~1398
- 9 L. Greenguard, J. Y. Lee. Accelerating the nonuniform fast fourier transform [J]. *Siam. Rev.*, 2004, **46**(3): 443~454
- 10 J. Y. Lee, L. Greenguard. The type 3 nonuniform FFT and its application [J]. *J. Computational Physics*, 2005, **206**(1): 1~5
- 11 Xue Hui, Zhang Li, Liu Yinong. Overview of nonuniform fast fourier transformation [J]. *CT Theory and Applications*, 2010, **19**(3): 33~46  
薛 会,张 丽,刘以农. 非标准快速傅里叶变换算法综述[J]. *CT理论与应用研究*, 2010, **19**(3): 33~46
- 12 Wang Mingyan, Zhang Jilong, Wang Zhibin *et al.*. Research for fast spectrum recovery algorithm of PEM nonequipped phase interference signals [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(5): 0507001  
王明艳,张记龙,王志斌等. 弹光调制非等相位干涉信号的快速光谱反演算法[J]. *光学学报*, 2012, **32**(5): 0507001

栏目编辑:何卓铭