

自由空间光通信中大气光束传输数值模拟研究

翟超 武凤 杨清波 谭立英 马晶

(哈尔滨工业大学可调谐气体激光器国家级重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要 相对于理论研究和实验研究,数值模拟研究具有独特的优越性,包括参数可控和可实现系综平均等。因此,对于大仰角链路大气湍流影响研究等实验系统无法搭建的研究,可以采用光束传输的数值模拟方法来进行研究。在 Zernike 多项式展开法和多相位屏理论的基础上,建立了基于 Zernike 多项式的大气湍流多相位屏数值模型,实现了高斯光束水平链路(0°)和大仰角典型链路(30° 、 60°)大气传输的数值模拟,并利用水平链路到达角(AOA)起伏方差经验计算公式对 3 组 900 次水平链路数值仿真结果进行了分析。结果表明,数值模拟到达角起伏方差和实验值误差在 5% 以内,多相位屏数值模型是有效的。该工作对自由空间光通信系统中大气湍流影响研究具有重要意义。

关键词 光通信;自由空间光通信;大气湍流;相位屏;Zernike 多项式;到达角起伏

中图分类号 TN929.12 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201340.0505004

Simulation Research of Laser Beam Atmospheric Propagation in Free-Space Optical Communication

Zhai Chao Wu Feng Yang Qingbo Tan Liying Ma Jing

(National Key Laboratory of Tunable Laser Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)

Abstract Numerical simulation has advantages over theoretical and experimental research of controllable parameters and realizing ensemble average. Therefore, numerical simulation can be used to study the influence of atmospheric turbulence in big elevation link and other fields which can't be built in experimental system. Using Zernike polynomial method and multi-layer phase screen theory, the atmospheric multi-layer phase screen model is established. The numerical simulations of Gaussian beam propagating in horizontal link (0°) and big elevation link (30° , 60°) are achieved. Using the empirical formula for the variance of angle of arrival (AOA) fluctuations in horizontal link, the results of three groups of 900 times numerical simulation in horizontal link are analyzed. The results show that the error of variances of AOA fluctuations between simulation and experimental values is within 5%, and this model is effective. This work is important for studying the influence of atmospheric turbulence in free-space optical communication system.

Key words optical communications; free-space optical communication; atmospheric turbulence; phase screen; Zernike polynomials; angle of arrival fluctuations

OCIS codes 060.2605; 010.3310; 010.1300; 010.1330

1 引言

在自由空间光通信系统中,大气湍流是影响系统性能的重要因素^[1,2]。当光束在大气中传输时,大气湍流引起的折射率起伏会破坏光场的相干性,影响光束的传输质量,引起传输光场的随机变

化^[3-5]。这些问题在长距离传输和湍流强度大的情况下极为严重,制约了自由空间光通信系统的性能^[6,7]。因此,研究大气湍流对自由空间光通信系统的影响具有重要的理论和应用意义。

由于大仰角链路实验系统无法搭建,因此可以

收稿日期: 2013-01-04; **收到修改稿日期**: 2013-01-25

作者简介: 翟超(1989—),男,硕士研究生,主要从事大气对自由空间光通信链路影响方面的研究。

E-mail: zhai.chao@tom.com

导师简介: 谭立英(1957—),女,博士,教授,主要从事卫星光通信方面的研究。E-mail: tanly@hit.edu.cn

采用数值模拟方法来研究大气湍流对大仰角链路的影响。利用数值模拟方法研究大气湍流对自由空间光通信系统影响的核心问题是模拟大气湍流效应随机相位屏。目前,已经发展了多种方法生成大气湍流效应随机相位屏,数值模拟的方法基本分为两类:1)根据大气湍流的功率谱密度函数得到大气扰动相位分布,称为功率谱反演法(PSD),谱反演法最早由McGlamery^[8]提出;2)用正交的 Zernike 多项式作为展开基函数来表示大气扰动相位分布,称为 Zernike 多项式展开法,Noll 等^[9,10]对此作了大量深入研究。

考虑到单层屏数值模拟方法在仿真远距离传输时准确性下降,在 Zernike 多项式展开法和多相位屏理论的基础上,建立了基于 Zernike 多项式的大

气湍流多相位屏数值模型,实现了高斯光束水平链路(0°)和大仰角典型链路(30°、60°)大气传输的数值模拟,并利用水平链路到达角起伏方差经验计算公式对数值仿真结果进行了分析。

2 单层随机相位屏模型

2.1 Zernike 多项式

Zernike 多项式是在圆域上对径向变量和角向变量连续函数正交的二维多项式。根据 Noll^[9]的定义,圆域 Zernike 多项式可以表示为径向多项式和角向多项式的乘积:

$$Z_i(r, \theta) = R_n^m(r) \Theta_n^m(\theta), \quad (1)$$

其中径向多项式可表示为

$$R_n^m(r) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! [(n+m)/2 - s]! [(n-m)/2 - s]!} r^{n-2s}, \quad (2)$$

角向多项式可表示为

$$\Theta_n^m(\theta) = \begin{cases} \sqrt{2(n+1)} \cos(m\theta), & m \neq 0, \text{ even Zernike term} \\ \sqrt{2(n+1)} \sin(m\theta), & m \neq 0, \text{ odd Zernike term} \\ \sqrt{(n+1)}, & m = 0 \end{cases}, \quad (3)$$

式中 (r, θ) 为单位圆域内的极坐标, m, n 分别为多项式角向级次和径向级次。

2.2 Zernike 多项式展开法

大气湍流畸变波前 $\varphi(r, \theta)$ 可以被圆域内正交的 Zernike 多项式分解为以下形式:

$$\varphi(r, \theta) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \cdot Z_i(r, \theta), \quad (4)$$

式中 $Z_i(r, \theta)$ 为第 i 项 Zernike 多项式, a_i 为第 i 项 Zernike 多项式的系数。Dai^[11]给出了 Zernike 多项式协方差表达式:

$$\langle a_i^* a_{i'} \rangle = \frac{2.24606(-1)^{(n+n'-2m)/2} \sqrt{(n+1)(n'+1)} \delta_{mm'} \Gamma[(n+n'-5/3)/2]}{\Gamma[(n-n'+17/3)/2] \Gamma[(n'-n+17/3)/2] \Gamma[(n+n'+23/3)/2]} \left(\frac{D}{r_0}\right)^{5/3}, \quad (5)$$

式中 $i-i'$ 为偶数, n', m' 为对应 i' 的多项式级次, D 为孔径直径, r_0 为 Fried 参数, Γ 表示伽马函数。根据(5)式可以计算出 Zernike 多项式的协方差矩阵 Γ_a , Γ_a 为实对称正定矩阵,将 Γ_a 奇异值分解可得

$$\Gamma_a = UVU^T, \quad (6)$$

式中 V 为 Γ_a 的奇异值组成的对角阵, U 为 Γ_a 的特征向量组成的酉矩阵,满足 $U^{-1} = U^T$ 。Roddier^[10]提出可以利用 Karhunen-Loeve 函数(简称 K-L 函数)将畸变波前展开为

$$\varphi(r, \theta) = \sum_{j=1}^{\infty} b_j \cdot K_j(r, \theta), \quad (7)$$

式中 b_j 为统计独立的 Gauss 随机变量,其协方差矩阵是对角阵, $K_j(r, \theta)$ 为各项 K-L 函数。如果令

$$\mathbf{b} = \mathbf{U} \mathbf{a}, \quad (8)$$

则有

$$E\{\mathbf{b}\mathbf{b}^T\} = E\{\mathbf{U}\mathbf{a}\mathbf{a}^T\mathbf{U}^T\} = \mathbf{U}E\{\mathbf{a}\mathbf{a}^T\}\mathbf{U}^T = \mathbf{V}, \quad (9)$$

畸变波前可表示为

$$\varphi(r, \theta) = \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} (\mathbf{U}^T)_{ij} b_j Z_i(r, \theta). \quad (10)$$

采用 Zernike 多项式展开法,模拟出不同湍流强度下(对应的大气折射率结构常数 C_n^2 不同)的 Kolmogorov 谱相位屏,如图 1 所示。其中波长为 1550 nm,相位屏为 1023×1023 的网格,孔径直径为 3 m,相位屏间距为 1000 m。

2.3 相位屏的验证

大气湍流相位的统计特性可以用相位结构函数

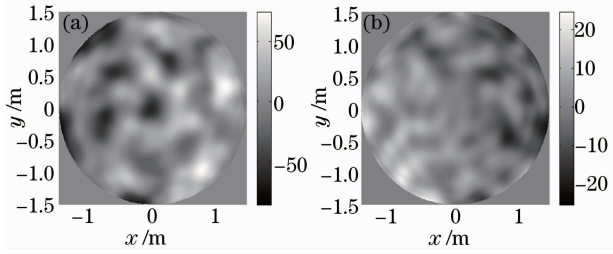


图1 利用 Zernike 多项式展开法生成的湍流相位屏。

(a) $C_n^2 = 1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$; (b) $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

Fig. 1 Phase screens generated by Zernike polynomial method. (a) $C_n^2 = 1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$; (b) $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$

来描述,因此可以将相位结构函数作为验证相位屏模拟正确与否的一种判断标准。相位结构函数定义为

$$D_\varphi(r) = \langle [\varphi(\rho+r) - \varphi(\rho)]^2 \rangle, \quad (11)$$

式中 ρ 和 r 表示二维坐标, $\langle \rangle$ 表示系综平均。

Fried^[12] 给出了 Kolmogorov 谱下的大气湍流相位结构函数表达式:

$$D_\varphi(r) = 6.68(r/r_0)^{5/3}. \quad (12)$$

图2给出了相位屏的相位结构函数。其中波长为 1550 nm, 相位屏为 1023×1023 的网格, 孔径直径为 3 m, 相位屏间距为 1000 m, 大气折射率结构常数 $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, 经计算 Fried 参数 $r_0 = 0.1412 \text{ m}$ 。

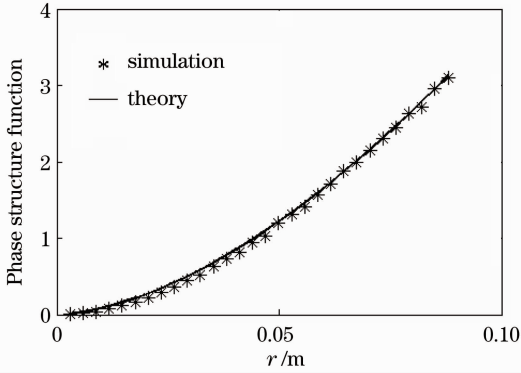


图2 Zernike 多项式法生成的 Kolmogorov 谱相位屏结构函数

Fig. 2 Structure function of Kolmogorov phase screens generated by Zernike polynomial method

由图2可知,两条曲线在趋势上吻合,Zernike 多项式法生成的相位屏是有效的。

3 多层随机相位屏模型

目前自由空间光通信距离已经达到上百公里^[13],在这一距离上单层屏数值模拟方法已经无法准确仿真大气湍流对自由空间光通信系统的影响。在 Zernike 多项式展开法的基础上,采用多相位屏理论来解决这一问题。

3.1 多相位屏法

大气湍流中光束传输的数值模拟都是从光场的传播方程出发的,标准抛物线型方程为

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{i}{2k} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) + ikn_1 u, \quad (13)$$

式中 u 为光强, $n_1 = n - 1$, n 为大气折射率 ($n \approx 1$), $k = 2\pi/\lambda$ 。

如果大气折射率起伏引起的相位变化 φ 足够小,则可以把光束真空传输和大气湍流相位调制看作是相互独立并同时完成的两个过程。这样就可以将连续的大气介质分割为一系列厚度为 Δz 的平行平板,如图3所示。

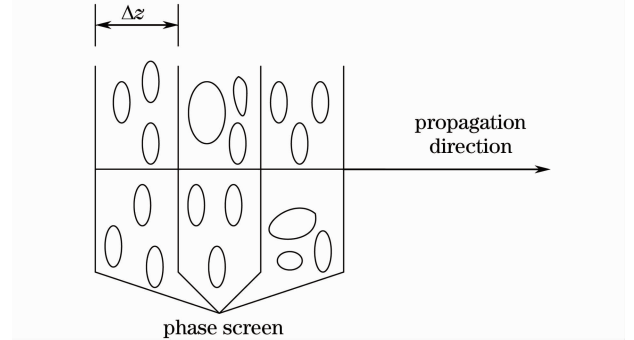


图3 多相位屏示意图

Fig. 3 Schematic of multi-layer phase screen

在光束传输方向上从 $z = z_{i-1}$ 的平面经过厚度为 Δz 的大气湍流到达 $z = z_{i-1} + \Delta z$ 的平面的解为^[7]

$$u(\mathbf{r}, z_i) \approx \exp \left[\frac{i}{2k} \int_{z_{i-1}}^{z_i} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) dz \right] \times \exp[i\varphi(\mathbf{r}, z_i)] u(\mathbf{r}, z_{i-1}), \quad (14)$$

式中 $\varphi(\mathbf{r}, z_i)$ 表示大气湍流引起的相位变化。

3.2 高斯光束大气传输模拟

光束传输路径上的大气湍流强度可以用折射率结构常数 C_n^2 来描述,将 $h = l \sin \theta$ 代入 H-V 5/7 模型^[14],可得适用于全部链路(水平链路、垂直链路、大仰角倾斜链路)的 C_n^2 经验公式:

$$C_n^2(l) = 0.00594(v/27)^2 (10^{-5} l \sin \theta)^{10} \exp(-l \sin \theta / 1000) + 2.7 \times 10^{-16} \exp(-l \sin \theta / 1500) + A \exp(-l \sin \theta / 100), \quad (15)$$

式中 l 为链路距离, 单位 m, θ 为链路与地面夹角, v 为风速, 一般取 21 m/s, A 为地面折射率结构常数的典型值。高斯光束的 Fried 参数 r_0 计算公式与球面波一致, 为^[7]

$$r_0 = 2.1 \left[1.4572k^2 \int_0^L C_n^2(l) (l/L)^{5/3} dl \right]^{-3/5}, \quad (16)$$

式中 L 为光束传输距离。利用(15)、(16)式可计算

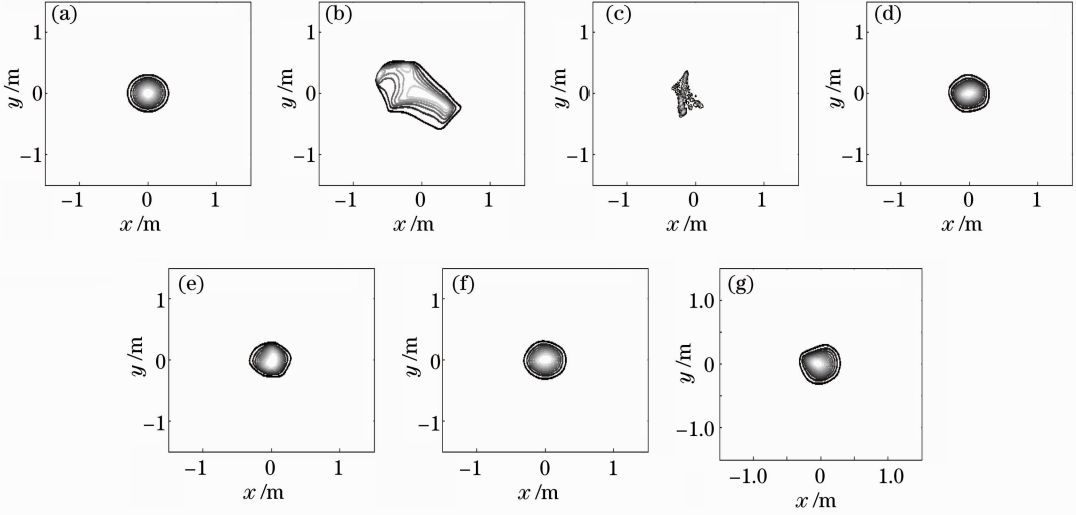


图 4 不同湍流强度下, 高斯光束传输至远场处的光强分布。(a) $A=0, \theta=0^\circ$; (b) $A=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}, \theta=0^\circ$; (c) $A=1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}, \theta=0^\circ$; (d) $A=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}, \theta=30^\circ$; (e) $A=1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}, \theta=30^\circ$; (f) $A=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}, \theta=60^\circ$; (g) $A=1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}, \theta=60^\circ$

Fig. 4 Far-field intensity distributions of Gaussian beam propagating in different turbulent atmospheres. (a) $A=0, \theta=0^\circ$; (b) $A=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}, \theta=0^\circ$; (c) $A=1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}, \theta=0^\circ$; (d) $A=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}, \theta=30^\circ$; (e) $A=1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}, \theta=30^\circ$; (f) $A=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}, \theta=60^\circ$; (g) $A=1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}, \theta=60^\circ$

4 到达角起伏特性分析

为了研究长距离大气传输对光场传输特性的影响, 进而为大气湍流对星地激光链路影响的研究工作提供实验依据, 本实验室于 2006 年 9 月至 2008 年 3 月期间, 在哈尔滨市进行了链路距离为 11.8 km 的城市链路激光大气传输实验。通过该实验对高斯光束经过大气传输后的远场光强分布、接收端到达角起伏、接收光强的闪烁指数等性质进行了研究, 经过大量实验数据分析验证获得了水平链路到达角起伏方差经验计算公式^[15,16]:

$$\langle \alpha^2 \rangle = 1.093 C_n^2 L D^{-1/3}, \quad (17)$$

式中 $\langle \alpha^2 \rangle$ 为到达角起伏方差, C_n^2 为折射率结构常数, L 为传输距离, D 为接收端直径。水平链路到达角起伏方差经验计算公式的计算值与实验值一致, 满足数值仿真要求, 可以用来进行到达角起伏特性的研究。

首先, 基于多相位屏模型模拟出不同大气条件

出高斯光束的 Fried 参数 r_0 。基于多相位屏模型, 可实现高斯光束全部链路大气传输的数值模拟。

图 4 为在水平链路 (0°) 和大仰角典型链路 ($30^\circ, 60^\circ$) 中不同大气湍流强度下高斯光束传输 11 km 的光强分布情况。其中波长为 1550 nm, 发射端光腰半径为 20 mm, 相位屏为 1023×1023 的网格, 孔径直径为 3 m, 相位屏间距为 1000 m。

(见表 1) 下高斯光束传输 4 km 的光强分布图, 其中波长为 1550 nm, 发射端光腰半径为 10 mm, 表 1 中的样本 T1, T2, T3 分别仿真 300 次, 利用光斑质心的定义^[7]:

$$x_n = \frac{\iint x I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}, \quad (18)$$

$$y_n = \frac{\iint y I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}, \quad (19)$$

式中 $I(x, y)$ 为接收端光强分布。求出每一幅光强分布图的质心坐标 (x_n, y_n) , 根据

$$x_0 = \frac{\sum x_n}{N}, \quad y_0 = \frac{\sum y_n}{N}, \quad (20)$$

求出接收光束的光轴中心坐标 (x_0, y_0) , 再利用

$$\alpha_{\text{AOA}} = \arctan \left[\frac{\sqrt{(x_n - x_0)^2 + (y_n - y_0)^2}}{f} \right] / N, \quad (21)$$

式中 f 为接收端焦距, N 为接收端的光学放大倍率。计算出接收端的到达角, 最后求出接收端的到

达角起伏方差, 并与(17)式计算得到的到达角起伏方差实验值进行比较, 结果如表 1 所示。

表 1 实验与数值模拟到达角起伏方差, 及其他参数

Table 1 Variances of AOA fluctuations for experiment and simulation, and other characteristics

Sample	Experimental variance / μrad^2	$C_n^2 / \text{m}^{-2/3}$	Receiver diameter / mm	Simulation variance (x) / μrad^2	Simulation variance (y) / μrad^2	Simulation variance (total) / μrad^2
T1	193.7	4×10^{-14}	736.1	315.54	244.07	192.19
T2	307.8	6×10^{-14}	618.8	532.81	287.48	320.59
T3	424.3	8×10^{-14}	560.1	699.16	367.44	435.82

由表 1 可见, 数值模拟到达角起伏方差和实验值误差在 5% 以内, 多相位屏数值模型是有效的。

图 5 为样本 T1-T3 的数值模拟到达角 x 方向与 y 方向分布直方图, 图中实线为正态分布拟合曲线, R^2 是分布直方图与拟合曲线的相关系数。图中, 分布直方图与拟合曲线吻合, 6 幅图中数值仿真数据与拟合曲线相关系数都在 0.972 以上。这说明在样本 T1-T3 的大气条件下, 到达角 x 与 y 方向都

服从正态分布。

图 6 为样本 T1-T3 的数值模拟到达角的总分布直方图。图中实线为瑞利分布拟合曲线, R^2 是分布直方图与拟合曲线的相关系数。图中, 分布直方图与拟合曲线吻合, 3 幅图中数值仿真数据与拟合曲线相关系数都在 0.925 以上, 这说明在样本 T1-T3 的大气条件下, 到达角的总分布服从瑞利分布。

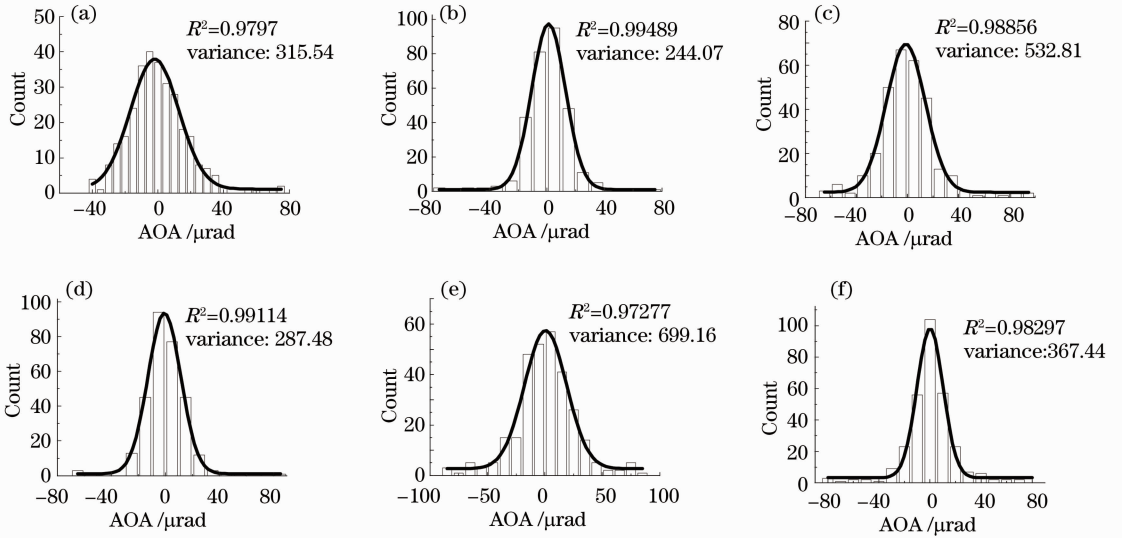


图 5 数值模拟到达角 x, y 方向分布直方图与正态拟合曲线。(a) T1, x 方向; (b) T1, y 方向; (c) T2, x 方向; (d) T2, y 方向; (e) T3, x 方向; (f) T3, y 方向

Fig. 5 Histograms of x direction, y direction AOA and normal fitting curves. (a) T1, x direction; (b) T1, y direction; (c) T2, x direction; (d) T2, y direction; (e) T3, x direction; (f) T3, y direction

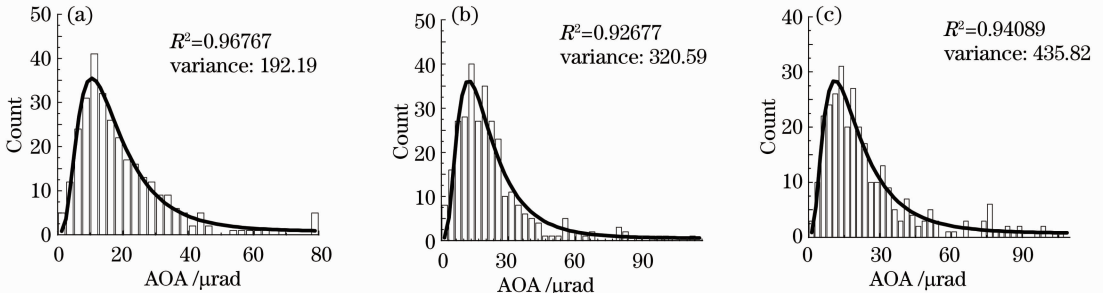


图 6 数值模拟到达角总分布直方图与瑞利拟合曲线。(a) T1; (b) T2; (c) T3

Fig. 6 Histograms of total AOA and Rayleigh fitting curves. (a) T1; (b) T2; (c) T3

5 结 论

考虑到研究大气湍流对自由空间光通信系统影响的需要,在 Zernike 多项式展开法和多相位屏理论的基础上,建立了基于 Zernike 多项式的大气湍流多相位屏数值模型,实现了高斯光束水平链路(0°)和大仰角典型链路(30° 、 60°)大气传输的数值模拟,并利用经过大量实验数据验证的水平链路到达角起伏方差经验计算公式对 3 组 900 次水平链路数值仿真结果进行了分析。结果表明:数值模拟结果的到达角 x 方向分布和 y 方向分布与正态分布拟合相关系数都在 0.972 以上,服从正态分布;数值模拟结果到达角的总分布与瑞利分布拟合相关系数都在 0.925 以上,服从瑞利分布;数值模拟到达角起伏方差和实验值误差在 5% 以内,多相位屏数值模型是有效的。该工作对自由空间光通信系统大气湍流影响研究具有重要意义。

参 考 文 献

- 1 Liu Dan, Liu Zhi, Wang Puyao *et al.*. Anti-jamming modulation/demodulation technology of atmospheric laser communication system [J]. *Chinese J. Lasers*, 2012, **39**(7): 0705004
刘 丹, 刘 智, 王璞瑶等. 一种大气激光通信系统抗干扰调制/解调技术[J]. *中国激光*, 2012, **39**(7): 0705004
- 2 Li Fei, Wu Yi, Hou Zaihong. Analysis and experimental research on bit error rate for free-space optical communication systems through turbulent atmosphere [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(6): 0606002
李 菲, 吴 毅, 侯再红. 湍流大气光通信系统误码率分析与实验研究[J]. *光学学报*, 2012, **32**(6): 0606002
- 3 J. C. Ricklin, S. Bucaille, F. M. Davidson. Performance loss factors for optical communication through clear air turbulence

- [C]. *SPIE*, 2004, **5160**: 1~12
- 4 F. David. Scintillation loss in free-space optic IM/DD systems [C]. *SPIE*, 2004, **5338**: 65~75
- 5 A. N. Jong. Refraction effects of atmospheric inhomogeneities along the path [C]. *SPIE*, 2004, **5237**: 105~116
- 6 Pan Feng, Ma Jing, Tan Liying. Statistical properties of irradiance scintillation for downlink propagation and aperture receiving [J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(10): 1371~1374
潘 锋, 马 晶, 谭立英. 下行传输孔径接收光强起伏的统计特性[J]. *中国激光*, 2006, **33**(10): 1371~1374
- 7 Rao Ruizhong. Light Propagation in the Turbulent Atmosphere [M]. Hefei: Anhui Science and Technology Press, 2005. 7~298
饶瑞中. 光在湍流大气中的传播[M]. 合肥: 安徽科技出版社, 2005: 7~298
- 8 B. L. McGlamery. Computer simulation studies of compensation of turbulence degraded images [C]. *SPIE*, 1976, **74**: 225~233
- 9 R. J. Noll. Zernike polynomials and atmospheric turbulence [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1976, **66**(3): 207~211
- 10 N. Roddier. Atmospheric wavefront simulation using Zernike polynomials [J]. *Opt. Eng.*, 1990, **29**(10): 1174~1180
- 11 Guangming Dai. Modified Hartmann-Shack wavefront sensing and iterative wavefront reconstruction [C]. *SPIE*, 1994, **2201**: 562~573
- 12 D. L. Fried. Statistics of a geometric representation of wavefront distortion [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1965, **55**(11): 1427~1431
- 13 R. Lange, B. Smutny, B. Wandernoth, R. Czichy *et al.*. 142 km, 5.625 Gb/s free-space optical link based on homodyne BPSK modulation [C]. *SPIE*, 2006, **6105**: 61050A
- 14 F. G. Smith. Atmospheric Propagation of Radiation [M]. Washington: SPIE Press, 1993. 221~223
- 15 Yijun Jiang, Jing Ma, Liying Tan *et al.*. Measurement of optical intensity fluctuation over an 11.8 km turbulent path [J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(10): 6963~6973
- 16 Jiang Yijun. Theoretical and Experimental Researches on Influences of Atmospheric Turbulence in the Satellite-to-Ground Laser Communication Link [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2010. 69~84
姜义君. 星地激光通信链路中大气湍流影响的理论和实验研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2010. 69~84

栏目编辑: 王晓球