

基于非线性最小二乘拟合法的 Mueller 矩阵椭偏仪

侯俊峰^{1,2} 王东光¹ 邓元勇¹ 孙英姿¹ 张志勇¹
(¹中国科学院国家天文台太阳活动重点实验室, 北京 100012)
²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 提出了一种利用非线性最小二乘拟合法自校准测量偏振元件 Mueller 矩阵参数的新方法。通过测量放入待测样品前后输出偏振态的 Stokes 参数, 建立起由测得的输出偏振态参数、系统未知参数与被测样品的 Mueller 矩阵之间的函数关系式, 使用多参数的非线性最小二乘拟合求解得到待测样品的 Mueller 矩阵。建立了一套基于铁电液晶波片、旋转波片及偏振片的光谱型 Mueller 矩阵椭偏仪, 并通过自编的 Labview 自动控制软件实现了智能化测量。误差分析和实际测量结果表明, 在 600~900 nm 波长范围内, Mueller 矩阵元参数的测量精度在 0.01 以内, 重复性精度达到 0.005。该测量系统无需对系统进行复杂的定标, 简化了测量过程, 实现了 Mueller 矩阵元参数的自校准测量。

关键词 测量; Mueller 矩阵; 非线性最小二乘拟合; 偏振元件; 铁电液晶; 旋转波片

中图分类号 O439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201340.0408004

Mueller Matrix Ellipsometer Based on Nonlinear Least Squares Fitting Method

Hou Junfeng^{1,2} Wang Dongguang¹ Deng Yuanyong¹ Sun Yingzi¹ Zhang Zhiyong¹

(¹Key Laboratory of Solar Activity, National Astronomical Observatories of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100012, China)
²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract A Mueller matrix measuring method is brought forward based on nonlinear least squares fitting. Stokes parameters of output polarization state are measured, and functions between output polarization states, the system unknown parameters and sample's Mueller matrix are built. Nonlinear least squares fitting method is used to calculate sample's Mueller matrix. Then a Mueller matrix ellipsometer measuring system based on ferroelectric liquid crystal retarders and rotating waveplate and rotating polarizer is established, the Labview software is applied to realize the intelligent. Error analysis and measurement are done. It is found that the Mueller matrix measuring precision of the system is within 0.01 and repeatability is 0.005 in wavelength range 600~900 nm. The measuring system avoids the complex calibration of Mueller matrix ellipsometer as before, simplifying measuring procedures and realizing the self-calibration measurement.

Key words measurement; Mueller matrix; nonlinear least squares fitting; polarized element; ferroelectric liquid crystal; rotating waveplate

OCIS codes 120.2130; 120.5410; 260.2130; 260.5430

1 引 言

偏振元件的椭偏检测被广泛应用于物理、化学、生物、遥感等诸多领域^[1~7]。传统的椭偏仪主要由起

偏器、补偿器和检偏器组成, 通过获取被测样品的 Jones 矩阵确定其偏振参数^[8]。这种方法至少需要 4 次独立测量, 并要求被测样品是完全偏振的。如果被

收稿日期: 2012-10-25; 收到修改稿日期: 2012-12-26

基金项目: 国家自然科学基金(11273034、11178005、10903015)资助课题。

作者简介: 侯俊峰(1986—), 男, 博士研究生, 主要从事偏振光学方面的研究。E-mail: jfhou@bao.ac.cn

导师简介: 王东光(1966—), 女, 博士, 研究员, 主要从事偏振光学与太阳磁场测量等方面的研究。

E-mail: wdg@bao.ac.cn

测样品是不完全偏振的,或者是一个由多个偏振元件组成的偏振系统,则需要测量其 Mueller 矩阵确定偏振性能。自 20 世纪 80 年代以来,各种调制方式的 Mueller 矩阵椭偏仪迅速发展^[9~19],这类椭偏仪一般由偏振产生器(PSG)和偏振分析器(PSA)组成,通过 16 次独立测量得到描述偏振元件性能的整个 Mueller 矩阵(16 个矩阵元)。在这些传统的方法中,都需要对测量系统的 PSG 和 PSA 进行精密定标,或者插入标准样品实现本征校准^[20],或者使用空矩阵定标系统^[21]。前者,标准样品的性能直接影响 Mueller 矩阵椭偏仪的定标精度;后者属于一阶近似求解,测量精度有限。两种定标方法都存在缺陷,且都需要复杂的定标方法论证和定标过程。

本文提出了一种基于非线性最小二乘拟合测量 Mueller 矩阵参数的自校准测量的新方法。该方法通过测量放入待测样品前后输出偏振态的 Stokes 参数,建立起由测得的输出偏振态参数、系统未知参数与被测样品的 Mueller 矩阵之间的函数关系式,使用多参数的非线性最小二乘拟合求解得到待测样品的 Mueller 矩阵。整个测量过程中,系统中所有偏振元件的相位延迟、快轴方位等偏振参数由非线性最小二乘拟合直接求解,无需精密定标,避免了传统椭偏仪系统的复杂定标过程,实现了自校准测量。

2 测量原理

图 1 为测量原理图,系统主要由偏振发生器和偏振分析器组成。偏振发生器由起偏器和波片组成,其中,设定起偏器的透射光轴为系统的参考方位。起偏器和波片各自以一定步长 n 独立旋转,调制入射光得到不同的偏振态。光束经过样品后被偏振分析器调制得到不同的出射偏振态,然后由探测器接收。偏振分析器一般由电光晶体或旋转波片等偏振元件组成,通过改变相位延迟或快轴方位角可以实现不同偏振态的调制。完全确定待测样品的 Mueller 矩阵要求偏振产生器和偏振分析器分别至

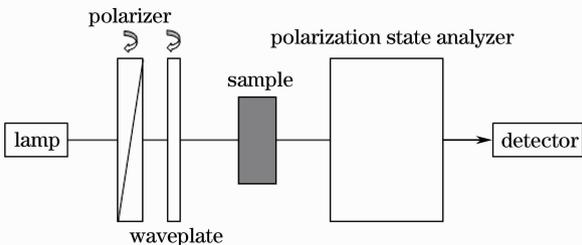


图 1 Mueller 矩阵测量原理

Fig. 1 Principle of measuring Mueller matrix

少需要 4 个独立的偏振调制^[22,23]。因此,该测量方法中要求 $n < 90^\circ$,偏振分析器可以调制 4 个相互独立的偏振态。根据 Mueller 矩阵描述,探测光强可表示为

$$\mathbf{I} = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \mathbf{M}_{\text{PSA}} \mathbf{M}_{\text{S}} \mathbf{M}_{\text{WP}} \mathbf{M}_{\text{P}} \mathbf{S}_{\text{in}}, \quad (1)$$

式中 \mathbf{M}_{PSA} 、 \mathbf{M}_{S} 、 \mathbf{M}_{WP} 、 \mathbf{M}_{P} 分别为偏振分析器、待测样品、旋转波片和旋转起偏器的 Mueller 矩阵; \mathbf{S}_{in} 为入射光的 Stokes 矢量,记为 $\mathbf{S}_{\text{in}} = [1 \ Q \ U \ V]^T$ 。由于偏振分析器可以调制得到 4 个独立的出射偏振态,设偏振响应矩阵 \mathbf{X} 为偏振分析器的 4 个独立的调制偏振态,则(1)式可进一步扩展为矩阵形式:

$$\mathbf{I} = \mathbf{X} \mathbf{M}_{\text{S}} \mathbf{M}_{\text{WP}} \mathbf{M}_{\text{P}} \mathbf{S}_{\text{in}}, \quad (2)$$

式中 \mathbf{I} 为一个四维列矢量,代表偏振分析器的不同调制光强。此外,令偏振分析矩阵 \mathbf{A} 为偏振响应矩阵 \mathbf{X} 与待测样品的 Mueller 矩阵 \mathbf{M}_{S} 之积,即 $\mathbf{A} = \mathbf{X} \mathbf{M}_{\text{S}}$ 。

由(2)式及图 1 可知,整个测量系统中的所有未知参数包括:入射光源的 Stokes 矢量 $\mathbf{S}_{\text{in}} = [1 \ Q \ U \ V]^T$ 、波片的初始方位角 θ 、波片的相位延迟 δ 、起偏器和波片的旋转步长 n 、系统透射率 τ 、及偏振分析矩阵 \mathbf{A} 。其中由起偏器和波片的旋转步长 n 由步进电机精确控制,步进电机控制波片和起偏器独立旋转,在 2π 周期内每隔 n 采集一组光强值 \mathbf{I} ,得到 $(360^\circ/n) \times (360^\circ/n)$ 组光强。此时,光强函数 \mathbf{I} 是入射光的 Stokes 矢量元 Q 、 U 和 V ,旋转波片的相位延迟 δ 和初始方位角 θ_0 ,系统透射率 τ ,归一化的偏振响应矩阵 \mathbf{X} 及待测样品 Mueller 矩阵的非线性函数,即

$$\mathbf{I} = \mathbf{X} \mathbf{M}_{\text{S}} \mathbf{M}_{\text{WP}} \mathbf{M}_{\text{P}} \mathbf{S}_{\text{in}} = \mathbf{A} \mathbf{M}_{\text{WP}} \mathbf{M}_{\text{P}} \mathbf{S}_{\text{in}} = f(Q, U, V, \tau, \delta, \theta, \mathbf{A}), \quad (3)$$

利用非线性最小二乘拟合方法求解上述所有参数,拟合函数可表示为

$$\chi^2 = \min \left[\sum_{i=1}^{(360^\circ/n)^2} (\mathbf{I}_i - \tilde{\mathbf{I}}_i)^2 \right], \quad (4)$$

式中 \mathbf{I}_i 和 $\tilde{\mathbf{I}}_i$ 分别为第 i 组探测光强的理论值和实际测量值。由(3)式和(4)式可求得包括待测样品的 Mueller 矩阵在内的所有未知参数。待测样品的 Mueller 矩阵测量过程如下:

1) 放入样品前,根据上述理论分别旋转波片和起偏器,在 2π 周期内每隔 n 采集一组光强值,得到 $(360^\circ/n) \times (360^\circ/n)$ 组光强值。由(3)式和(4)式拟合得到偏振分析矩阵 \mathbf{A} ,此时 $\mathbf{A} = \mathbf{X}$ 。

2) 放入待测样品,再次测量 $(360^\circ/n) \times (360^\circ/n)$ 组光强值,由(3)式和(4)式拟合得到偏振分析矩

阵 A' , 此时 $A' = XM_S$;

3) 由 $A' = XM_S = AM_S$ 求得待测样品的 Mueller 矩阵为

$$M_S = A^{-1}A'. \quad (5)$$

整个测量过程将系统中所有需要精密定标的参数作为未知参数处理, 利用非线性最小二乘拟合方法求解这些参数, 从而得到待测样品的 Mueller 矩阵, 无需像已有方法那样精密定标系统中各个参数, 实现了自校准测量。

3 测量装置

根据上述原理建立的实验装置及光路如图 2 所示。将配有高精度稳压电源的溴钨灯作为入射光

源, 出射光束经过光纤耦合器转化为准直度小于 0.3° , 光斑小于 5 mm 的准直光束通过各个偏振元件。起偏器和波片 1 组成偏振发生器, 分别安装于各自的电控精密转台上, 转台的转动精度优于 $2'$, 可由计算机控制 360° 自由旋转。铁电液晶 FeLC1 和 FeLC2、波片 2 和检偏器组成偏振分析器。铁电液晶由 $0 \sim 11$ V 低压电源控制, 使得两个液晶波片分别以 45° 调制角快速变换快轴方位, 从而实现偏振分析器的 4 个独立偏振态调制。偏振发生器和偏振分析器中各个偏振元件在中心波长 750 nm 的偏振设计参数如表 1 所示。光束经过偏振分析器后由光纤光谱仪接收, 光纤光谱仪的有效光谱范围为 $550 \sim 950$ nm 且可以同时接收各个波长处的探测光强。

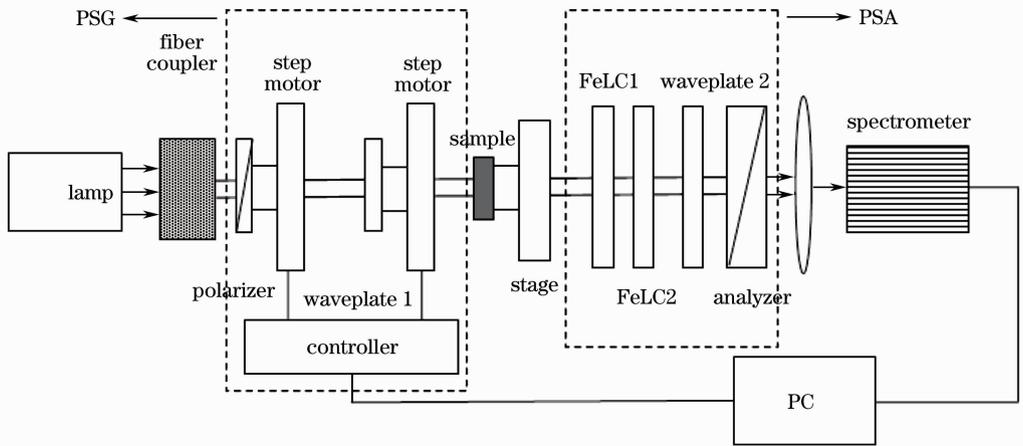


图 2 实验装置

Fig. 2 Experimental setup

表 1 PSG 和 PSA 在中心波长 $\lambda_0 = 750$ nm 的偏振设计参数

Table 1 Design values of parameters of PSG and PSA in central wavelength $\lambda_0 = 750$ nm

Component	Parameter	Design value
Polarizer	Extinction ratio	10000:1
Polarizer	Orientation	Rotating
Waveplate 1	Retardation	90°
Waveplate 1	Orientation	Rotating
FeLC1	Retardation	180°
FeLC1	Orientation	60°
FeLC1	Cone angle	45°
FeLC2	Retardation	90°
FeLC2	Orientation	-20°
FeLC2	Cone angle	45°
Waveplate 2	Retardation	90°
Waveplate 2	Orientation	70°
Analyzer	Extinction ratio	10000:1
Analyzer	Orientation	Rotating

值得注意的是, 该测量方法将直接通过非线性最小二乘拟合求解表 1 中的偏振参数, 因此, 系统中所使用的偏振元件的偏振参数是否与设计参数完全一致并不重要, 只要在普通的制造误差范围内即可。此外, 表 1 中铁电液晶 FeLCs ($s=1, 2$) 和波片均为单色波片, 波长不同相位延迟也相应变化, 但都可以通过非线性拟合求得。因此, 整个光谱 $550 \sim 950$ nm 范围内, 无需改变或更换这些元件。

调整好光路。放入待测样品前, 由步进电机控制检偏器和波片 1 分别以 40° 步长旋转, 每旋转一个位置, 偏振分析器通过铁电液晶调制得到 4 个独立的偏振态, 光纤光谱仪探测得到一组探测光强 I (4×1 维), 在 2π 周期内共测得 81 组光强。根据 (1)~(4) 式基于非线性最小二乘拟合方法求解得到偏振分析矩阵 A ; 放入待测样品后, 再次重复上述步骤, 得到偏振分析矩阵 A' ; 由 (5) 式求得待测样品的 Mueller 矩阵。整个测量过程由 Labview 软件自动

控制,操作简单易行,且可以同时获取待测样品在 550~950 nm 范围内各个波长处的 Mueller 矩阵。

由(5)式可知, \mathbf{A} 可逆是 \mathbf{M} 有解的充分条件,此处 \mathbf{A} 为放入待测样品前的偏振分析矩阵即 $\mathbf{A}=\mathbf{X}$;换言之,偏振分析器的偏振响应矩阵 \mathbf{X} 可逆是 \mathbf{M} 有解的充分条件。因此,矩阵 \mathbf{X} 的逆量化了样品矩阵 \mathbf{M} 的测量信噪比^[24~26],两者之间的关系可表示为

$$\frac{\|\Delta\mathbf{M}\|}{\|\mathbf{M}\|} \leq \kappa_X \frac{\|\Delta\mathbf{X}\|}{\|\mathbf{X}\|}, \quad (6)$$

式中 κ_X 为 \mathbf{X} 的矩阵条件数^[27], $\kappa_X = \|\mathbf{X}\| \|\mathbf{X}^{-1}\|$ 。 κ_X 越小,矩阵 \mathbf{X} 的逆引起的测量误差越小,信噪比越高,系统越稳定。图 3 给出了该测量系统中偏振分析器的响应矩阵 \mathbf{X} 的条件数 κ_X 随波长的关系,实线表示该测量系统 \mathbf{X} 的矩阵条件数,点划线表示 \mathbf{X} 的矩阵条件数的理想值。其中实线代表该测量系统的 κ_X ,点划线代表 κ_X 的理想值。比较可知,测量系统的 κ_X 在中心波长附近接近理想值;偏离中心波长,各个偏振元件的偏振参数偏离设计值, κ_X 亦随之增大;尽管如此, κ_X 在 550~950 nm 波长范围内的最大值仍然与理想值在同一量级。分析表明,整个系统的信噪比较高,对测量误差影响较小。

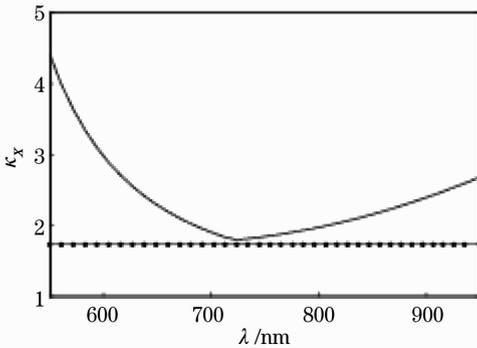


图 3 \mathbf{X} 的矩阵条件数

Fig. 3 Matrix condition number of \mathbf{X}

4 误差分析

测量方法中,系统参数(包括入射光的 Stokes 矢量、波片 1 的相位延迟和初始方位角、透射率、偏振分析矩阵 \mathbf{A} 等)由非线性最小二乘拟合直接求解,不存在误差。因此,主要的误差源来自光源抖动和起偏器不理想,二者主要影响非线性最小二乘拟合方法的拟合精度。本节将系统分析这些误差源对测量精度的影响。

由于系统的整个测量过程属于非线性过程,误差分析亦属于非线性,不能做简单的计算分析。因此,将通过计算机模拟估计这些误差因素带来的测

量误差。模拟过程如下:假设整个测量系统是理想的,通过(1)~(5)式求得待测样品的 Mueller 矩阵 $\mathbf{M}_{\text{theory}}$;假定系统存在某一误差源,同样通过(1)~(5)式可求得非理想情况下样品的 Mueller 矩阵 \mathbf{M}_{mea} ; $\Delta\mathbf{M}=\mathbf{M}_{\text{mea}}-\mathbf{M}_{\text{theory}}$ 为待测样品的 Mueller 矩阵的测量误差。实际测量过程中,对于不同的待测样品,其系统测量精度不同。本文的误差分析以 1/2 波片,1/4 波片和偏振片为例,分析光源抖动和起偏器不理想引起的 Mueller 矩阵测量误差。

4.1 光源抖动

溴钨灯光源的抖动在 0.1% 以内,使用 Matlab 模拟的 rand 函数模拟光源的随机误差,根据上述的误差分析过程模拟测量误差 $\Delta\mathbf{M}$ 。由于光源抖动属于随机误差,将模拟 20 次,求解 $\Delta\mathbf{M}$ 的标准偏差 \mathbf{S} ,模拟结果如图 4 所示,其中,实线、点线和虚线分别表示 1/2 波片、1/4 波片和偏振片 3 个样品的结果(下文同上)。可见,在整个波长范围内光源抖动引起的测量误差为 3×10^{-3} 以内。此外,比较图 3 和图 4 发现,曲线随波长的变化有相似的趋势。这是由于随机误差 \mathbf{S} 主要与 \mathbf{X} 的条件数 κ_X 相关, κ_X 越小,随机误差越小,系统信噪比越高;反之,亦反。

4.2 起偏器不理想

理想情况下起偏器的偏振度为 100%,然而由于制造工艺等限制,实际使用的起偏器是不完美的。起偏器的不理想使得光束通过后不再是完全线偏振光,从而产生系统误差。起偏器的 Mueller 矩阵可表示为

$$\mathbf{P} = \frac{\tau_P}{2} \begin{bmatrix} 1 & p & 0 & 0 \\ p & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{1-p^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{1-p^2} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中 p 为线偏振度, τ_P 为起偏器的透射率。

图 5 模拟了波长 550 nm 3 个样品的测量误差与线偏振度 p 的关系,分析表明: $p > 0.998$ 时,矩阵测量误差 $\Delta\mathbf{M}$ 在 3×10^{-3} 以内,图 6 给出了 $p=0.998$ 时 Mueller 矩阵测量误差 $\Delta\mathbf{M}$ 随波长的变化,可见,整个被测光谱范围内(550~950 nm) $\Delta\mathbf{M}$ 在 3×10^{-3} 以内。考虑到起偏器的不理想,实验仪器中需要选用 $p > 0.998$ 的起偏器,此时 $\Delta\mathbf{M} < 3 \times 10^{-3}$,系统误差与随机误差在同一量级甚至更小。该实验装置中,起偏器的消光比为 10000:1,远高于上述此要求。

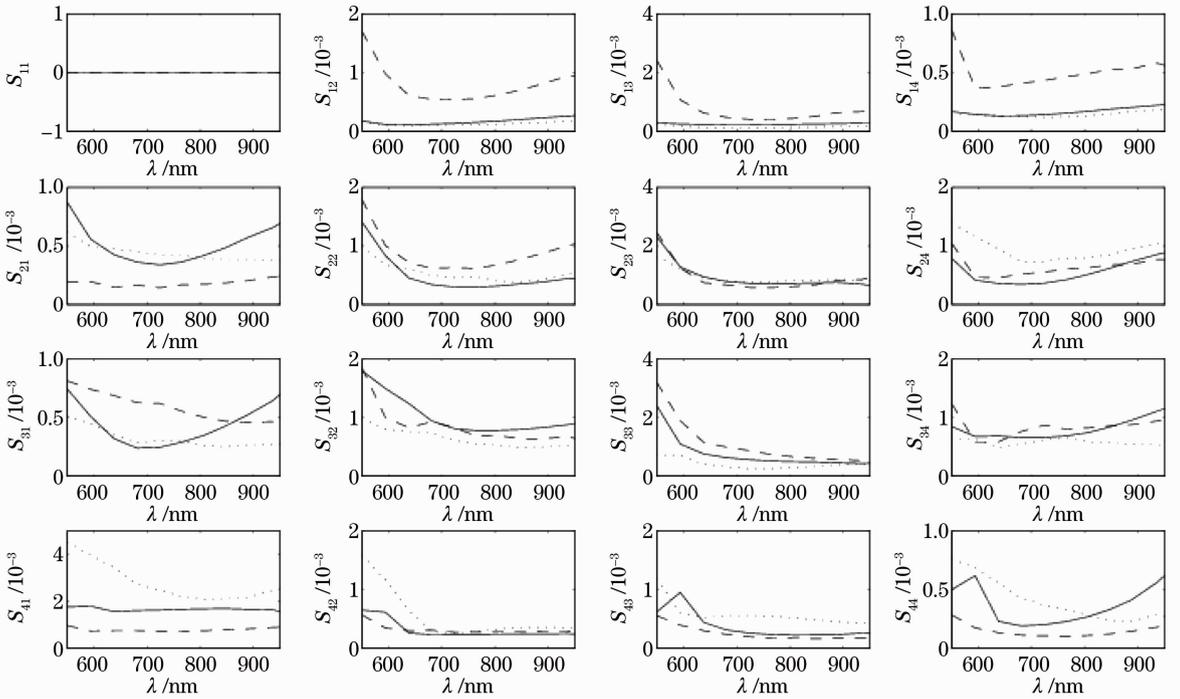


图 4 随机误差与光源抖动的关系

Fig. 4 Relationship between the random errors and light fluctuations

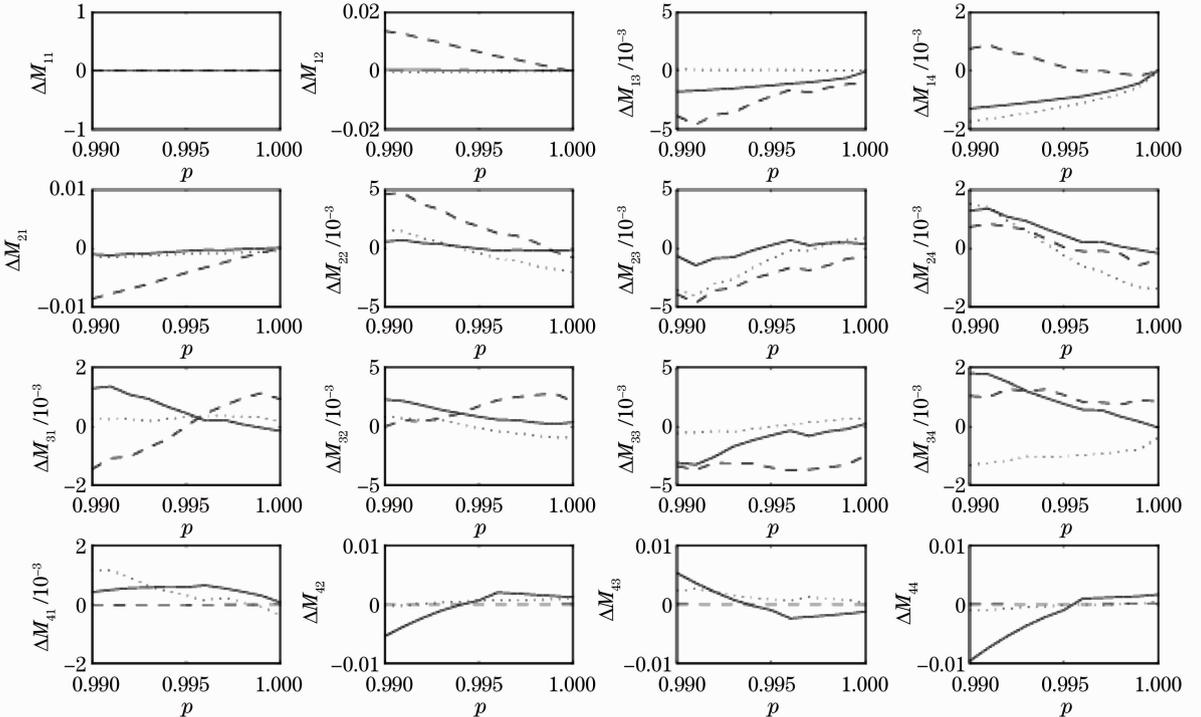

 图 5 系统误差与起偏器线偏振度 p 的关系

 Fig. 5 Relationship between the systematic errors and polarization degree p

5 测量结果

实验在 550~950 nm 波段分别测量了中心波长在 750 nm 的 1/2 波片、1/4 波片和偏振片的 Mueller 矩阵,以评估该测量系统的性能。系统分

别重复测量每个样品 20 次;每次测量过程中,在 550~950 nm 之间等间隔选取 37 个波长,每个波长处采集 81 个光强值,通过非线性拟合得到 21 个位置参数[入射光的 Stokes 矢量元 Q 、 U 和 V ,旋转波

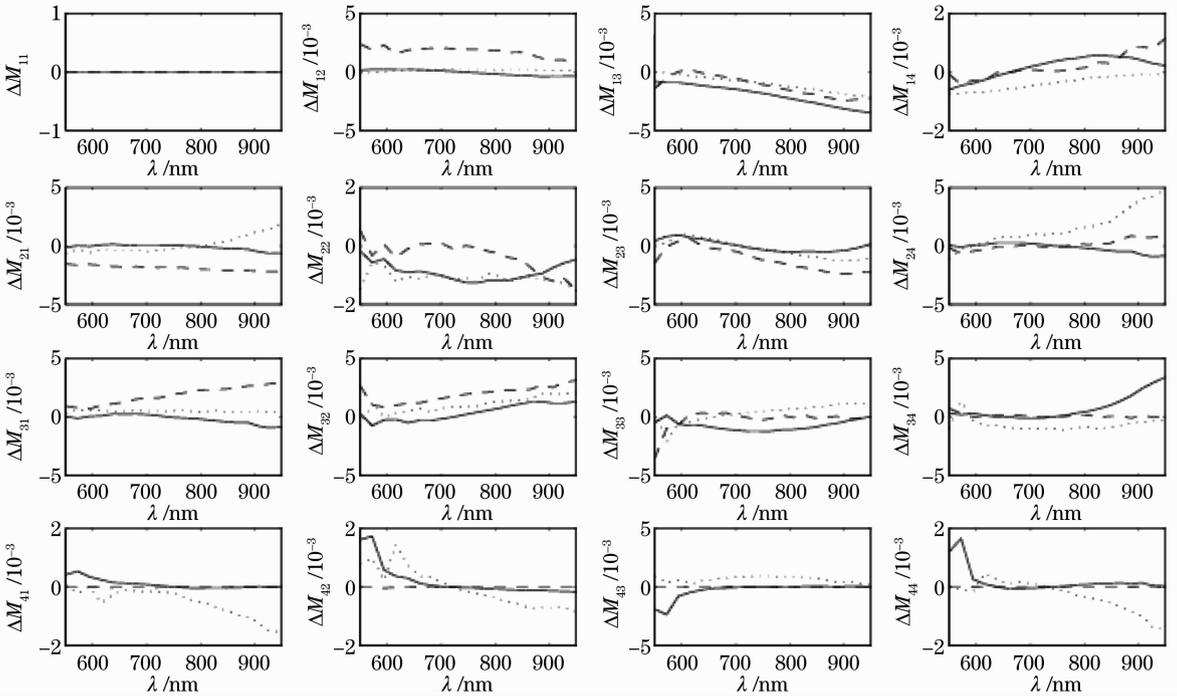


图 6 $p=0.998$ 时测量误差随波长的变化曲线

Fig. 6 Relationship of the measuring errors versus wavelength with $p=0.998$

片的相位延迟 δ 和初始方位角 θ , 系统透射率 τ 及归一化的偏振响应矩阵 \mathbf{X} (15 个矩阵元)]. 因此, 对于每个样品 20 次测量后数据处理结果共有 15540 个数据, 考虑到数据量太大, 以曲线的形式给出参数

拟合结果的平均值和标准方差, 如图 7 和图 8 所示, 其中图 7 为 3 种样品 20 次 Mueller 矩阵测量的平均值, 图 8 为与之对应的 Mueller 矩阵测量的标准偏差.

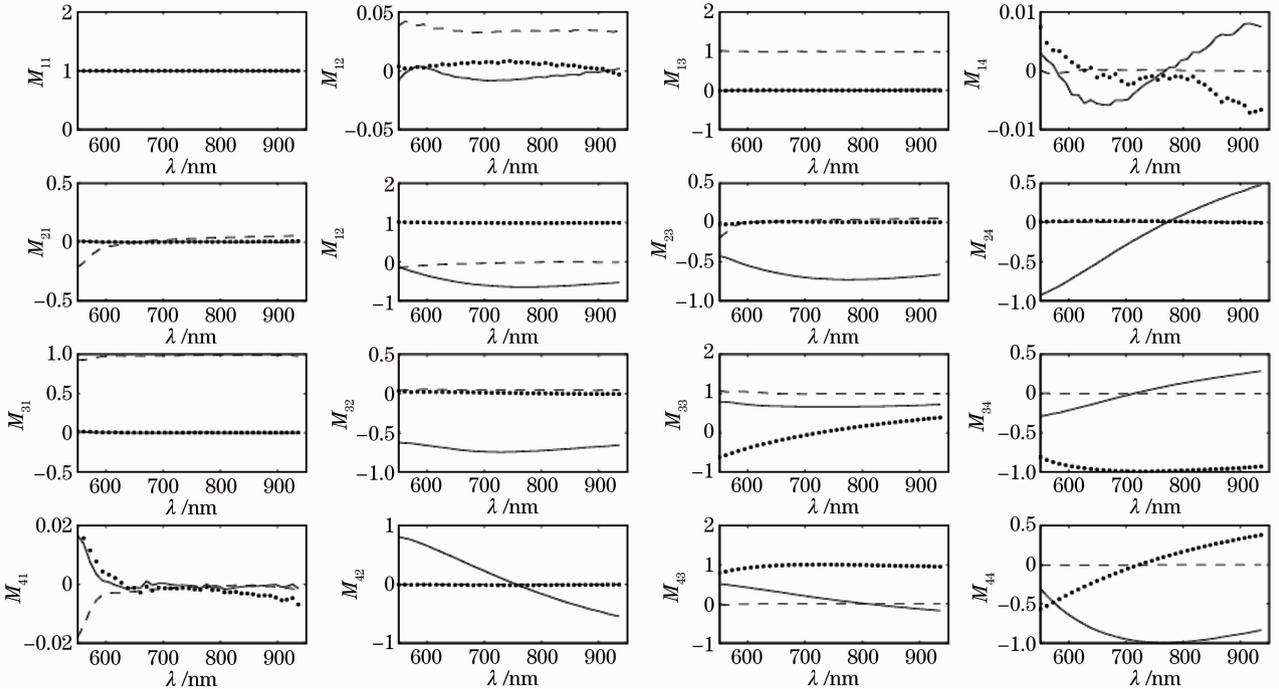
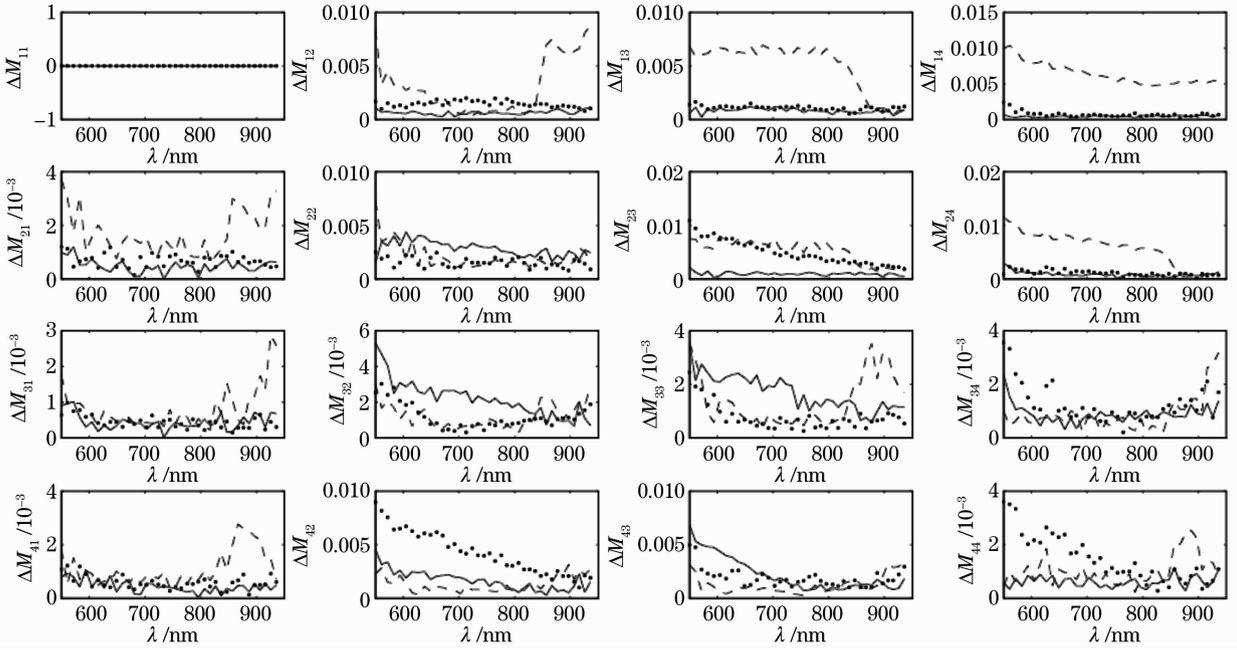


图 7 样品的 Mueller 矩阵 \mathbf{M} 的平均值

Fig. 7 Mean values of Mueller matrix \mathbf{M} of samples

图 8 样品的 Mueller 矩阵 M 的标准偏差Fig. 8 Standard deviation of Mueller matrix M of samples

对于理想波片,其 Mueller 矩阵的第 1 行和第 1 列(第 1 个矩阵元除外)均为 0,因此测量结果中波片 Mueller 矩阵的第 1 行第 1 列测量值代表了系统的测量精度。图 7 中实线和点线分别代表了 $1/2$ 波片和 $1/4$ 波片的 Mueller 矩阵测量结果,分析其第 1 行和第 1 列的测量值易知,系统的测量精度基本在 0.01 以内。接近 550 nm 和 950 nm 处光谱仪的低信噪比导致误差较大,测量精度在 0.02 以内;对于偏振片,理论上其 Mueller 矩阵的第 4 行和第 4 列均为 0,因此测量结果中偏振片 Mueller 矩阵的第 4 行和第 4 列代表了系统的测量精度。图 7 中虚线代表了偏振片的 Mueller 矩阵测量结果,分析表明系统测量精度也在 0.01 以内。图 8 的 Mueller 矩阵

标准偏差代表了系统的重复精度和稳定性。分析 3 种样品测量结果的标准偏差表明,系统的重复精度在 0.005 以内,靠近光谱边缘重复精度降低。

此外,理想情况下,系统参数波片 1 的相位延迟 δ 和初始方位角 θ 的拟合结果与待测样品无关。因此,不同样品的测量结果中,这两个参数的拟合结果是否一致间接代表了非线性拟合的好坏和稳定性。图 9 给出了波片 1 的相位延迟 δ 和初始方位角 θ 在上述 3 种样品测量中的拟合结果。比较 3 种样品的测量结果发现,在波长 550~950 nm 范围,初始方位角 θ 误差在 0.005° 以内;相位延迟 δ 在 600~900 nm 误差小于 0.5°,靠近光谱两端误差有所增大且在 1° 以内。波片的理论 Mueller 矩阵可表示为

$$M_{WP} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - (1 - \cos \delta) \sin^2 2\theta & (1 - \cos \delta) \sin 2\theta \cos 2\theta & -\sin \delta \sin 2\theta \\ 0 & (1 - \cos \delta) \sin 2\theta \cos 2\theta & 1 - (1 - \cos \delta) \cos^2 2\theta & \sin \delta \cos 2\theta \\ 0 & \sin \delta \sin 2\theta & -\sin \delta \cos 2\theta & \cos \delta \end{bmatrix}, \quad (8)$$

由(8)式粗略估计上述相位延迟和初始方位角在不同样品间的拟合误差引起的 Mueller 矩阵的最大测量误差约为 $\sin 1^\circ \approx 0.018$,与上述 3 个样品 Mueller 矩阵测量结果一致。

3 个样品的 Mueller 矩阵测量结果表明,在 600~900 nm 波长范围,该系统的测量精度在 0.01

以内,重复精度为 0.005。在光谱两端,随着光谱仪的信噪比降低,系统的测量精度下降到 0.02。

6 结 论

本文提出的应用非线性最小二乘拟合求解所有未知 Mueller 矩阵参数方法的优势在于:系统中所

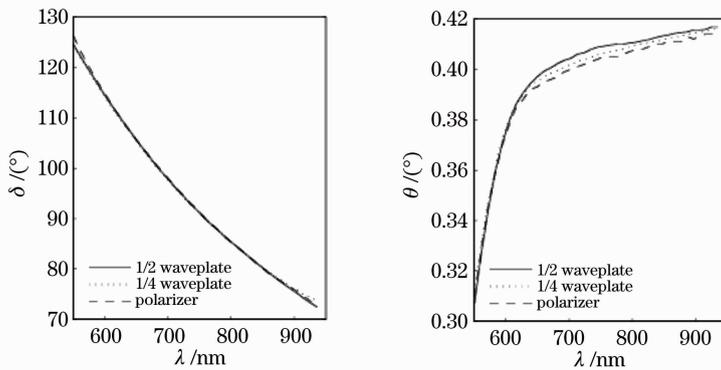


图 9 波片 1 的相位延迟和初始方位角

Fig. 9 Retardation and the original orientation of waveplate 1

有未知参数由非线性最小二乘拟合方法求解而无需精密确定系统中各个参数,避免了传统 Mueller 矩阵椭偏仪的复杂定标过程,实现了自校准测量;整个测量过程通过自编的 Labview 软件实现了智能化;且可以同时测量多个波长处的 Mueller 矩阵,实现了光谱测量;在 600~900 nm 波长范围内,系统测量精度在 0.01 以内,重复精度达到 0.005;不同样品的测量参数随波长变化的拟合曲线重复性好,说明所提方法具有很好的可靠性和实用性。

参 考 文 献

1 N. Shashar, P. Rutledge, T. Cronin. Polarization vision in cuttlefish in a concealed communication channel? [J]. *J. Experimental Biology*, 1996, **199**(9): 2077~2084
 2 C. Roslund, C. Beckman. Disputing Viking navigation by polarized skylight[J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(21): 4754~4755
 3 J. Applequist. Optical activity; Biot's bequest[J]. *Am. Sci.*, 1987, **75**(1): 58~68
 4 B. Kahr, K. Claborn. The lives of Malus and his bicentennial law[J]. *Chem. Phys. Chem.*, 2008, **9**(1): 43~58
 5 Yang Lifeng, Zeng Nan, Chen Dongsheng. Characterization of dehydration and proteolysis process of chicken muscle using polarization-sensitive optical coherence tomography[J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(12): 1204002
 阳利锋, 曾楠, 陈东胜. 偏振敏感光学相干层析对鸡肉组织两种变质过程的表征[J]. *中国激光*, 2011, **38**(12): 1204002
 6 Sun Xuejin, Li Hao, Tang Liping. Study on atmosphere volume scattering polarization degree characteristics in visible and infrared band[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(5): 0501001
 孙学金, 李浩, 唐丽萍. 可见光和红外波段大气体散射偏振度特性研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(5): 0501001
 7 Peng Bo, Ding Tianhuai, Wang Peng. Simulation and experiment of light scattering properties of textile fibers[J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, **32**(8): 082900
 彭波, 丁天怀, 王鹏. 纺织纤维光散射特性的模拟与实验[J]. *光学学报*, 2012, **32**(8): 082900
 8 R. M. A. Azzam, N. M. Bashara. *Ellipsometry and Polarized Light* [M]. New York: North-Holland Pub. Co., 1977. 153~157
 9 R. C. Thompson, J. R. Bottiger, E. S. Fry. Measurement of polarized light interactions via the Mueller matrix[J]. *Appl. Opt.*, 1980, **19**(8): 1323~1332
 10 E. Compain, B. Drevillon. High-frequency modulation of the four states of polarization of light with a single phase modulator [J]. *Rev. Sci. Inst.*, 1998, **69**(4): 1574~1580
 11 J. M. Bueno, P. Artal. Double-pass imaging polarimetry in the

human eye[J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(1): 64~66
 12 F. Delplancke. Automated high-speed Mueller matrix scatterometer[J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(22): 5388~5395
 13 B. Laude-Boulesteix, A. de Martino, B. Drevillon *et al.*. Mueller polarimetric imaging system with liquid crystals [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(14): 2824~2832
 14 J. Ladstein, M. Kildemo, G. K. Svendsen *et al.*. Characterisation of liquid crystals for broadband optimal design of Mueller matrix ellipsometers[C]. *SPIE*, 2007, **6587**: 65870D
 15 R. M. A. Azzam. Photopolarimetric measurement of the Mueller matrix by Fourier analysis of a single detected signal[J]. *Opt. Lett.*, 1978, **2**(6): 148~150
 16 J. L. Pezzaniti, R. A. Chipman. Mueller matrix imaging polarimetry[J]. *Opt. Engng.*, 1995, **34**(6): 1558~1568
 17 A. M. Gandorfer. Ferroelectric retarders as an alternative to piezoelectric modulators for use in solar Stokes vector polarimetry [J]. *Opt. Engng.*, 1999, **38**(8): 1402~1408
 18 E. Garcia-Caurel, A. de Martino, B. Drevillon. Spectroscopic Mueller polarimeter based on liquid crystal devices [J]. *Thin Solid Films*, 2004, **455-456**: 120~123
 19 Ladstein Jarle, Stabo-Eeg Frantz, Garcia-Caurel Enric *et al.*. Fast near-infra-red spectroscopic Mueller matrix ellipsometer based on ferroelectric liquid crystal retarders [J]. *Phys. Stat. Solidi (c)*, 2008, **5**(5): 1097~1100
 20 E. Compain, S. Poirier, B. Drevillon. General and self-consistent method for the calibration of polarization modulators, polarimeters, and Mueller-matrix ellipsometers[J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(16): 3490~3502
 21 Dennis H. Goldstein, Russell A. Chipman. Error analysis of a Mueller matrix polarimeter [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1990, **7**(4): 693~700
 22 R. M. A. Azzam. Arrangement of four photodetectors for measuring the state of polarization of light [J]. *Opt. Lett.*, 1985, **10**(7): 309~311
 23 Bass M., Stryland E. W. V., Williams D. R. *et al.*. *Handbook of Optics Volume II: Devices, Measurements, and Properties* [M]. New York: McGraw-Hill Inc., 1995
 24 J. S. Tyo. Noise equalization in Stokes parameter images obtained by use of variable-retardance polarimeters [J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(16): 1198~1200
 25 Matthew H. Smith. Optimization of a dual-rotating-retarder Mueller matrix polarimeter [J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(13): 2488~2493
 26 Stabo-Eeg Frantz, Kildemo Morten, Nerbo Ingar Stian *et al.*. A well-conditioned multiple laser Mueller matrix ellipsometer [J]. *Opt. Engng.*, 2008, **47**(7): 073604
 27 Li Qingyang, Wang Nengchao, Yi Dayi. *Numerical Analysis* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001. 205~208
 李庆扬, 王能超, 易大义. *数值分析* [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001. 205~208