

基于位置敏感探测器的激光位移传感器小波优化方法

郝继贵 陈浩* 薛彬

(天津大学精密测试技术及仪器国家重点实验室, 天津 300072)

摘要 在激光位移传感器中引入位置敏感探测器(PSD)可在狭小空间内实现测量,但易受外界因素影响使得输出信号中包含大量噪声,严重影响 PSD 位置检测精度。为在此测量环境下有效提取 PSD 位置信号,提出一种利用小波阈值去噪技术提高基于 PSD 的激光位移传感器检测精度的方法。该方法在离散小波变换的基础上,将 PSD 的原始测量信号进行多尺度小波分解,通过软阈值量化处理含噪声的小波系数后重构测量信号。实验中通过选择不同的基小波、变化分解尺度以及控制信号采样数量等过程评价小波去噪的效果,最终证实:选取合适的小波去噪组合算法可使去噪后信号不仅保持原始测量平均值,且标准差减小至 $2\ \mu\text{m}$ 以下,能显著提高传感器位置检测精度,缩短测量时间。

关键词 测量;位置敏感探测器;小波去噪;激光位移传感器;软阈值

中图分类号 TH74 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201340.0308003

Wavelet Optimization Method of Laser Displacement Sensor Based on Position Sensitive Detector

Zhu Jigui Chen Hao Xue Bin

(State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments,
Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract The laser displacement sensor which uses position sensitive detector (PSD) as position detector can realize the displacement measurement in small space, but the PSD is vulnerable to external environment. Therefore, there are lots of noises in the output signal which severely affect the accuracy of PSD position detection. For the purpose of effectively extracting the useful PSD position signal, this paper presents a wavelet threshold denoising technology to improve the accuracy of position detection of laser displacement sensor based on PSD. Based on the discrete wavelet transform, the original signal of the PSD can be decomposed into multiple scales and then be reconstructed with quantified wavelet coefficients which contain the noise by soft thresholding function. The result of wavelet denoising is evaluated by the experiments such as using different kinds of base wavelet, changing the decomposition scale and considering different amounts of signal samples. The experimental results indicate that, by selecting the appropriate combination algorithm of wavelet denoising, the denoised signal can maintain the mean value of the original signal and the standard deviation can be minimized to $2\ \mu\text{m}$ or below, which significantly improves the position detection accuracy of the sensor and shorten the measurement period.

Key words measurement; position sensitive detector; wavelet denoising; laser displacement sensor; soft threshold

OCIS codes 120.5700; 120.5820; 120.6660; 060.3510; 250.0040; 250.5960

1 引言

激光位移传感器基于激光三角法的测量原理,当其应用在内径测量领域时,不仅可以发挥非接触

测量方式对被测物内表面不造成任何伤害的优势,而且可在恶劣的测量环境下将传感器位移测量的精度传递到测量直径值中。因此,在内径测量方面,激

收稿日期: 2012-10-08; 收到修改稿日期: 2012-10-30

基金项目: 国家科技重大专项(2009ZX04014-092)资助课题。

作者简介: 郝继贵(1970—),男,教授,博士生导师,主要从事激光及光电测试技术方面的研究。

E-mail: jiguizhu@tju.edu.cn

* 通信联系人。E-mail: tochenhaox@163.com

光位移传感器较之传统的电容、电感以及气动内径量仪优势明显^[1~3]。较小孔径内径测量常采用小型化的、集成化水平较高的基于位置敏感探测器(PSD)的激光位移传感器,因此 PSD 的检测精度直接决定着激光位移传感器的最终测量精度。然而在实际复杂测量环境中,PSD 易受外界环境诸如驱动和信号采集电路的稳定性、激光光源的参数特点、被测表面的特征等多因素的影响,使得输出光斑的有效位置信号淹没在大范围噪声中,严重影响 PSD 的检测精度^[4~7]。

PSD 在静态测量中输出的测量原始信号包含高频和低频噪声。高频噪声主要来自基准电压的纹波和电路中的干扰因素等。低频噪声产生于激光光源自身的不稳定因素,同时背景光的掺杂造成接收光斑的光强变化。此外,不同的被测表面颜色和粗糙度引起光束的散射效应,影响光斑分布,也会引起原始信号的低频扰动^[8,9]。为降低高低频噪声影响,同时提高 PSD 位置检测精度,调制和滤波两种方法常被采用。调制法是指 PSD 的入射光采用正弦调制,根据 PSD 两极输出信号的相位差与光斑位置呈显著线性关系的特点提高 PSD 的抗干扰能力^[10]。调制法对消除背景光影响效果明显,但光强的变化易导致输出位置产生非线性误差,同时环境中的杂散光也造成测量结果的不稳定,此外复杂的调制与鉴相系统不符合激光位移传感器小型化、集成化的发展趋势。与此相比,滤波法可通过软件算法滤除测量信号中的噪声以提高检测精度,信号去噪效果明显。经典的滤波方法如巴特沃斯滤波器、切比雪夫滤波器可在保留通带信号、滤除阻带噪声的同时实现有用信号与噪声信号的分离^[11,12]。经典滤波方式的前提是信号频谱与噪声频谱没有发生重叠,而实际环境中噪声分布在整个频域,在通带内也无法有效提取有用信号的轮廓。傅里叶变换理论提供了对信号进行时-频分析的基本方法,其中短时傅里叶变换(STFT)通过加入窗函数可观测信号的局部特征^[13]。但短时傅里叶变换具有时-频窗宽度无法进行自适应调整的缺点,使其在处理包含非平稳噪声的信号时精细化水平不高,检测精度改善不明显。小波变换在继承短时傅里叶变换思想的同时不仅解决了时-频窗无法改变的根本问题,而且在时-频域都具有很强的局部特征表现能力,在处理非平稳信号方面的优势显著^[14~16]。

本文在分析基于离散小波变换(DWT)的多分辨分析原理的基础上^[17],将 PSD 的输出信号进行

多尺度分解,同时利用小波变换的去相关性,提出利用阈值降噪法对小波系数进行处理^[18,19],最后完成小波重构。通过在不同基小波、不同尺度和不同采样数量的前提下对比验证,选择出提高 PSD 检测精度的最优的小波去噪方案。

2 小波去噪原理

2.1 小波分解

小波去噪的前提是对信号的分解,而离散小波变换是小波分解^[20~22]的基础,它将连续小波变换(CWT)中基小波的尺度参数 a 和位移参数 b 离散化,其目的是减小小波变换系数的冗余度。选取 $a = a_0^m$ 和 $b = nb_0 a_0^m$,则离散化的基小波为

$$\psi_{m,n}(x) = a_0^{-m/2} \psi(a_0^{-m} x - nb_0), \quad (1)$$

离散化小波系数可表示为

$$C_{m,n} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{m,n}^*(x) dx = \langle f, \psi_{m,n} \rangle. \quad (2)$$

在离散小波变换的基础上,对 PSD 输出的连续采样信号即原始信号进行基于 Mallat 算法的多尺度分解,获取各尺度下的尺度系数(即低频系数)和小波系数(即高频系数)。信号分解首先应根据多分辨分析思想选择合适的正交基小波 $\phi(x)$ 作为尺度函数并构造小波函数 $\psi(x)$,通过尺度函数和小波函数构建的高低通滤波器获取各个尺度下的尺度系数和小波系数,分解过程如图 1 所示。

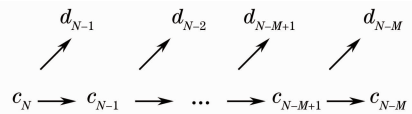


图 1 小波分解过程示意图

Fig. 1 Schematic of wavelet decomposition process

假设信号的分解水平为 N ,对于某个正整数 $M(0 \leq M \leq N)$,将信号分解到 $N-M$ 水平共 M 个尺度,即由已知的原始尺度系数 c_N 即 $\{c_{N,n}\}$ 分解得出各个尺度下的小波系数 d_k 即 $\{d_{k,n}\}, k = N-1, \dots, N-M$ 及最后 M 尺度下的尺度系数 $\{c_{N-M,n}\}$ 。

2.2 阈值量化

PSD 输出的原始信号包含有用信号和噪声信号,降噪的目的是抑制噪声信号并按照某种误差准则获得有用信号的最佳逼近。小波变换的去相关性使得有用信号的小波系数集中在数值较大的少量区域内,而噪声信号的小波系数集中在数值较小的大量区域内。根据上述特点,小波阈值收缩降噪法可在最小均方差误差意义下使去噪结果达到近似最

优,其中阈值及阈值量化函数的选取至关重要。基于无偏似然估计原理的阈值计算方法以原始测量数据为依据计算阈值 T 的极大似然估计,其阈值的选择具有自适应性,符合实时测量要求。

阈值的计算需用小波分解所得的高频小波系数 $d_k (k=1,2,\dots,L/2)$, L 为采样个数,令信号 $y(k)$ 为 $|d_k|$ 的升序序列,现假设 $y_1(k) = y(k)^2$, 则有

$$y_2(k) = \sum_{i=1}^k y_1(i), \quad (3)$$

$$r(k) = \frac{L/2 - 2k + y_2(k) + (L/2 - k)y_1(k)}{L/2}. \quad (4)$$

取 $r(k)$ 的最小值计算阈值 T , 则有

$$T = \sigma \sqrt{\min\{r(k)\}_{1 \leq k \leq L/2}}, \quad (5)$$

式中 $\sigma = \frac{\text{Med}\{|d_k|\}_{1 \leq k \leq L/2}}{0.6745}$, 其中 Med 函数为中值函数。

在计算得到阈值 T 后,选择软阈值函数作为阈值的量化函数。软阈值函数针对小波分解所得的高频小波系数进行量化,与硬阈值相比,软阈值函数适用于连续性信号而非突变信号的处理,并且处理结果平滑,对于基于被测物表面静态测量的激光位移传感器的输出信号处理更为合适。软阈值处理高频小波系数 d_k 遵循的表达式为

$$d'_k = \begin{cases} d_k - T, & d_k > T \\ d_k + T, & d_k < -T \\ 0, & |d_k| \leq T \end{cases}, \quad (6)$$

式中 $T > 0$ 。

小波分解各尺度下的高频系数 $\{d_{k,n}\}$ 与对应尺度下的阈值 T 按照(6)式对比后做量化处理,即

可得到去噪后各尺度下新的高频系数 d'_k 即 $\{d'_{k,n}\}$ 。

2.3 信号重构

信号重构是信号分解的逆过程。结合 M 尺度下的低频系数和去噪后各尺度的高频系数完成信号的重构,如图 2 所示。

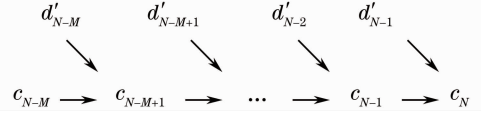


图 2 小波重构过程示意图

Fig. 2 Schematic of wavelet reconstruction process

重构过程自下而上依次进行,先利用最终分解的 M 尺度下的尺度系数 c_{N-M} 和经阈值量化后的小波系数 d'_{N-M} 计算上一水平下尺度系数 c_{N-M+1} , 逐级计算得到最高分解水平 N 下的尺度系数 c_N , 结合尺度函数完成去噪后信号的重构,其重构的公式为

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{N,n} \phi(x). \quad (7)$$

2.4 小波去噪方法

在小波去噪过程中,如图 3 所示,首先应根据 PSD 输出的包含大量噪声的位置信号特征选择合适的基小波,从而进行基于多分辨分析的小波分解过程,获取低频尺度系数和高频小波系数。在对高频小波系数中的噪声部分通过软阈值函数量化处理后,利用尺度系数和新的低频小波系数重构测量信号。重构后的信号将与测量原始数据的平均值和标准差进行对比,以去噪前后数据的平均值相近程度及检测精度是否优于 $2 \mu\text{m}$ 作为检验小波去噪算法优劣的标准。

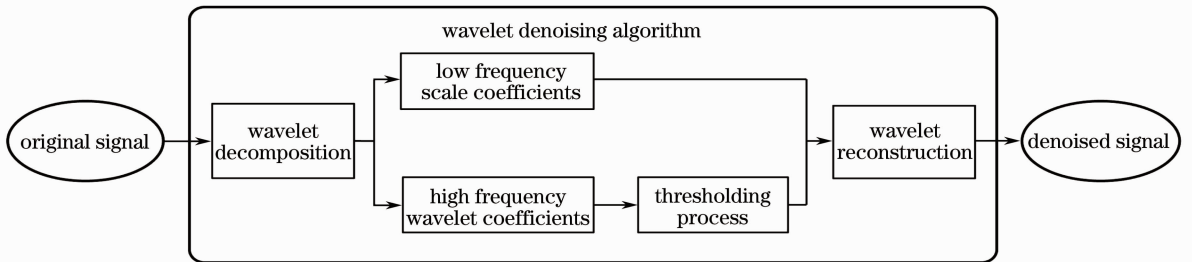


图 3 小波去噪流程图

Fig. 3 Flow chart of wavelet denoising process

3 实验装置

本文所设计的实验装置旨在在静态测量状态下获取 PSD 输出的光斑位置信号。该装置基于激光位移传感器的测量结构,根据直射式激光三角法的测量原理,其组成部分主要包括带尾纤的二极管激

光器、尾纤准直器、成像物镜、位置检测器件 PSD 以及相应的机械调整固定机构和信号处理电路,如图 4 所示。测量时由激光器出射的光经准直后照射在被测物表面上产生漫反射,成像物镜将漫反射光会聚在 PSD 的感光面后输出两路电流信号。

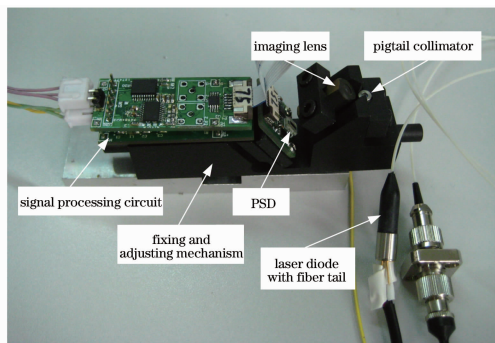


图 4 基于 PSD 的激光位移传感器测量装置
Fig. 4 Experimental device of laser displacement sensor based on PSD

基于 PSD 的激光位移传感器的突出特点是小型化,主要用来应对在狭小空间中的测量对象。在实际器件选择中,小型化的理念首先体现在尾纤准直器的运用。外形尺寸为 $\Phi 5 \text{ mm} \times 26 \text{ mm}$ 的尾纤准直器占用空间小,同时激光器外置还可大大降低测量环境的发热量累积。准直器将激光器的出射光斑大小在测量范围内保持在 0.4 mm 以内,以保证测量精度要求。本文所用尺寸为 $\Phi 8 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$ 的成像物镜的放大倍数为 1.5 倍左右,PSD 的感光

面尺寸为 $3.5 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$,因而运用相应的机械结构可在测量范围内的成像光斑完全落在感光面上,满足 PSD 检测光斑位置的必要条件。PSD 所具有的亚微米级的分辨力、检测位置与光强无关及连续的模拟信号输出等优势也是实现激光位移传感器小型化的前提。在提供稳定的基准电压的基础上,PSD 输出的电流信号只需简单的信号放大与转换即可传输至计算机进行处理。配套的电路板尺寸为 $14 \text{ mm} \times 44 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$,最终装配后的激光位移传感器外形尺寸约为 $18 \text{ mm} \times 85 \text{ mm} \times 33 \text{ mm}$,满足横向小空间的测量需求。

PSD 输出的微安级的电流信号与光斑位置直接相关,处理时首先应将其转换为电压信号并放大。为最大程度地减少信号处理电路引入的噪声和误差,电压信号即刻通过 12 bit 同步采样模/数(A/D)转换电路转化为数字信号并传输至计算机进行存储和计算光斑的位置坐标。PSD 的输出信号处理流程如图 5 所示。贯彻小型化设计理念,原始测量信号即可以数字电压信号输出,采用软件滤波以去除传统硬件滤波电路所占空间。

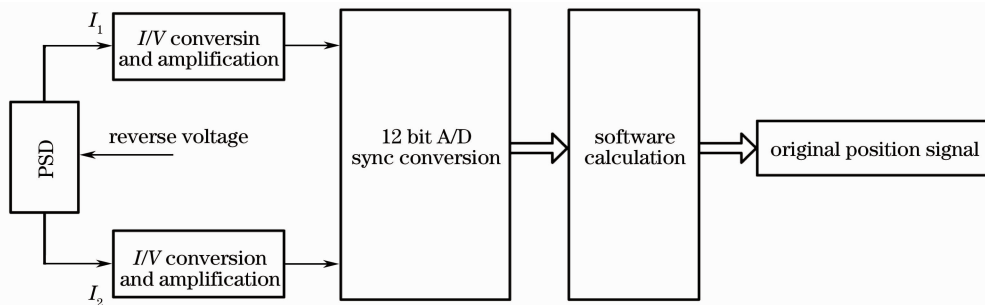


图 5 PSD 信号处理流程
Fig. 5 Flow chart of PSD signal processing

4 实验分析

4.1 原始信号

由于测量时获取的是被测表面的静态位置信息,而噪声具有随机性特点,所以适当延长原始测量信号的采样间隔以预留信号去噪处理、数据显示和存储所需时间。设置采样间隔 $\Delta t = 10 \text{ ms}$,PSD 输出的光斑位置信号是以感光面中心为坐标原点的光斑在此坐标系下的位置。图 6 所示为被测表面在测量范围内某一位置的直接测量结果,将其作为原始测量信号。图中横坐标为采样序列数 $N(N=1, 2, \dots, 100)$,其对应的时间坐标应为 $N\Delta t$,为方便表达使用采样序列数间接表示采样时间。

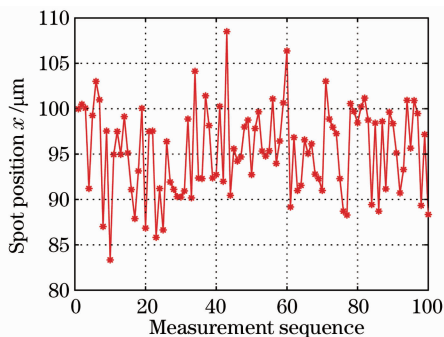


图 6 原始测量信号
Fig. 6 Original measurement signal

4.2 不同基小波去噪结果分析

信号去噪效果的评价首先取决于基小波的选

择,而在实际应用中基小波的选择只能从经验获取, Daubechies 小波以及衍生出的 SymletsA 小波族和 Coiflet 小波族具备良好的性质并应用广泛。据激光位移传感器的测量特性应选择正则性好且消失矩阶数大的 db8、sym8、coif5 小波对 PSD 测量原始信号去噪,去噪结果对比分析如图 7 所示。

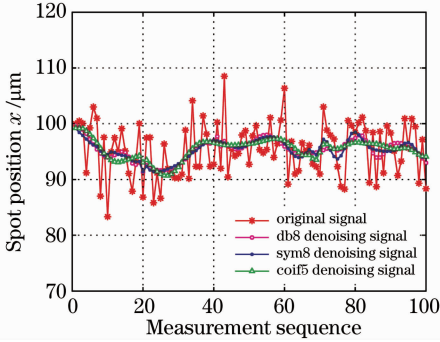


图 7 不同基小波去噪结果比较

Fig. 7 Denoising results of different base wavelets

将 PSD 原始测量数据与采用不同基小波去噪后数据的平均值和标准差做对比,在检验去噪效果的同时选择合适的基小波,如表 1 所示。

表 1 原始数据与不同小波去噪结果对比

Table 1 Results of original signals and different wavelet denoised signals

	Original signal	Denoised with db8 wavelet	Denoised with sym8 wavelet	Denoised with coif5 wavelet
Mean $\bar{x} / \mu\text{m}$	95.35	95.34	95.32	95.20
Standard deviation $\sigma / \mu\text{m}$	4.48	1.85	1.78	1.83

由图 7 可以看出, sym8 小波的去噪结果不仅比 db8 小波去噪后的波形平滑,同时也比 coif5 小

表 2 原始数据与不同尺度 sym8 小波去噪结果对比

Table 2 Results of original signals and denoised signals in different scales

	Original signal	Wavelet decomposition scale			
		1	2	3	4
Mean $\bar{x} / \mu\text{m}$	95.35	95.34	95.32	95.32	95.31
Standard deviation $\sigma / \mu\text{m}$	4.84	3.36	2.44	1.78	1.54

4.4 不同采样数量去噪结果对比

基于 PSD 的激光位移传感器在静态测量中所需采样数据的数量大小不仅决定着最终测量速度,同时影响检测误差,而合理的数据采样数量能够在保证检测精度的同时提升测量速度。将不同数量的采样数据进行 sym8 小波去噪,比较去噪后的测量结果以决定最终的采样数量,如表 3 所示。

将表 3 中去噪前后不同数量数据的平均值和标

波去噪后的波形更符合数据变化的趋势。同时分析表 1 数据可知, sym8 小波去噪后的数据平均值更接近原始数据的平均值且标准差最小。可见 sym8 小波最适合 PSD 原始测量数据的去噪处理。

4.3 不同尺度去噪结果对比

随着分解尺度的增加, PSD 原始测量信号中噪声的抑制效果更加明显,但分解与重构的计算量随之显著增加,因此在满足检测精度要求的前提下,减小分解尺度以缩短小波去噪算法的处理时间。图 8 所示为不同尺度下 sym8 小波的去噪结果对比。

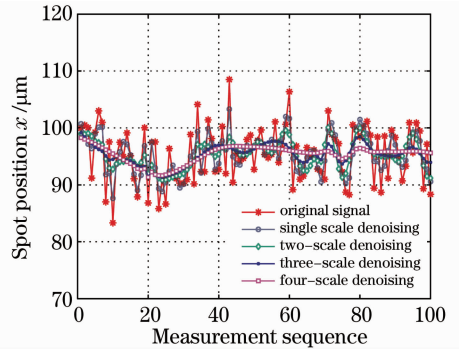


图 8 不同尺度 sym8 小波去噪结果

Fig. 8 Results of different wavelet decomposition scales

将原始测量数据与采用不同尺度 sym8 小波去噪后数据的平均值和标准差做对比,在检验去噪效果的同时选择合适的分解尺度,如表 2 所示。

根据不同尺度 sym8 小波的去噪结果与原始信号结果比较,不同尺度去噪结果的平均值都与原始信号平均值相差在 $0.03 \mu\text{m}$ 以内,而去噪后数据的标准差在三尺度以上可达到 $2 \mu\text{m}$ 以下,所以选择三尺度小波分解即可使去噪结果满足检测精度要求。

准差通过折线图进行直观比较,如图 9、10 所示。

经比较分析可知,测量采样的数据数量越小,去噪后数据的平均值与原始数据的平均值相差越大,同时测量标准差也随数据数量的减少而变大。而当测量采样数量在 80 次时,原始数据与去噪数据之间的平均值差距微小并且去噪后数据标准差小于 $2 \mu\text{m}$,所以激光位移传感器在实际测量中设定采样次数为 80 次即可满足检测精度要求。

表 3 不同数量原始数据的去噪结果对比
Table 3 Denoising results of signals in different sample measurement numbers

Sample measurement number	Mean $\bar{x} / \mu\text{m}$	Standard deviation $\sigma / \mu\text{m}$
20	Original	95.17
	Denoised	95.10
40	Original	94.39
	Denoised	94.26
60	Original	95.37
	Denoised	95.32
80	Original	95.24
	Denoised	95.28
100	Original	95.35
	Denoised	95.31

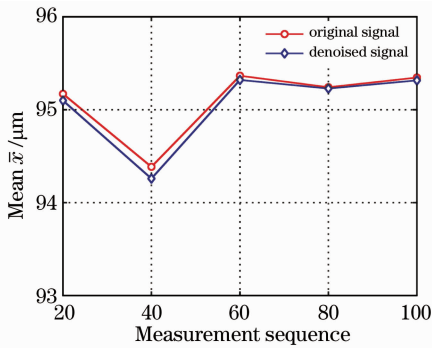


图 9 去噪前后不同数量数据的平均值
Fig. 9 Mean before and after denoising for different sample measurement numbers

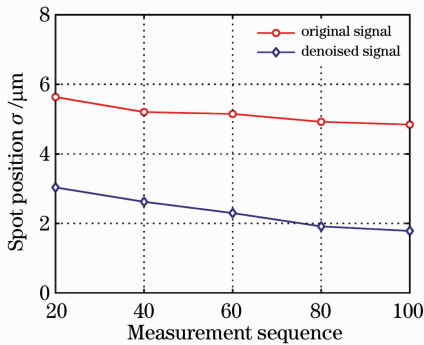


图 10 去噪前后不同数量数据的标准差
Fig. 10 Standard deviation before and after denoising for different sample numbers

4.5 小波去噪与传统去噪方法对比

传统去噪方法是原始信号经短时傅里叶变换完成时频分解,采用典型的低通滤波器滤除高频噪声,而后进行傅里叶逆变换获取去噪后信号。传统傅里叶变换去噪与上述小波阈值去噪方法结果对比如图 11 所示。由此可见,虽然传统去噪方法在一定程度上抑制了噪声,但是其曲线平滑和精细化水平远

不及小波阈值去噪方法。

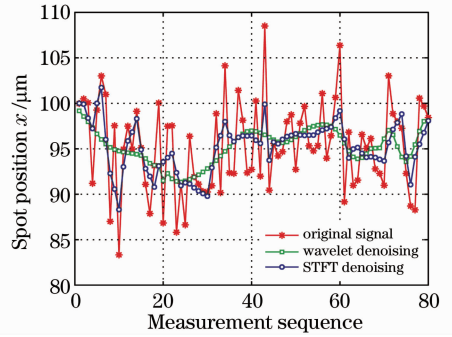


图 11 小波去噪与传统去噪结果对比图
Fig. 11 Comparison of wavelet denoising and traditional denoising results

5 结 论

提出了一种基于 PSD 的激光位移传感器的检测精度优化方法,该方法根据离散小波变换理论对原始测量信号进行多尺度分解以获取尺度系数和小波系数,采用软阈值函数对包含噪声的小波系数做量化处理,利用处理后的系数重构测量信号。选择不同的基小波、不同的分解尺度以及不同的采样数据数量对 PSD 输出的原始信号进行小波去噪,将结果进行平均值和标准差的对比。经实验验证,对采样数量为 80 的原始信号选择 sym8 小波进行三尺度分解后,按照无偏似然估计原则计算阈值,并根据软阈值函数处理含噪声的小波系数,重构后去噪信号的平均值与原始数据平均值极其相近,且标准差可降到 $2 \mu\text{m}$ 以下,显著地提高了激光位移传感器的位置检测精度,同时可在狭小空间内实现高精度激光三角位移测量。

参 考 文 献

- 1 Sun Changku, Wang Xiaobing, Liu Bin et al.. Capacitance sensor measurement method for micro-aperture[J]. *Nanotechnology and Precision Engineering*, 2006, 4(2): 103~106
孙长库,王小兵,刘斌等. 电容传感微小孔径的测量方法[J]. *纳米技术与精密工程*, 2006, 4(2): 103~106
- 2 S. Fericean, R. Droxler. New noncontacting inductive analog proximity and inductive linear displacement sensors for industrial automation [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2007, 7(11-12): 1538~1545
- 3 Liu Zhimin, Ye Huaichu. Measurement uncertainty analysis of pneumatic measuring instruments[J]. *Metrology & Measurement Technique*, 2009, (6): 69~70
刘志敏,叶怀储. 气动量仪测量不确定度分析[J]. *计量与测试技术*, 2009, (6): 69~70
- 4 W. P. Connors. Lateral photodetector operating in the fully reverse-biased mode[J]. *IEEE Trans. Electron Devices*, 1971, 18(8): 591~596
- 5 Shang Hongyan, Zhang Guangjun. Relative study of position

- response characteristic of PSD with illuminating modes of light source[J]. *Optical Technique*, 2005, **34**(3): 445~448
- 尚鸿雁, 张广军. PSD位置响应特性与光源照射方式的关系研究[J]. *光学技术*, 2005, **34**(3): 445~448
- 6 Wu Jianfeng, Wang Wen, Chen Zichen. Study on the analysis for error in triangulation laser measurement and the method of improving accuracy [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2003, **20**(5): 89~91
- 吴剑锋, 王文, 陈子辰. 激光三角法测量误差分析与精度提高研究[J]. *光电工程*, 2003, **20**(5): 89~91
- 7 J. Henry, J. Livingstone. Optimizing the response of Schottky barrier position sensitive detectors [J]. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2004, **37**(22): 3180~3184
- 8 Ding Xiaokun, Liu Tiegeng, Song Dianyou. Impact of accuracy of laser spot quality in laser triangulation long-term continuous measuring based on PSD[J]. *Chinese J. Lasers*, 2012, **39**(2): 0208006
- 丁小昆, 刘铁根, 宋殿友. 激光光斑质量对基于 PSD的激光三角法长时间连续测量精度的影响[J]. *中国激光*, 2012, **39**(2): 0208006
- 9 Qian Xiaofan, Rao Fan, Lin Chao *et al.*. Speckle noise reduction algorithm based on principle of shearing interferometry [J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(7): 0708003
- 钱晓凡, 饶帆, 林超等. 基于剪切干涉原理的散斑噪声降噪算法[J]. *中国激光*, 2011, **38**(7): 0708003
- 10 Qin Lan, Liu Zhihui. Research on PSD phase measurement technology[J]. *Chinese J. Sensors and Actuators*, 2009, **22**(5): 760~763
- 秦岚, 刘志辉. PSD相位法测量技术研究[J]. *传感技术学报*, 2009, **22**(5): 760~763
- 11 B. Yu, D. Gabriel, L. Noble *et al.*. Estimate of the optimum cutoff frequency for the Butterworth low-pass digital filter[J]. *J. Appl. Biomech.*, 1999, **15**(3): 318~329
- 12 S. C. D. Roy. Modified Chebyshev lowpass filters[J]. *Int. J. Circuit Theory and Applications*, 2010, **38**(5): 543~549
- 13 Zhong Youming, Qin Shuren, Tang Baoping. Uniform mathematics model of the Fourier transform and the wavelet transform [J]. *Chinese J. Mechanical Engineering*, 2002, **38**(11): 36~41
- 钟佑明, 秦树人, 汤宝平. 傅里叶变换与小波变换的统一数学模型[J]. *机械工程学报*, 2002, **38**(11): 36~41
- 14 X. C. Yin, P. Han, J. Zhang *et al.*. Application of wavelet transform in signal denoising [C]. IEEE 2003 International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 2003. 436~441
- 15 L. B. Magalas, J. Kwasniewski. Selected applications of the wavelet transform [J]. *Solid State Phenomena*, 2003, **89**: 355~364
- 16 Z. Q. Li, Z. B. Wang. Application of wavelet analysis for denoising[C]. Proceedings of the Third International Symposium on Instrumentation Science and Technology, 2004, **2**: 622~625
- 17 Mao Jiandong, Hua Dengxin, Wang Yufeng *et al.*. Noise reduction in lidar signal based on wavelet packet analysis[J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(2): 0209001
- 毛建东, 华灯鑫, 王玉峰等. 基于小波包分析的激光雷达信号消噪算法[J]. *中国激光*, 2011, **38**(2): 0209001
- 18 Yin Guoxin, Wang Gao, Li Yangjun *et al.*. Data analysis of PSD test system based on wavelet theory [J]. *Electro-Optic Technology Application*, 2011, **26**(3): 85~88
- 尹国鑫, 王高, 李仰军等. 基于小波理论的 PSD测试系统的数据分析[J]. *光电技术应用*, 2011, **26**(3): 85~88
- 19 Zhang Rongbiao, Hu Haiyan, Feng Youbing. Study on weak signal detection method based on wavelet entropy[J]. *Chinese J. Scientific Instrument*, 2007, **28**(11): 2078~2084
- 张荣标, 胡海燕, 冯友兵. 基于小波熵的微弱信号检测方法的研究[J]. *仪器仪表学报*, 2007, **28**(11): 2078~2084
- 20 S. Mallat. A theory for multiresolution signal decomposition; the wavelet representation[J]. *IEEE Trans. PAMI*, 1989, **11**(7): 674~693
- 21 D. L. Donoho. De-noising by soft-thresholding [J]. *IEEE Trans. Information Theory*, 1995, **41**(3): 613~627
- 22 D. L. Donoho, I. M. Johnstone. Adapting to unknown smoothness via wavelet shrinkage [J]. *J. Am. Stat. Assoc.*, 1995, **90**(432): 1200~1224