

用摄动法分析四频差动激光陀螺腔中的光场偏振特性

赵洪常 汪之国*

(国防科学技术大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要 为了在四频差动激光陀螺腔中得到理想的圆偏振光,采用摄动法分析了偏振度随谐振腔参量的变化规律。对平面腔四频差动激光陀螺,考虑了反射镜各向异性以及水晶片的旋光角和线双折射。对非平面腔四频差动激光陀螺,考虑了反射镜各向异性和异面旋光角。以理想谐振腔的琼斯矩阵为 0 阶近似,推导了近似到 1 阶的微扰琼斯矩阵,采用矩阵本征问题的摄动法求出了本征矢量的 1 阶摄动解,从而可求出光场的偏振度。以旋光 90° 为例讨论了光场偏振度随反射镜各向异性的变化规律。当偏振度小于 0.05 时,摄动法求出的解析式与严格数值解在较高的精度上一致。非平面腔四频差动激光陀螺腔内光场偏振度随各反射镜各向异性的变化规律不同于平面腔的情况。该结果对四频差动激光陀螺腔的优化设计具有一定的指导作用。

关键词 激光器;偏振度;摄动法;四频差动激光陀螺;琼斯矩阵

中图分类号 TN248 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201340.0202002

Polarization Properties of the Eigenmodes in the Four-Mode Differential Laser Gyro with Perturbation Method

Zhao Hongchang Wang Zhiguo

(College of Opto-Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract In order to obtain ideal circularly polarized laser in the four-mode differential laser gyro, the influence of cavity parameters on polarization degree is analyzed with perturbation method. The perturbation matrix to the first order approximation is derived. Not only anisotropies of cavity mirrors but also optical activity and linear birefringence of quartz crystal are considered for planar four-mode differential laser gyro, while anisotropies and nonplanar rotation angle of cavity mirrors are considered for nonplanar four-mode differential laser gyro. The first order perturbation solution of eigen-vector is obtained with perturbation method for eigen problem of matrix. The variation of polarization degree as a function of anisotropies of cavity mirrors is discussed when the rotation angle of the cavity is 90° . Expressions derived from perturbation method agree well with strict numerical solutions when polarization degree is less than 0.05. Polarization degrees of four-mode differential laser gyros as a function of anisotropies of mirrors are different between planar and nonplanar cavity. The results have certain instructive effect for optimizing the cavity design of four-mode differential laser gyro.

Key words lasers; polarization property; perturbation method; four-mode differential laser gyro; Jones matrix

OCIS codes 140.3370; 260.5430; 140.3410; 260.1440

1 引 言

激光陀螺是基于萨格奈克效应来测量角速度的光学仪表。与传统的机电陀螺相比,具有比例因子精确、动态范围大、对加速度不敏感等优点,被誉为捷联式惯导系统的理想器件^[1]。然而,激光陀螺中

反射镜和光阑引入的背向散射和非均匀损耗会导致闭锁效应,使它不能感应较低的角速度^[2]。为了克服闭锁问题,激光陀螺需要采用各种偏频技术。采用机械抖动偏频技术的激光陀螺应用最为广泛,但它仍无法完全消除锁区的影响^[3,4],而且机械抖动

收稿日期: 2012-09-06; 收到修改稿日期: 2012-10-15

基金项目: 国家自然科学基金(61078017)资助课题。

作者简介: 赵洪常(1978—),男,硕士,讲师,主要从事激光陀螺及其应用方面的研究。

E-mail: hc_zhao19772008@yahoo.com.cn

* 通信联系人。E-mail: maxborn@163.com

装置产生的噪声和干扰增大了系统设计难度。

另一种获得广泛应用的激光陀螺为四频差动激光陀螺(FMDLG),它采用磁光恒定偏频,有效地解决了闭锁问题^[5~7]。理想情况下,FMDLG的激光谐振腔中运行的激光应为圆偏振光,但由于反射镜的幅度和相位各向异性^[8]、腔内元件如水晶片的线双折射^[9]等效应的影响,实际运行的是椭圆偏振光。非圆偏振导致经过合光棱镜后左旋和右旋圆的偏振光不能完全分开,使左、右旋陀螺间的信号产生一定程度的串扰,影响FMDLG解调信号的纯度。另外还使FMDLG对横向磁场有一定的敏感性^[10,11],降低了抗环境干扰的能力。文献[8,9,12]分析了环形激光器中的光场偏振特性,文献[13]讨论了非平面环形腔的偏振稳定性,对减小FMDLG谐振腔中的光场椭圆度具有较大的参考价值。但上述研究多是采用数值求解的方法,当考察的变量较多且存在交叉作用时,很难满足所有情况,以至无法给出普遍性的规律。即使在某些特殊条件下给出了解析表达式,与复杂的实际情况也有所偏差。本文采用琼斯矩阵分析谐振腔元件非理想性对偏振度的影响,并以理想谐振腔的琼斯矩阵为初始矩阵,以各种误差为微扰,利用矩阵本征问题的摄动理论求出了光场偏振度的解析表达式,非常清晰地反映了偏振度随各种误差的变化规律,可为FMDLG的光腔设计提供更好的指导。

2 矩阵本征问题求解的摄动理论

矩阵本征问题求解的摄动理论有一套成熟的流程,下面仅列出求解步骤,详细推导可参考文献[14]。设 T_0 为不考虑微扰时的初始矩阵,它满足本征方程 $T_0 \mathbf{u}_i^{(0)} = \lambda_i^{(0)} \mathbf{u}_i^{(0)}$ ($i=1,2,\dots$),这里 $\lambda_i^{(0)}$ 为本征值, $\mathbf{u}_i^{(0)}$ ($i=1,2,\dots$)为正交归一的本征矢量集。

受到微扰后 T_0 成为 T ,可表示为

$$T = T_0 + \sigma T_1, \quad (1)$$

式中 σT_1 为微扰量, σ 为小量。

将 T 的第 i ($i=1,2,\dots$)个本征矢量和本征值按 σ 的幂次展开,有

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i &= \mathbf{u}_i^{(0)} + \sigma \mathbf{u}_i^{(1)} + \sigma^2 \mathbf{u}_i^{(2)} + \dots, \\ \lambda_i &= \lambda_i^{(0)} + \sigma \lambda_i^{(1)} + \sigma^2 \lambda_i^{(2)} + \dots. \end{aligned} \quad (2)$$

将(2)式代入到(1)式并令 σ 的同幂项相等,然后利用本征矢量的正交归一性可得本征矢量的1阶摄动解

$$\mathbf{u}_i^{(1)} = \sum_{k \neq i} \frac{1}{\lambda_i^{(0)} - \lambda_k^{(0)}} \mathbf{u}_k^{(0)+} T_1 \mathbf{u}_i^{(0)} \mathbf{u}_k^{(0)}, \quad (3)$$

式中 $\mathbf{u}_k^{(0)+}$ 中的+号表示取共轭转置。

对于FMDLG的偏振态分析,由于现有工艺水平能够保证安装误差和元件误差很小,因此1阶摄动解已足够,这时可将 σT_1 、 $\sigma \mathbf{u}_i^{(1)}$ 和 $\sigma \lambda_i^{(1)}$ 看作一个整体,下面不再写出 σ 。

用琼斯矩阵来表示谐振腔各元件对偏振态的变换作用,用琼斯矢量来表示偏振态。理想情况下整个FMDLG谐振腔的琼斯矩阵为 2×2 旋转矩阵,本征态为圆偏振^[8],因而有

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1^{(0)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}, \quad \lambda_1^{(0)} = \exp(i\varphi), \\ \mathbf{u}_2^{(0)} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}, \quad \lambda_2^{(0)} = \exp(-i\varphi), \end{aligned} \quad (4)$$

式中 φ 表示光波在谐振腔中运行一周的旋光角,同时也表示旋光作用引入的附加相移。

将 T_1 表示为分量的形式

$$T_1 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \quad (5)$$

然后将(4)、(5)式代入到(3)式,可求出本征矢量的1阶摄动解为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1^{(1)} &= \frac{1}{\exp(i\varphi) - \exp(-i\varphi)} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 \times \\ &\quad [(a-d) + i(b+c)] \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}, \\ \mathbf{u}_2^{(1)} &= - \frac{1}{\exp(i\varphi) - \exp(-i\varphi)} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 \times \\ &\quad [(a-d) - i(b+c)] \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6)$$

下面利用本节的公式分析两类典型的FMDLG谐振腔中光场的偏振特性,即采用水晶旋光的平面腔FMDLG和采用非平面光路旋光的异面腔FMDLG。

3 平面结构四频差动激光陀螺的光场偏振度

3.1 矩阵模型

平面腔FMDLG的结构如图1所示^[8],其中水晶片起互易旋光作用,法拉第室起非互易旋光作用。由于法拉第室的旋光角远小于水晶片的旋光角 ρ ,因此下面将忽略它对偏振度的影响。

理想情况下水晶片的琼斯矩阵为旋光矩阵,即

$$C = \begin{bmatrix} \cos \rho & \sin \rho \\ -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix}, \quad (7)$$

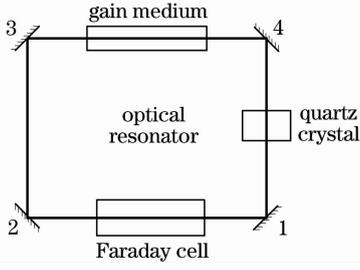


图 1 平面腔四频差动激光陀螺结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of planar cavity FMDLG

反射镜的琼斯矩阵为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

因此整个谐振腔的琼斯矩阵为

$$\mathbf{T}_0 = \mathbf{C}\mathbf{M}_4\mathbf{M}_3\mathbf{M}_2\mathbf{M}_1 = \begin{bmatrix} \cos \rho & \sin \rho \\ -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix}. \quad (9)$$

当水晶片的光轴与谐振腔光轴不一致时,其琼斯矩阵为^[9]

$$\mathbf{C} = \frac{1}{h^2 + 1} \times \begin{bmatrix} h^2 \exp(i\rho) + \exp(-i\rho) & 2h \sin \rho \\ -2h \sin \rho & \exp(i\rho) + h^2 \exp(-i\rho) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中 $h = \frac{|n_e - n_o| \sin^2 \alpha}{|n_L - n_R|} + \sqrt{1 + \frac{(n_e - n_o)^2 \sin^4 \alpha}{(n_L - n_R)^2}}$,

n_e, n_o 分别为 e 光和 o 光的折射率, n_L, n_R 分别为左、右旋偏振光的折射率, α 为水晶光轴与谐振腔光轴

之间的夹角. 对于水晶有 $\frac{|n_e - n_o|}{|n_L - n_R|} = 137$.

记 $\Lambda = \frac{|n_e - n_o| \sin^2 \alpha}{|n_L - n_R|}$, 将 h 近似到 Λ 的一阶小量, 得到 $h = 1 + \Lambda$, 代入到(10)式得

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \cos \rho & \sin \rho \\ -\sin \rho & \cos \rho \end{bmatrix} + \Lambda \sin \rho \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

考虑到 s 光和 p 光的(s-p)各向异性, 反射镜 m ($m=1, 2, 3, 4$) 的琼斯矩阵则为^[8]

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m &= r_{sm} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -\frac{r_{pm}}{r_{sm}} \exp(-i\Delta_{2m}) \end{bmatrix} \approx \\ & r_{sm} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -(1 - \Delta_{1m} - i\Delta_{2m}) \end{bmatrix} = \\ & r_{sm} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 + \eta_m \end{bmatrix} = r_{sm} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + r_{sm} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \eta_m \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (12)$$

式中 r_{pm}, r_{sm} 和 Δ_{2m} ($m=1, 2, 3, 4$) 分别为反射镜 m

的 p 光和 s 光的反射系数和反射相移差, $\Delta_{1m} = \frac{r_{sm} - r_{pm}}{r_{sm}}$, $\eta_m = \Delta_{1m} + i\Delta_{2m}$. 由于矩阵前的公共系数 r_{sm} 对偏振态没有影响, 下面将它略去.

将(11)和(12)代入到(9)式, 并略去 2 阶以上的小量, 得到整个谐振腔的微扰矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_1 &= \Lambda \sin \rho \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4) \times \\ & \begin{bmatrix} 0 & -\sin \rho \\ 0 & -\cos \rho \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda \sin \rho & -\eta \sin \rho \\ 0 & -\Lambda \sin \rho - \eta \cos \rho \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $\eta = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \eta_4$.

3.2 偏振度

设偏振光场的椭率角为 χ , 将光场的琼斯矢量表示为

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} A + iB \\ C + iD \end{bmatrix}, \quad (14)$$

根据高等光学知识可得

$$\sin 2\chi = \frac{2(AD - BC)}{A^2 + B^2 + C^2 + D^2}, \quad (15)$$

偏振度定义为

$$P = \frac{1 - \tan^2 \chi}{1 + \tan^2 \chi} = \cos 2\chi = \sqrt{1 - \sin^2 2\chi}, \quad (16)$$

根据该定义, $P=0$ 即为理想的圆偏振光, P 越大表示偏离圆偏振光越大.

将微扰矩阵(13)式中的各元素代入到(6)式可得本征矢量的 1 阶近似为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1^{(1)} &= \frac{1}{2i \sin \rho} (\Lambda 2i \sin \rho + \eta \cos \rho - i\eta \sin \rho) \times \\ & \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}, \\ \mathbf{u}_2^{(1)} &= -\frac{1}{2i \sin \rho} (\Lambda 2i \sin \rho + \eta \cos \rho + i\eta \sin \rho) \times \\ & \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right)^3 \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (17)$$

对于 FMDLG, 通常有 $\rho = \pi/2$. 由(4)式和(17)式可求出左旋光和右旋光的偏振度, 都是

$$P = \sqrt{\left(\Lambda - \frac{1}{2} \eta_r \right)^2 + \frac{1}{4} \eta_i^2}. \quad (18)$$

由(18)式可知偏振度为 0 的条件为

$$\begin{aligned} \Lambda - \frac{1}{2} \eta_r &= 0, \\ \eta_i &= 0, \end{aligned} \quad (19)$$

式中 η 的下标 r 和 i 分别表示实部和虚部.

为了考查(18)式的近似解是否与精确解一致,下面随机选取几种情况采用数值计算求出 $CM_4M_3M_2M_1$ 的本征矢量所表示的偏振度,并将它与(18)式进行比较。设反射镜初始参量为: $r_{p1} = 0.9994, r_{p2} = r_{p3} = r_{p4} = 0.99994, r_{s1} = 0.9999, r_{s2} = r_{s3} = r_{s4} = 0.99999, \Delta_{21} = 0.2865^\circ, \Delta_{22} = -0.1719^\circ, \Delta_{23} = 0.0573^\circ, \Delta_{24} = 0.1146^\circ$ 。由上述参量可计算出 $\eta_r = 6.8 \times 10^{-4}, \eta_i = -0.005$ 。

1) 设 α 的范围为 $0^\circ \sim 2^\circ$, 偏振度 P 随 α 的变化如图 2 所示, 图中 Num. 表示数值计算结果, Pert. 表示摄动法的结果。可见, 当 $\alpha = 0.09^\circ$ 时取极小值, 这时 $\Lambda = 3.4 \times 10^{-4}$, 正好等于 $\eta_r/2$, 并且最小值与 $\eta_r/2$ 也非常接近。

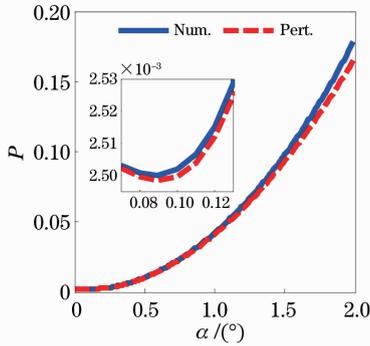


图 2 偏振度随偏折角的变化

Fig. 2 Polarization as a function of deviation angle

2) 令 $\alpha = 0.2^\circ, \Delta_{22}$ 从 -5.7° 变化到 5.7° , 偏振度 P 随 Δ_{22} 的变化如图 3 所示。可知当 $\Delta_{22} = 0.456^\circ (0.008 \text{ rad})$ 时, $\eta_i = 0$, 这时偏振度取极小值 $|\Lambda - \eta_r/2| = 1.3 \times 10^{-3}$ 。

比较图 2 和图 3 中的精确数值解与摄动解可知, 当偏振度小于 0.05 时, 摄动法得到的表达式完全可以用来分析 FMDLG 的偏振态。由(19)式可知, 为了减小偏振度, 首先要保证 4 个反射镜的 s-p 相位各向异性之和为 0, 然后调整水晶光轴的夹角使线双折射的影响抵消 4 个反射镜的 s-p 幅度各向异性之和。实际 FMDLG 所用的反射镜, 一般 η_r 比 η_i 小一个数量级且 η_r 已经比较小, 这样只要 $\eta_i = 0$ 且 $\Lambda = 0$ 就基本满足要求。

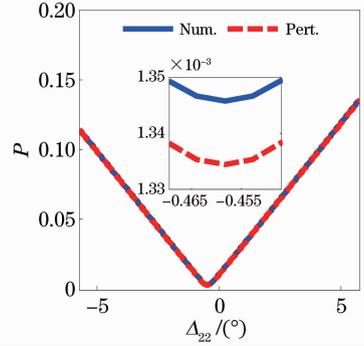


图 3 偏振度随 Δ_{22} 的变化

Fig. 3 Polarization as a function of Δ_{22}

4 非平面腔四频差动激光陀螺的光场偏振度

4.1 矩阵模型

图 4 为等边等角非平面腔四频差动激光陀螺结构示意图。以反射镜 1 为起始点时, 整个谐振腔的琼斯矩阵为^[15]

$$\mathbf{T} = \mathbf{R}(\theta)\mathbf{M}_4\mathbf{R}(-\theta)\mathbf{M}_3\mathbf{R}(\theta)\mathbf{M}_2\mathbf{R}(-\theta)\mathbf{M}_1, \quad (20)$$

式中 $\mathbf{R}(\theta)$ 为旋转矩阵:

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad (21)$$

式中 θ 为连续两次反射之间的异面旋光角。不考虑反射镜各向异性时, 0 阶琼斯矩阵为

$$\mathbf{T}_0 = \begin{bmatrix} \cos 4\theta & \sin 4\theta \\ -\sin 4\theta & \cos 4\theta \end{bmatrix}. \quad (22)$$

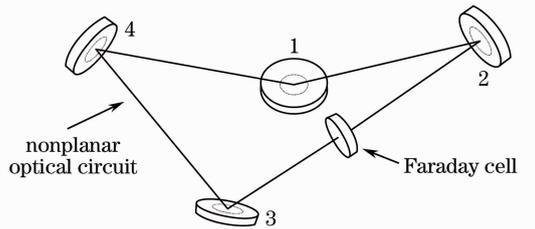


图 4 非平面腔四频差动激光陀螺结构示意图

Fig. 4 Schematic diagram of nonplanar cavity FMDLG

当考虑到反射镜各向异性时, 采用与第 3 节类似的推导, 并保留到 1 阶小量可得微扰矩阵为

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{23} & t_{22} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

式中

$$t_{11} = \sin^2 \theta [4 \cos^2 \theta (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3) - (\eta_1 + \eta_3)], t_{12} = \sin \theta \cos \theta [4 \cos^2 \theta (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + 2\eta_4) - (3\eta_1 + 2\eta_2 + \eta_3 + 4\eta_4)], t_{21} = -\sin \theta \cos \theta [4 \cos^2 \theta (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3) - (\eta_1 + 2\eta_2 + 3\eta_3)], t_{22} = -4 \cos^4 \theta (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + 2\eta_4) + \cos^2 \theta (3\eta_1 + 4\eta_2 + 3\eta_3 + 8\eta_4) - (\eta_2 + \eta_4).$$

4.2 偏振度

将微扰矩阵(23)式代入到(6)式,得到本征矢量的 1 阶近似为

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1^{(1)} &= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 \frac{1}{2i\sin 4\theta} [p_2 + (p_1 + p_3)\cos 2\theta + p_4\cos 4\theta + i\sin 2\theta(2p_1\cos 2\theta + p_3 - p_1)] \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}, \\ \mathbf{u}_2^{(1)} &= -\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^3 \frac{1}{2i\sin 4\theta} [p_2 + (p_1 + p_3)\cos 2\theta + p_4\cos 4\theta - i\sin 2\theta(2p_1\cos 2\theta + p_3 - p_1)] \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (24)$$

对实际的 FMDLG,通常取 $\theta = \pi/8$ 使整个谐振腔旋光 $\pi/2$ 。根据偏振度的定义,由(4)式和(24)式并略去 2 阶以上的小量得到

$$\begin{aligned} P_L &= \frac{1}{2} \sqrt{\left\{ \left[\eta_{4r} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3r} - \eta_{1r}) \right] + \left[\eta_{2i} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3i} + \eta_{1i}) \right] \right\}^2 + \left\{ \left[\eta_{4i} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3i} - \eta_{1i}) \right] + \left[\eta_{2r} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3r} + \eta_{1r}) \right] \right\}^2}, \\ P_R &= \frac{1}{2} \sqrt{\left\{ \left[\eta_{4r} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3r} - \eta_{1r}) \right] - \left[\eta_{2i} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3i} + \eta_{1i}) \right] \right\}^2 + \left\{ \left[\eta_{4i} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3i} - \eta_{1i}) \right] - \left[\eta_{2r} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3r} + \eta_{1r}) \right] \right\}^2}, \end{aligned} \quad (25)$$

式中下标 L 和 R 分别表示左旋和右旋,该式表明左旋和右旋光的偏振度稍有不同。

由(25)式,对于左旋光当满足以下条件可使偏振度为 0,即

$$\begin{aligned} \left[\eta_{4r} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3r} - \eta_{1r}) \right] + \left[\eta_{2i} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3i} + \eta_{1i}) \right] &= 0, \\ \left[\eta_{4i} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3i} - \eta_{1i}) \right] + \left[\eta_{2r} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3r} + \eta_{1r}) \right] &= 0. \end{aligned} \quad (26)$$

为了考查(24)式的近似解是否与精确解一致,下面随机选取几种情况从(20)式出发采用数值计算求出偏振度。设谐振腔初始参量为: $r_{p1} = 0.9994$, $r_{p2} = r_{p3} = r_{p4} = 0.99994$, $r_{s1} = 0.9999$, $r_{s2} = r_{s3} = r_{s4} = 0.99999$, $\Delta_{21} = 0.2865^\circ$, $\Delta_{22} = -0.1719^\circ$, $\Delta_{23} = 0.0573^\circ$, $\Delta_{24} = 0.1146^\circ$ 。下面通过改变反射镜相位的各向异性来探讨左旋光偏振度的变化规律,计算过程与第 3 节类似。

1) 其他参量不变, Δ_{21} 取 $-5.7^\circ \sim 5.7^\circ$, 偏振度 P 随 Δ_{21} 的变化如图 5 所示。

2) 其他参量不变, Δ_{22} 取 $-5.7^\circ \sim 5.7^\circ$, 偏振度 P 随 Δ_{22} 的变化如图 6 所示。

3) r_p 和 r_s 不变, 令 $\Delta_{21} = 0.1719^\circ$, $\Delta_{22} = -0.2406^\circ$, $\Delta_{23} = 1719^\circ$, 并在 $\Delta_{24} = -5.7^\circ \sim 5.7^\circ$ 的范围内给出偏振度 P 的变化趋势, 结果如图 7 所示。

由图 5~7 可知, 当偏振度小于 0.05 时数值计算和摄动法得到的偏振度在较高的精度上一致, 因此可用近似表达式来指导光腔设计和反射镜参量的选取。此外, 该方法还可用来讨论偏振损耗以及左、

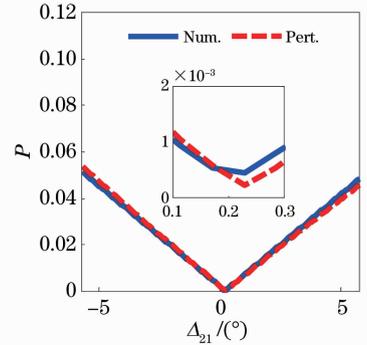


图 5 偏振度随 Δ_{21} 的变化

Fig. 5 Polarization as a function of Δ_{21}

右旋偏振度之差等光腔评价指标。

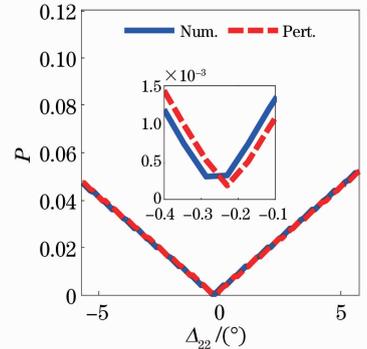


图 6 偏振度随 Δ_{22} 的变化

Fig. 6 Polarization as a function of Δ_{22}

比较(18)和(25)式发现,非平面腔 FMDLG 的光场偏振度与各反射镜各向异性的关系不同于平面腔 FMDLG, $\eta_i = 0$ 并不是使非平面腔 FMDLG 偏振度最小的条件。由于实际的反射镜幅度各向异性远

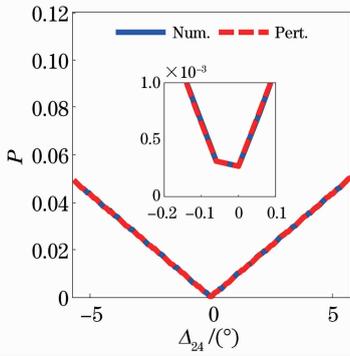


图 7 偏振度随 Δ_{24} 的变化

Fig. 7 Polarization as a function of Δ_{24}

小于相位各向异性, 采用 $\eta_{2i} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3i} + \eta_{1i}) = 0, \eta_{4i} + \frac{1}{\sqrt{2}}(\eta_{3i} - \eta_{1i}) = 0$ 来选择反射镜参量即可。而且当该条件满足时, 左、右旋光场偏振度相同, 因而也减小了偏振度差^[13]。

5 结 论

利用矩阵本征问题求解的摄动方法, 以理想谐振腔的琼斯矩阵为 0 阶近似, 分析了 FMDLG 腔内光场的偏振特性, 更为重要的是得到了近似到 1 阶小量的偏振度表达式。对于平面腔 FMDLG, 讨论了偏振度与反射镜各向异性以及水晶光轴偏折角的变化规律; 对于非平面腔 FMDLG, 讨论了偏振度随反射镜各向异性的变化规律, 发现各反射镜相位各向异性之和为 0 并非偏振度最小的条件。用严格数值解对近似解进行了验证, 发现偏振度小于 0.05 时二者在很高的精度上一致, 因此 1 阶摄动法完全可用于当前工艺水平下 FMDLG 的偏振态分析。与严格的数值计算方法相比, 近似表达式能够清晰地反映出偏振度随谐振腔参量的变化规律, 对谐振腔的优化设计具有更好的指导作用。

参 考 文 献

- 1 Yang Peigen, Gong Zhibing. Optical and Electrical Inertial Techniques[M]. Beijing: Weapon Industry Press, 1999. 12~13
- 杨培根, 龚志炳. 光电惯性技术[M]. 北京: 兵器工业出版社, 1999. 12~13
- 2 W. W. Chow, J. Gea-Banacloche, L. M. Pedrotti *et al.*. The ring laser gyro[J]. *Rev. Mod. Phys.*, 1985, **57**(1): 61~104
- 3 Fan Zhenfang, Luo Hui, Hu Shaomin. Self phase lock dither stripping technique in mechanical dithered ring laser gyro[J]. *Chinese J. Lasers*, 2011, **38**(4): 0409001

- 樊振方, 罗 晖, 胡绍民. 二频机抖陀螺的自锁相抖动剔除[J]. *中国激光*, 2011, **38**(4): 0409001
- 4 Fan Zhenfang, Luo Hui, Lu Guangfeng *et al.*. Theoretical research on lock-in error compensation for mechanical dithered ring laser[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, **31**(11): 1112006
- 樊振方, 罗 晖, 卢广锋等. 机抖激光陀螺锁区补偿的理论研究[J]. *光学学报*, 2011, **31**(11): 1112006
- 5 Wang Zhiguo, Long Xingwu, Wang Fei. Overview of four-mode differential laser gyros[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2012, **49**(4): 040005
- 汪之国, 龙兴武, 王 飞. 四频差动激光陀螺综述[J]. *激光与光电子学进展*, 2012, **49**(4): 040005
- 6 C. H. Volk, S. C. Gillespie, J. G. Mark *et al.*. Multioscillator ring laser gyroscopes and their applications [C]. RTO AGARDograph 339, 1999: 4.1~4.26
- 7 M. Fernandez, B. Ebner, N. Dahlen. Zero-lock laser gyro[C]. Keystone: Proceedings of the Annual Rocky Mountain Guidance and Control Conference, 1989. 235~241
- 8 Yang Zaifu, Yuan Xiaodong, Zhang Bin *et al.*. The S-P anisotropy effects in differential laser gyros[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(9): 1255~1260
- 杨在富, 袁晓东, 张 斌等. 四频差动激光陀螺中的 S-P 各向异性效应[J]. *光学学报*, 1998, **18**(9): 1255~1260
- 9 Gao Bolong. Some optical properties of quartz crystal (I)[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 1982, (1): 59~71
- 高伯龙. 水晶片的几个光学性能(一)[J]. *国防科技大学学报*, 1982, (1): 59~71
- 10 T. V. Zhavoronkova, I. I. Savel'ev, A. M. Khromykh. Theory of nonreciprocal effects in a ring laser subjected to a transverse magnetic field[J]. *Sov. J. Quantum Electron.*, 1983, **13**(12): 1550~1555
- 11 Wang Zhiguo, Long Xingwu, Wang Fei *et al.*. Experimental investigations on magnetic sensitivity in four-frequency differential laser gyros[J]. *Chinese J. Lasers*, 2010, **37**(3): 713~717
- 汪之国, 龙兴武, 王 飞等. 四频差动激光陀螺磁灵敏度特性的实验研究[J]. *中国激光*, 2010, **37**(3): 713~717
- 12 Zuo Chao, Yuan Xiaodong, Zeng Chun. Polarization of optical modes in ring lasers[J]. *Laser Technology*, 2000, **24**(1): 34~37
- 左 超, 袁晓东, 曾 淳. 环形激光器中的光场偏振度[J]. *激光技术*, 2000, **24**(1): 34~37
- 13 D. Wen, D. Li, J. Zhao. Analysis on the polarization property of the eigenmodes in a nonplanar ring resonator[J]. *Appl. Opt.*, 2011, **50**(18): 3057~3063
- 14 Cui Tiejun, Liang Changhong. Matrix perturbation theory to eigen equation $[A][u] = \lambda[u]$ and its application in electromagnetic fields [J]. *Journal of China Institute of Communications*, 1995, **16**(2): 103~106
- 崔铁军, 梁昌洪. 本征方程 $[A][u] = \lambda[u]$ 的矩阵摄动理论及其在电磁学中的应用[J]. *通信学报*, 1995, **16**(2): 103~106
- 15 Wang Zhiguo. Bias Characteristics of Four-Mode Differential Laser Gyroscope with Nonplanar Cavity and Its Electronic System Design [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010
- 汪之国. 异面腔四频差动激光陀螺的零偏特性与电子系统设计[D]. 长沙: 国防科技大学, 2010

栏目编辑: 何卓铭