

广义相移干涉术相移提取算法的分类与评估方法

李 杰 王玉荣 孟祥锋 杨修伦 刘 迪 徐仰惠 刘敬伟

(山东大学信息科学与工程学院山东省激光技术与应用重点实验室, 山东 济南 250100)

摘要 在对各种广义相移干涉相移提取算法进行总结分类的基础上,提出一种利用实验可探测量对广义相移干涉相移提取算法进行比较评估的方法。基于离轴数字全息、以重建光波场中直流项和共轭像的残留量作为判据,通过定义重建光波场的信噪比,实现对不同广义相移干涉相移值提取算法的比较评估。理论分析和计算机模拟实验证明:重建光波场的信噪比越大,重建光波场中直流项和共轭像的残留量越小、提取的相移值越准确。选取六种典型的广义相移干涉算法在计算机模拟和光学实验中进行了评估和比较,其结果是一致的,证明了该方法的可行性和有效性。

关键词 测量;相移干涉;广义相移干涉;信噪比;相移提取算法

中图分类号 O438 文献标识码 A doi: 10.3788/CJL201340.1208003

Classification and Comparison of Phase Shift Extraction Algorithms in Generalized Phase-Shifting Interferometry

Li Jie Wang Yurong Meng Xiangfeng Yang Xiulun Liu Di
Xu Yanghui Liu Jingwei

(Shandong Provincial Key Laboratory of Laser Technology and Application, School of Information Science and Engineering, Shandong University, Jinan, Shandong 250100, China)

Abstract Based on the summarization and classification on different kinds of phase shift extraction algorithms in generalized phase-shifting interferometry (GPSI), an evaluation and comparing method for these GPSI algorithms is proposed according to experimental detectable amount. Based on off-axis digital holography, by using the residual of direct current (DC) term and conjugate image in reconstructed wave field as criterion, GPSI algorithms can then be evaluated and compared by defining the signal-to-noise ratio (SNR) in reconstructed wave field. Theoretical analysis and computer simulation experiment have proven that the bigger the SNR is, the little the residual of DC term and conjugate image is and the more accurate the extracted phase shift is. Six typical algorithms are compared in simulation and optical experiment and the results are consistent, which verify the feasibility and validity of this method.

Key words measurement; phase-shifting interferometry; generalized phase-shifting interferometry; signal-to-noise ratio; phase shift extraction algorithm

OCIS codes 120.3180; 050.5080; 090.1995

1 引 言

相移干涉术(PSI)^[1]是从干涉图中获取待测光波相位分布的一种方法,可广泛应用于波前重建^[2]、精密干涉测量^[3-4]、光学无损检测^[5-6]、图像信息加

密^[7-8]等领域。传统 PSI 要求每一步相移量为事先设定的特定值($2\pi/N$, N 为大于等于 3 的整数)^[1],但是受相移器件标定误差、机械振动和空气扰动等因素的影响,实际应用中很难精确达到上述要

收稿日期: 2013-05-29; 收到修改稿日期: 2013-07-31

基金项目: 国家自然科学基金(61275014)、山东省科技计划(2011GGH20119)、山东省自然科学基金(ZR2011FQ011)

作者简介: 李 杰(1983—),男,博士研究生,主要从事广义相移干涉方面的研究。E-mail: 541979187@qq.com

导师简介: 王玉荣(1965—),男,教授,博士生导师,主要从事数字全息和光学干涉测量等方面的研究。

E-mail: yrw@sdu.edu.cn(通信联系人)

求^[9-10],因此波前重建及测量精度会受到影响。为克服这一不足,研究者相继提出多种改进方法^[11-12]。广义相移干涉术(GPSI)不需要严格控制每一步的相移量,而是从干涉图中提取任意未知相移值,再由相应的波前重建方法得到物光波^[13-14]。由于其相移值可以是任意未知的,所以 GPSI 可减少对相移器件精度和环境稳定性的依赖,提高误差免疫能力。近年来,文献中提出多种基于不同原理的 GPSI^[15-33],其相移值提取算法都是基于理想情况下的干涉图经过某种假设或近似推导出,并给出了计算机模拟验证结果;尽管某些文献中给出了简单的光学实验结果,但由于实际待测物光波是未知的,所以难以从实际实验结果判断其算法的正确性和可行性。

为了对各种相移算法进行评估和比较,研究者提出了多种方法^[34-39]。有些方法只能在计算机模拟中对各相移算法进行比较^[34-36]。虽然 Hildebrand 等^[37-38]提出的方法可应用于光学实验,但这些方法利用某一相移干涉算法提取的物光波作为评价标准,然后将其他算法得到的物光波与之比较;Perry 等^[39]提出的方法需要额外的实验装置,并且在测量过程中需要移动待测物体,操作繁琐。本文对近年来提出的各种 GPSI 算法进行了总结和分类,提出一种可以根据实验结果对 GPSI 算法进行评估的方法,并在计算机模拟和光学实验中对其中六种算法进行了比较。在简要说明 GPSI 基本原理的基础上,对近年来提出的 GPSI 相移提取算法进行了分类,介绍所提出的比较评估方法的原理,并采用计算机模拟实验对该方法加以说明,采用计算机模拟实验和光学实验验证该方法的有效性和可行性。

2 广义相移干涉相移提取算法的基本原理及其分类

假设记录面上参考光波和待测物光波的复振幅分布分别为 $A_r(x, y)\exp[i\varphi_r(x, y)]$ 和 $A_o(x, y)\exp[i\varphi_o(x, y)]$,则双光束相移干涉第 k 幅干涉图的强度分布可表示为

$$I_k(x, y) = I_o(x, y) + I_r(x, y) + 2\sqrt{I_o(x, y)I_r(x, y)}\cos[\Delta\varphi(x, y) - \delta_k], \quad (1)$$

式中 $k = 0, 1, 2, \dots, K - 1, K$ 是相移总步数; δ_k 是相移量,其中 $\delta_0 = 0$; $I_o(x, y) = A_o^2(x, y)$ 和 $I_r(x, y) = A_r^2(x, y)$ 分别是物光波和参考光波在记录面上的强度分布; $\Delta\varphi(x, y) = \varphi_o(x, y) - \varphi_r(x, y)$ 是待

测相位分布。实际测量中,参考光波为已知(一般采用平面光波),其相位是常数或者可以补偿掉,因此只要测量得到 $\Delta\varphi(x, y)$,就可以得到待测物光波的相位分布 $\varphi_o(x, y)$ 。一般情况下,(1)式中的未知量为 I_o 、 $\Delta\varphi$ 和 $K - 1$ 个 $\alpha_k = \delta_k - \delta_{k-1}$, α_k 是相邻两幅干涉图之间的相移量,从 K 个方程求得这 $K + 1$ 个未知量是不可能的。

传统 PSI 需要采用精密控制和精确标定的相移器,且要尽量减少环境振动和空气扰动,每一步的相移量 $\alpha_k = \delta_k - \delta_{k-1}$ 是经过事先设定的严格相等的特定值($2\pi/K$),是已知量。此种情况下,若要求得 $\Delta\varphi$,一般需要 $K \geq 3$ 。其典型算法有定步长的 3 步、4 步和 5 步相移算法^[40-41]及改进的等步长算法^[42]等。

GPSI 不需要对相移器进行精密控制和精确标定,每一步相移量可以是任意未知的;利用记录的多幅相移干涉图,通过一定算法,可以计算提取出相移值。根据是否采用迭代方法,目前文献中提出的 GPSI 相移提取算法可以分为迭代算法和非迭代算法。

根据提取相移值的原理的不同,非迭代法可分为附加条纹法^[15]、散斑场相移误差直接求解法^[16]、平均值法^[17]、基于衍射场相位分布统计特性的相移值求解法^[18]、干涉图极值法^[19]、代数拟合法^[20]、光流法^[21]和 Euclidean 矩阵范数法^[22]等。附加条纹法是通过在待测物体一侧放置一个倾斜参考反射镜,得到与干涉图同时产生的附加平行直条纹;通过对直条纹进行傅里叶分析求出每步相移过程中的实际相移值^[15]。散斑场相移误差直接求解法基于散斑场的统计特性,即完全散斑场的散斑相位概率密度分布满足 $[-\pi, \pi]$ 间的均匀分布,通过散斑场测量直接得到相移值^[16]。平均值法利用两步相移干涉将(1)式推导为以相移值的余弦为自变量的二次方程;对其系数取平均后求解方程,可以得到两个相移值;引入误差函数,把两个相移值分别代入误差函数,则使误差函数值较小的相移值可视为精确值^[17]。基于衍射场相位分布统计特性的相移值求解法的基本依据是利用菲涅耳衍射场的振幅分布和相位分布相互独立且衍射场的相位分布近似随机变化这一特性,从(1)式推导出相移值的表达式^[18]。干涉图极值法首先利用干涉图的理论表达式,推导出用干涉图强度和物光波相位表示的相移值的表达式;通过寻找干涉图中最大值或最小值所在位置,可以确定物光波相位为 $2m\pi$ 或 $(2m+1)\pi$ 的位置;然后利用这一点的干涉图强度值可以得到相移值^[19]。代数拟合法假设初始相移值为 0,将(1)式整

理为椭圆曲线方程,然后通过 Bookstein 方法,将整理得到的方程改写为二次方程,其系数由相移值、物光波强度和参考光强度表示;最后,利用代数拟合法得到二次方程的系数,进而可以提取参考光波的相移值^[20]。光流法的基本原理是首先利用光流法则得到条纹方向图,然后通过对干涉图的螺旋相位变换,由条纹方向图得到待测相位分布;这种方法以相移值为中间变量,在相位分布的求解过程中不需要具体计算出相移值^[21]。Euclidean 矩阵范数法首先将两幅干涉图强度差的 Euclidean 矩阵范数表示为以二者之间相移值为自变量的函数,当相移值为 π 时,矩阵范数达到最大值;利用这一关系可以确定函数中的系数;然后利用记录的干涉图强度计算出 Euclidean 矩阵范数的值,进而得到这两幅干涉图之间的相移值^[22]。

根据迭代原理的不同,迭代法可以分为交替式迭代算法^[23-27]和渐近式迭代算法^[28-32]。交替式迭代法的基本原理是:给定一个初始相移值,把记录面上的物光波相位分布作为未知变量,利用实际记录的干涉图和最小二乘法计算出记录面上的物光波相位分布;然后把计算出的相位分布作为变量,采用实际记录的干涉图,利用最小二乘法^[23-24]、数学推导^[25]或泰勒级数^[26-27]得到新的相移值。这样,经过物光波相位分布和相移值之间的多次迭代,逐渐逼近得到精确的相移值和物光波相位分布。渐近式迭代算法的基本原理是:首先假定或估算一个初始相移值^[28-32],然后设定一个以相移值为自变量的误差函数,相移值的误差越大则误差函数的值越大;适当设定相移值修正步长,每次迭代后计算误差函数,直到误差函数小于某一设定值,则把此时提取的相移值看作是实际相移值。

3 评估方法及其原理

图 1 是基于马赫-曾德尔干涉仪记录离轴数字全息的原理示意图,以此为例来说明所提出的评估方法及其原理。图中, M 为反射镜, BS 为分束镜, O 为待测物体;从激光器出射的光束经扩束准直(图中未示出)后由分束镜 BS₁ 分成两束,分别作为物光波

(OW)和参考光波(RW);采用压电换能器(PZT)驱动反射镜 M₂ 使参考光波产生相移;调整分束镜 BS₂ 使参考光波与物光波以一定夹角入射到 CCD 上;CCD 记录由物光波与参考光波形成的干涉条纹,其强度分布用(1)式表示。

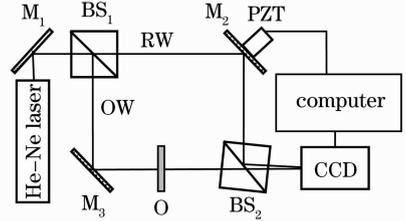


图 1 采用马赫-曾德尔干涉仪记录离轴数字全息的光路结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of off-axis digital holography using Mach-Zehnder interferometer

将(1)式进一步表示为

$$I_k = I_o + I_r + A_o \exp(-i\delta_k) A_o \exp(i\Delta\varphi) + A_r \exp(i\delta_k) A_o \exp(-i\Delta\varphi). \quad (2)$$

为简化表示,(2)式中略去坐标变量 (x, y) 。在由干涉条纹强度分布重建物光波时,遇到的难题之一是如何消除直流项[由(2)式中前两项产生]和共轭像[由(2)式中最后一项产生]的影响。从原理上讲,如果每一步相移值为精确已知,相移干涉可消除这两项的影响。但是当波前恢复算法中采用的相移值与实际相移值有偏差时,则不能完全消除直流项和共轭像。下面以两步相移干涉为例来说明这一点。设两幅干涉图之间实际的相移值为 α ,即在(1)、(2)式中 $\delta_0 = 0, \delta_1 = \alpha$;此时记录面上的物光波复振幅分布可表示为

$$\frac{I_o - I_o - I_r - \exp(-i\alpha)(I_1 - I_o - I_r)}{\sqrt{I_o}[1 - \exp(-i2\alpha)]} = A_o \exp(i\Delta\varphi) = U_o. \quad (3)$$

如果物光波与参考光波的强度分布 I_o 和 I_r 已知,用(3)式进行物光波重建时,若采用的相移值(记为 α')等于实际的相移值 α ,则(3)式完全成立,直流项和共轭像可被完全消除,由(3)式可以精确恢复物光波。若采用的相移值 α' 与实际的相移值 α 不相等,存在一个偏差量 ϵ ,即 $\alpha = \alpha' + \epsilon$,经推导由(3)式可得到

$$\frac{I_o - I_o - I_r - \exp(-i\alpha')(I_1 - I_o - I_r)}{\sqrt{I_o}[1 - \exp(-i2\alpha')]} = \left[1 - \frac{i\epsilon}{1 - \exp(-i2\alpha')}\right] A_o \exp(i\Delta\varphi) - \frac{i\epsilon}{1 - \exp(-i2\alpha')} A_o \exp(-i\Delta\varphi). \quad (4)$$

(4)式右端第一项中含有待测物光波 $A_0 \exp(i\Delta\varphi)$, 但前面多出一个复常数;右端第二项是没有被完全消除的共轭像。可见,此时不能消除直流项和共轭像的影响,从而不能完全恢复记录面上的物光波。当采用逆菲涅耳衍射变换由记录面上的物光波重建物面上的物光波时,将产生更大的误差。相移误差越大,重建光波场中直流项和共轭像的残留越大。

由以上分析可知,可以将重建光波场中直流项和共轭像的残留量大小作为比较评价 GPSI 相移提取算法的标准。为了便于提取重建光波场中残留的直流项和共轭像,采用图 1 所示的离轴数字全息记录光路,通过选择合适的夹角可以使重建光波场中的直流项和共轭像与所需再现像在空间上分离开,此时重建光波场所在平面上直流项和共轭像与所需再现像的空间分布示意图如图 2 所示。可分别探测直流项和共轭像以及所需再现像的强度,把再现像作为信号,把直流项和共轭像作为噪声;通过计算重建光波场的信噪比(SNR),就可以实现对不同 GPSI 相移提取算法的定量评估和比较。对直流项与共轭像所在区域的所有像素的强度求和并除以所在区域的像素总数,用 I_N 表示;对再现像所在区域的所有像素的强度求和并除以所在区域的像素总数,用 I_S 表示,则重建光波场的信噪比可表示为

$$R_{SN} = 10\lg(I_S/I_N). \quad (5)$$

重建光波场所在平面上的 SNR 值越大,说明直流项与共轭像的残留越小,相应的 GPSI 相移提取算法的精度越高,提取的相移值越精确。

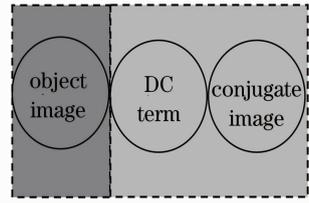


图 2 重建光波场所在平面上直流项、共轭像及再现像的位置示意图

Fig. 2 Schematic diagram for position of DC, conjugate and reconstructed images on the reconstructed plane

下面以图 1 所示光路为例采用计算机模拟实验说明上述方法和原理。所用光源的波长为 632.8 nm,记录面上物光波与参考光波的夹角为 0.018 rad;CCD 记录面大小为 512 pixel×512 pixel (每个像素大小为 15 μm),与待测物体 O 所在平面的距离为 21.64 cm。物体 O 为带有‘光’字的振幅型物体,其强度分布如图 3(a)所示;物光波经菲涅耳衍射在记录面上的衍射光波场强度分布如图 3(b)所示。图 3(c)、(d)是记录面上衍射物光波与相移前后的参考光波形成的两幅干涉图。模拟实验中相移值 α 设定为 1.4 rad。为说明相移误差对再现像的影响,再现时所取相移值 α' 分别为 1.4、2.3、2.6、2.9 rad,相应重建光波场的强度分布分别如图 4(a)~(d)所示。从图 4 中可看出,相移值偏差越大,共轭像越明显。表 1 列出了分别采用上述相移值计算得到的直流项和共轭像强度值、再现像强度值和 SNR 值。从表 1 中也可以看出,相移值偏差越大,则直流项和共轭像的残留量越大,SNR 值越小。

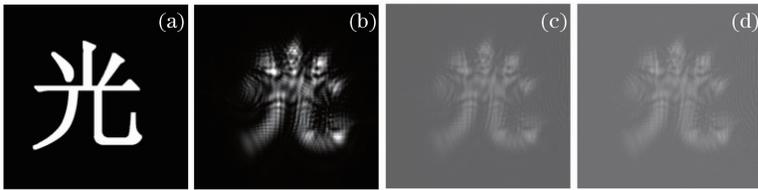


图 3 (a) 物光波强度分布;(b) 记录面上衍射光波场的强度分布;(c)和(d) 分别是相移前后的两幅干涉图

Fig. 3 (a) Intensity distribution of object wavefront; (b) intensity distribution of diffraction wave field on recording plane; (c), (d) two interferograms before and after phase-shifting

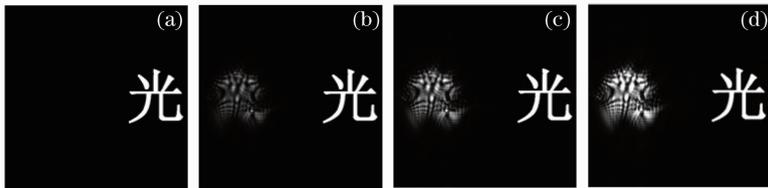


图 4 (a)~(d) 相移值分别为 1.4、2.3、2.6、2.9 rad 时重建光波场的强度分布

Fig. 4 (a)~(d) Intensity distributions of the reconstructed wavefront when the phase shifts are 1.4 rad, 2.3 rad, 2.6 rad and 2.9 rad, respectively

表 1 相移值分别为 1.4、2.3、2.6、2.9 rad 时直流项和共轭像与再现像的强度及 SNR 值

Table 1 Intensity of DC term and conjugate image, object image, and SNR when phase shifts are 1.4 rad, 2.3 rad, 2.6 rad and 2.9 rad, respectively

α' / rad	I_N	I_s	SNR
1.4	1.1333×10^{-7}	0.0473	129.4181
2.3	0.0063	0.0464	19.8929
2.6	0.0118	0.0460	13.5858
2.9	0.0200	0.0454	8.1959

4 实验比较

在进行实验比较时选取了六种 GPSI 算法,分别是渐近式迭代法中 Gao 等^[30]和 Cai 等^[32]的算法、交替式迭代法中 Wang 等^[17]和 Xu 等^[23]的算法、平均值法^[17]以及基于衍射场相位分布统计特性的相移值求解法^[18]。为方便分别用阿拉伯数字 1~6 表示这六种算法。之所以选取这些算法,是因为它们可以利用同一实验装置记录干涉图,且采用的干涉图数量相同。下面以图 1 所示光路为例分别给出计算机模拟和光学实验的比较结果。

计算机模拟实验中采用的参数与第 3 部分的模拟实验相同,相移值仍设定为 1.4 rad。表 2 给出了采用这六种算法提取的相移值及相应重建光波场中直流项和共轭像的强度、再现像的强度及 SNR 值,可见提取的相移值越接近设定值,SNR 值越大,其中方法 5 提取的相移值与设定值完全一致,其 SNR 值也最大。六种算法提取相移值的精确度从高到

低依次为 5、6、1、2、4 和 3。模拟实验中各 GPSI 算法提取的相移值均比较接近设定值,其 SNR 值相差不大,这主要是因为模拟实验中没有系统误差及各种噪声的影响,是理想实验。

表 2 各种 GPSI 算法的计算机模拟实验结果比较

Table 2 Comparison of GPSI algorithms by computer simulation

GPSI algorithm	Extracted phase shift / rad	$I_N/10^{-7}$	I_s	SNR
1	1.4002	1.1366	0.0473	129.3891
2	1.4012	1.2510	0.0473	128.4305
3	1.4049	3.0913	0.0473	119.3846
4	1.4032	1.9688	0.0473	123.8959
5	1.4000	1.1333	0.0473	129.4181
6	1.4006	1.1592	0.0473	129.1920

在实际光学实验中,激光光源采用波长为 632.8 nm 的 He-Ne 激光器;CCD 记录面大小为 1628 pixel \times 1216 pixel,每个像素的大小是 4.40 μm \times 4.40 μm ;物面到记录面的距离为 10.3 cm。物体为分辨率板,实验中只采用了其中一部分,其余部分用黑纸遮挡住。用 PZT 驱动反射镜 M_2 使参考光波产生 $\pi/4$ 相移。图 5(a)~(f)是分别用这六种算法得到的再现像面上的强度分布,其中包含了分辨率板的再现像及其共轭像和直流项。从图 5 可以看出,图 5(e)(对应方法 5)中直流项和共轭像的强度最小,即其残留最小;图 5(f)(对应方法 6)次之。表 3 给出了采用这六种算法提取的相移值及其相应重建光波场中直流项和共轭像的强度、再现像的强度及 SNR 值。从表 3 中可以看出,方法 5 提取的相移值(0.8328 rad)与实验设定值($\pi/4 \approx 0.785 \text{ rad}$)偏差最

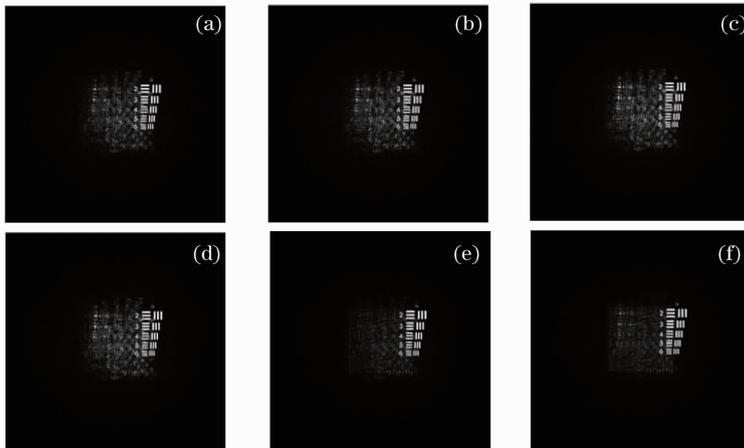


图 5 (a)~(f)分别是利用算法 1~6 提取相移值后物面上重建光波场的强度分布

Fig. 5 (a)~(f) Intensity distributions of the reconstructed wavefront on object plane by using algorithms 1~6, respectively

小,其 SNR 最大(为 20.3471),其后顺序依次为算法 6、1、2、4 和 3,这与计算机模拟实验结果是一致的。从表 3 第二列可以看出,即使由最精确的方法 5 提取的相移值与实验设定值也有一定偏差,这主要是由于实验中虽然设定相移值为 $\pi/4$,但受相移器本身标定与控制精度、环境振动及空气扰动等因素的影响,实际施加的相移值并不严格为 $\pi/4$ 。

通过比较模拟实验和光学实验还可以看出:理想情况下各种 GPSI 算法提取的相移值均比较接近设定值且 SNR 相差也不大;但在实际实验中受系统误差及噪声的影响,不同 GPSI 算法得到的结果有较大差别。这进一步说明了根据实验可探测量对不同 GPSI 算法进行比较评估的重要性。

表 3 各种 GPSI 算法的光学实验结果比较

Table 3 Comparison of GPSI algorithms in optical experiment

GPSI algorithm	Extracted phase shift / rad	I_N	I_S	SNR
1	1.9708	0.0037	0.0194	16.4573
2	2.0517	0.0040	0.0196	15.9939
3	2.1931	0.0043	0.0197	15.1811
4	2.1352	0.0042	0.0197	15.5141
5	0.8328	0.0024	0.0181	20.3471
6	0.5935	0.0027	0.0182	19.0000

5 结 论

本文在介绍 GPSI 相移值提取算法基本原理并对现有算法进行分类的基础上,提出一种利用实验可探测量对 GPSI 相移值提取算法进行定量评估的方法,并用计算机模拟实验对该方法的原理进行了说明。然后选取了有代表性的六种 GPSI 相移值提取算法分别在计算机模拟实验和光学实验中进行了比较评估,两种实验的验证结论一致,说明了所提出方法的有效性和可行性。六种算法中第 5 种算法即平均值法提取的相移值与真实值最接近,重建像面上的 SNR 值也最大。理想情况下各种 GPSI 算法提取的相移值均比较接近设定值且 SNR 相差也不大;但在光学实验中不同 GPSI 算法对系统误差及噪声的免疫能力差别较大,因此建立利用实验可探测量对不同 GPSI 算法进行比较评估的方法是十分必要的。

参 考 文 献

1 I Yamaguchi, T Zhang. Phase-shifting digital holography[J]. Opt Lett, 1997, 22(16): 1268-1270.

2 J H Bruning, D R Herriott, J E Gallagher, *et al.*. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses[J]. Appl Opt, 1974, 13(11): 2693-2703.

3 I Yamaguchi, I Takashi, Y Masayuki, *et al.*. Surface shape measurement by phase-shifting digital holography with a wavelength shift[J]. Appl Opt, 2006, 45(29): 7610-7616.

4 Zheng Xiaoyi, Wang Yurong, Wang Qingpu, *et al.*. Measurement of optical inhomogeneity with dual-wavelength phase-shifting interferometry[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(s1): s108008.

郑箫逸,王玉荣,王青圃,等.采用双波长相移干涉测量光学非均匀性的研究[J].中国激光,2011,38(s1):s108008.

5 I Takahashi, T Nomura, I Y Morimoto, *et al.*. Deformation measurement by digital holographic interferometry[C]. SPIE, 2003, 5264: 206-213.

6 J Burke, K Hibino, R Hanayama, *et al.*. Simultaneous measurement of several near-parallel surfaces with wavelength-shifting interferometry and a tunable phase-shifting method[J]. Opt & Lasers in Eng, 2007, 45(2): 326-341.

7 X G Wang, D M Zhao. Image encryption based on anamorphic fractional Fourier transform and three-step phase-shifting interferometry[J]. Opt Commun, 2006, 268(2): 240-244.

8 S Lai, M A Neifeld. Digital wavefront reconstruction and its application to image encryption[J]. Opt Commun, 2000, 178(4-6): 283-289.

9 Wang Ming, Hao Qun, Zhu Qudong, *et al.*. Anti-disturbance phase-shifting interferometry method time-and-frequency-domain [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1112005.

王明,郝群,朱秋东,等.时频域双重分析法抗干扰相干干涉术[J].光学学报,2011,31(11):1112005.

10 Yuan Qun, Gao Zhishan, Li Jianxin, *et al.*. Phase extraction algorithms of multi-beam interference based on $\pi/4$ phase-shifting averaging[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1112004.

袁群,高志山,李建欣,等.基于 $\pi/4$ 相移平均的多光束干涉相位提取算法[J].光学学报,2011,31(11):1112004.

11 J V Wingerden, H J Frankena, C Smorenburg. Linear approximation for measurement errors in phase shifting interferometry[J]. Appl Opt, 1991, 30(19): 2718-2729.

12 K Creath. Comparisons of phase-measurement algorithms[C]. SPIE, 1986, 680: 19-28.

13 L Z Cai, Q Liu, X L Yang. Phase-shift extraction and wave-front reconstruction in phase-shifting interferometry with arbitrary phase steps[J]. Opt Lett, 2003, 28(19): 1808-1810.

14 C J Morgan. Least-squares estimation in phase-measurement interferometry[J]. Opt Lett, 1982, 7(8): 368-370.

15 G Lai, T Yatagai. Generalized phase-shifting interferometry[J]. J Opt Soc Am A, 1991, 8(5): 822-827.

16 H Kadono, S Toyooka. Statistical interferometry based on the statistics of speckle phase [J]. Opt Lett, 1991, 16(12): 883-885.

17 Z Y Wang, B Han. Advanced iterative algorithm for randomly phase-shifted interferograms with intra- and inter-frame intensity variations[J]. Opt & Lasers in Eng, 2007, 45(2): 274-280.

18 Z Y Wang, B Han. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms [J]. Opt Lett, 2004, 29(14): 1671-1673.

19 J Deng, H K Wang, F J Zhang, *et al.*. Two-step phase demodulation algorithm based on the extreme value of interference[J]. Opt Lett, 2012, 37(22): 4669-4671.

20 C T Farrell, M A Player. Phase step measurement and variable step algorithms in phase-shifting interferometry[J]. Meas Sci & Technol, 1992, 3(10): 953-958.

21 J Vargas, J A Quiroga, C O S Sorzano, *et al.*. Two-step interferometry by a regularized optical flow algorithm[J]. Opt Lett, 2011, 36(17): 3485-3487.

- 22 J Deng, H K Wang, D S Zhang, *et al.*. Phase shift extraction algorithm based on Euclidean matrix norm[J]. *Opt Lett*, 2013, 38(9): 1506–1508.
- 23 X F Xu, L Z Cai, Y R Wang, *et al.*. Blind phase shift extraction and wavefront retrieval by two-frame phase-shifting interferometry with an unknown phase shift[J]. *Opt Commun*, 2007, 273(1): 54–59.
- 24 Guo Hongwei, Chen Mingyi. New algorithm insensitive to the piston and tilt errors of reference mirror for phase stepping interferometer[J]. *Optics & Precision Engineering*, 2000, 8(2): 185–188.
郭红卫, 陈明仪. 相移器平移误差与倾斜误差 insensitive 相移新算法[J]. *光学精密工程*, 2000, 8(2): 185–188.
- 25 H W Guo, Z Zhao, M Y Chen. Efficient iterative algorithm for phase-shifting interferometry[J]. *Opt & Lasers in Eng*, 2007, 45(2): 281–292.
- 26 X F Xu, L Z Cai, Y R Wang, *et al.*. Generalized phase-shifting interferometry with arbitrary unknown phase shifts: direct wavefront reconstruction by blind phase shift extraction and its experimental verification[J]. *Appl Phys Lett*, 2007, 90(12): 121124.
- 27 X F Xu, L Z Cai, X F Meng, *et al.*. Fast blind extraction of arbitrary unknown phase shifts by an iterative tangent approach in generalized phase-shifting interferometry[J]. *Opt Lett*, 2006, 31(13): 1966–1968.
- 28 X F Xu, L Z Cai, Y R Wang. Simple direct extraction of unknown phase shift and wavefront reconstruction in generalized phase-shifting interferometry: algorithm and experiments[J]. *Opt Lett*, 2008, 33(8): 776–778.
- 29 C S Guo, L Zhang, H T Wang, *et al.*. Phase-shifting error and its elimination in phase-shifting digital holography[J]. *Opt Lett*, 2002, 27(19): 1687–1689.
- 30 P Gao, B L Yao, N Lindlein, *et al.*. Phase-shift extraction for generalized phase-shifting interferometry[J]. *Opt Lett*, 2009, 34(22): 3553–3555.
- 31 B Raphael, I F C Smith. A direct stochastic algorithm for global search[J]. *Appl Math Comput*, 2003, 146(3): 729–758.
- 32 L Z Cai, Q Liu, X L Yang. Generalized phase-shifting interferometry with arbitrary unknown phase steps for diffraction objects[J]. *Opt Lett*, 2004, 29(2): 183–185.
- 33 Guo Renhui, Li Jianxin, Zhu Rihong, *et al.*. Research on the randomly phase shifting algorithm with wavelength tuning[J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(5): 0508002.
郭仁慧, 李建欣, 朱日宏, 等. 波长调谐随机移相算法的研究[J]. *中国激光*, 2012, 39(5): 0508002.
- 34 K M Qian. Comparison of some phase-shifting algorithms with a phase step of $\pi/2$ [C]. *SPIE*, 2001, 4596: 310–313.
- 35 J Novak, A Miks. Comparison of multiframe phase-shifting algorithms with unknown value of phase shift [C]. *SPIE*, 2003, 5144: 86–95.
- 36 J A N Buytaert, J J J Direkx. Study of the performance of 84 phase-shifting algorithms for interferometry[J]. *J Opt*, 2011, 40(3): 114–131.
- 37 A Hildebrand, C Falldorf, C V Kopylow, *et al.*. A fast and robust approach to phase shift registration from randomly phase shifted interferograms[C]. *SPIE*, 2012, 8413: 84130R.
- 38 J P Liu, T C Poon, G S Jhou, *et al.*. Comparison of two-, three-, and four-exposure quadrature phase-shifting holography [J]. *Appl Opt*, 2011, 50(16): 2443–2450.
- 39 K E Perry, J J McKelvie. Reference phase shift determination in phase shifting interferometry[J]. *Opt & Lasers in Eng*, 1995, 22(2): 77–90.
- 40 L Z Cai, Q Liu, X L Yang. Effects of measurement errors on both the amplitude and phase reconstruction in phase shifting interferometry[J]. *J Mod Opt*, 2005, 52(1): 45–59.
- 41 J Schwider, O Falkenstörfer, H Schreiber, *et al.*. New compensating four-phase algorithm for phase-shifting interferometry[J]. *Opt Eng*, 1993, 32(8): 1883–1885.
- 42 G Stoilov, T Dragostinov. Phase-stepping interferometry: five-frame algorithm with an arbitrary step[J]. *Opt & Lasers in Eng*, 1997, 28(1): 61–69.

栏目编辑:何卓铭