

基于两帧差分平均移相算法标定斐索型 波长移相干涉仪

文 刚^{1,2} 苏东奇^{1,2} 隋永新¹ 杨怀江¹ 孔繁林^{1,2}

(¹ 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033)

² 中国科学院大学, 北京 100049

摘要 波长移相干涉仪的移相值与干涉腔长度有关, 需要对其标定方可采用定步长移相算法计算相位分布。为了标定研制的斐索型波长移相干涉仪, 提出一种利用干涉图直接计算定步长移相值的新算法——两帧差分平均移相算法(TDA)。对该算法进行模拟仿真, 验证了算法的可行性和计算精度, 并进一步开展了实验研究。结果表明: 运用 TDA 算法处理定步长移相干涉图可以获得与实际值接近的计算结果; 利用 TDA 算法标定的波长移相干涉仪的测量面形均方根(RMS)重复性优于 0.07 nm(1.106λ/10000), 达到了设计指标; 用该干涉仪与 Zygo 干涉仪对相同元件进行比较测量, 检测结果之差的 RMS 为 0.742 nm。

关键词 测量; 波长移相干涉仪标定; 移相算法; 可调谐半导体激光器

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/CJL201340.1108004

Calibration of Fizeau Wavelength-Tuned Phase-Shifting Interferometer Based on Two-Frame Differential Average Phase-Shifting Algorithm

Wen Gang^{1,2} Su Dongqi^{1,2} Sui Yongxin¹ Yang Huaijiang¹ Kong Fanlin^{1,2}

(¹ State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China
² University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract It is necessary to calibrate the optical path length before using wavelength-tuned phase-shifting interferometer based on fixed step phase-shifting algorithm to compute the phase distribution, as the precision of measurements depends on the step value. To implement the calibration for the interferometer, a new algorithm named two-frame differential average phase-shifting algorithm (TDA) is proposed to calculate phase shift directly by using the interference figure. Simulation and theory analysis are adopted to verify the accuracy and practicability of the algorithm. Furthermore, related experiments are made. The result indicates that by handling the fixed step phase-shifting interferograms with TDA, the result which matches well with the real value can be obtained; the root mean square (RMS) repeatability is better than 0.07 nm (1.106λ/10000), which meets the design index; by comparing the measurement results for the same component with this interferometer and Zygo interferometer, the RMS of the difference is 0.742 nm.

Key words measurement; wavelength-tuned phase-shifting interferometer calibration; phase-shifting algorithm; tunable semiconductor laser

OCIS codes 120.3180; 120.3940; 120.4630; 120.5050

收稿日期: 2013-05-30; 收到修改稿日期: 2013-06-29

基金项目: 国家科技重大专项(2009ZX02205)

作者简介: 文 刚(1990—), 男, 硕士研究生, 主要从事高精度波长移相干涉仪和移相算法方面的研究。

E-mail: wengang9599@126.com

导师简介: 杨怀江(1966—), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事高精度光学加工、检测技术和信息安全等方面的研究。

E-mail: yanghj@sklao.ac.cn

1 引 言

移相干涉^[1](PSI)是高精度光学元件面形测量时广泛采用的技术手段。现有的移相干涉测量技术中以压电陶瓷堆(PZT)作为移相器的机械式移相干涉仪发展最成熟,但测量大口径光学元件时利用PZT推动参考镜移动不可避免地会引入非直线运动而产生较大测量误差。波长移相干涉仪^[2-3]是一种“准软件移相”技术,其移相过程通过改变可调谐半导体激光器的输出波长实现,整个测量过程不需要机械式地改变干涉仪中其他元件的位置,避免了PZT移相引入的非线性误差。近年来,在光刻技术、空间光学等领域对大口径高精度光学元件的应用需求推动下,波长移相干涉测量技术发展迅速。美国的Wyko公司和Zygo公司已研制出610 mm口径的波长移相干涉仪^[3-4],国内中国科学院光电技术研究所、南京理工大学和中国科学院长春光学精密机械与物理研究所等均开展了波长移相干涉仪的研制工作。

波长移相干涉仪的移相值不仅与激光波长步进量有关,还与干涉腔长有关。采用定步长移相算法的波长移相干涉仪每次测量前都需要重新标定,其实质是在干涉腔长准确值未知的前提下找出移相值与激光器调制电压的准确对应。近年来,国内外学者提出了很多利用干涉图直接计算移相值的新方法^[5-7],比较有代表性的有:Wang等^[8-9]提出基于

最小二乘法的新迭代算法(AIA),可从三帧或多帧随机移相干涉图中准确地计算出移相值,该方法要求干涉图的背景光强和调制度均匀分布,否则算法精度会受到限制;Langoju等^[10]提出采用统计学方法来估计移相值大小,该方法在干涉图帧数较少时精度不高;吕晓旭等^[11]提出通过两帧干涉图相减得到移相差分函数来计算移相值,该方法需要单独计算移相差分幅度的极值,过程繁琐。本文介绍了一种利用相邻两帧干涉图直接计算相位差,再取平均获得定步长移相值的新算法,并进行了数值仿真和实验验证;基于该算法对研制的斐索型波长移相干涉仪进行标定,在此基础上测量了该干涉仪的测量面形均方根(RMS)重复性和系统误差。

2 两帧差分平均移相算法(TDA)求移相值原理

利用波长移相干涉仪采集 K 帧 $M \text{ pixel} \times N \text{ pixel}$ 的定步长移相干涉图($K \geq 2$),第 k 帧干涉图中某像素点 (x, y) 处的相对强度可表示为

$$I_k(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\phi(x, y) + \delta_k], \quad (1)$$

式中 $a(x, y)$ 和 $b(x, y)$ 分别表示背景光强和调制度; $\phi(x, y)$ 表示被测相位分布; δ_k 表示第 k 帧干涉图中引入的移相值。要从 K 帧定步长移相干涉图中提取移相步长 δ , 将相邻两帧干涉图相减可得^[11]:

$$\Delta I_k = I_{k+1}(x, y) - I_k(x, y) = b(x, y) \{ \cos[\phi(x, y) + \delta_k + \delta_0] - \cos \phi(x, y) + \delta_k \}, \quad (2)$$

式中 δ_0 表示相邻两帧干涉图间的移相步长,其值在 $(0, 2\pi)$ 之间。为方便分析,对(2)式进行变换,使前一帧的移相值为 0, 后一帧干涉图相对于前一帧的移相值为 δ_0 , 得

$$\Delta I_k = b(x, y) \{ \cos[\phi'(x, y) + \delta_0] - \cos \phi'(x, y) \}, \quad (3)$$

式中 $\phi'(x, y) = \phi(x, y) + \delta_k$ 。对(3)式进行变换,得

$$\Delta I_k = 2b(x, y) \sin \frac{\delta_0}{2} \sin \left[\phi'(x, y) + \frac{\delta_0}{2} \right] = 2 \sin \frac{\delta_0}{2} b(x, y) \sin \left[\phi'(x, y) + \frac{\delta_0}{2} \right], \quad (4)$$

式中 $\sin \frac{\delta_0}{2}$ 表示帧与帧的对应, $b(x, y) \sin \left[\phi'(x, y) + \frac{\delta_0}{2} \right]$ 表示像素间的对应。对(4)式变换可得

$$|\Delta I_k(x, y)| = 2 \sin \frac{\delta_0}{2} \sqrt{b^2(x, y) \sin^2 \left[\phi'(x, y) + \frac{\delta_0}{2} \right]} = \sqrt{2} \sin \frac{\delta_0}{2} \sqrt{b^2(x, y) \{1 - \cos[2\phi'(x, y) + \delta_0]\}}. \quad (5)$$

若干涉图中至少存在一根条纹,则^[12-15]

$$\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2(x, y) \{1 - \cos[2\phi'(x, y) + \delta_0]\} = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2(x, y) - \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2(x, y) \cos[2\phi'(x, y) + \delta_0] \ll \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2(x, y). \quad (6)$$

由(5)、(6)式可得

$$\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N \Delta I_k^2 \approx 2 \sin^2 \frac{\delta_0}{2} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2(x, y). \quad (7)$$

则相邻两帧干涉图间的移相步长为

$$\delta_0 = 2 \arcsin \sqrt{\frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [I_{k+1}(x, y) - I_k(x, y)]^2}{2 \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2(x, y)}}. \quad (8)$$

实际检测过程中环境振动和空气扰动等随机误差会使不同时刻的移相值产生细微变化,为消除或减小振动等随机误差的影响,将通过(8)式对 K 帧干涉图中所有的相邻两帧进行计算再取平均的结果作为 K 帧定步长移相干涉图对应的移相值,即

$$\delta = \frac{\sum_{k=1}^{K-1} 2 \arcsin \sqrt{\frac{\sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N [I_{k+1}(x, y) - I_k(x, y)]^2}{2 \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N b^2(x, y)}}}{K-1}. \quad (9)$$

由(9)式可知,只要求出干涉光调制度 $b(x, y)$,即可由(9)式直接计算得到 K 帧定步长移相干涉图的移相值。由(1)式可知,当相邻两帧干涉图间移相值足够小,干涉图帧数足够多时,任意像素点 (x, y) 可取所有可能的光强值。设像素点 (x, y) 处的光强最大值、最小值分别为 $I_{\max}(x, y)$ 和 $I_{\min}(x, y)$,该点处的调制度可表示为^[16-17]

$$b(x, y) = \frac{I_{\max}(x, y) - I_{\min}(x, y)}{2}. \quad (10)$$

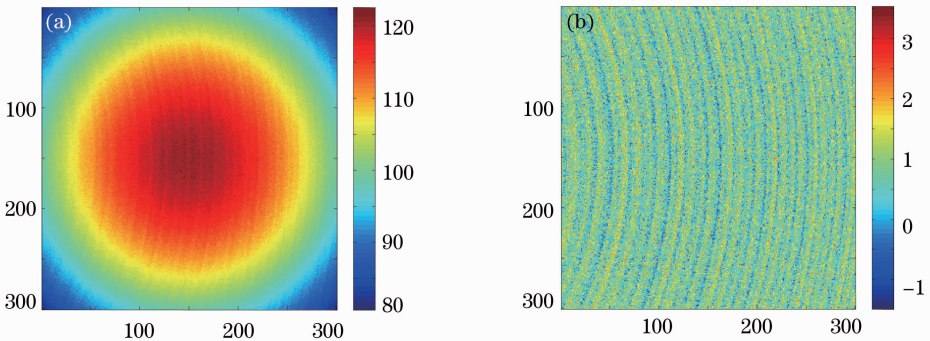


图1 调制度计算结果。(a)调制度分布;(b)误差分布

Fig. 1 Calculated modulations. (a) Modulation distribution; (b) error distribution

由 TDA 算法原理可知,定步长移相干涉图中条纹数会影响该算法的计算精度。由计算机重新生成 K 帧($K=4$)移相干涉图,令第一帧移相值为 0,第 k 帧移相值为 $\delta_{k+1} = \delta_k + \pi/4, k=1, 2, 3$;背景光强和调制度分布与上文相同;初始相位分布为

从上文分析可知,本算法只需两步操作就可求出定步长移相值:

1) 计算干涉光调制度 $b(x, y)$:采集移相值在一个周期($[0, 2\pi]$)内随机变化的 N 帧干涉图(如 $N=100$,为确保计算精度,尽量多采集一些干涉图),由(10)式求出干涉光调制度。

2) 计算定步长移相值 δ :采集 K 帧定步长移相干涉图(如 $K=4$),利用步骤 1 的计算结果和(9)式求出移相值。

本算法采用相邻两帧干涉图相减获得干涉图差分函数计算单步移相值,对其取平均以消除或减小随机误差,然后再计算定步长移相值,因此称之为两帧差分平均移相算法。

3 算法性能分析

3.1 模拟仿真

首先计算干涉光调制度 $b(x, y)$ 。由计算机生成移相值在 $[0, 2\pi]$ 内随机变化的 N 帧($N=100$) $300 \text{ pixel} \times 300 \text{ pixel}$ 的干涉图,背景光强为 $a(x, y) = 160 \exp[-0.2(x^2 + y^2)]$,调制度分布为 $b(x, y) = 120 \exp[-0.2(x^2 + y^2)]$,初始相位为 $\phi(x, y) = 0.5\pi(x^2 + y^2) + 5\pi y$;利用 Matlab 的 wgn 函数在每帧干涉图中加入 0.01 dB 高斯白噪声。由(10)式对 100 frame 干涉图进行计算求得干涉光调制度分布,如图 1(a)所示。图 1(b)为调制度的计算值与理想值的残差分布图。

$\phi(x, y) = 0.5\pi(x^2 + y^2) + t \cdot \pi y, t$ 表示干涉图中条纹数量, $t = 0, 1, \dots, 16$;利用 wgn 函数在每帧干涉图中加入 0.01 dB 高斯白噪声;假设振动、空气扰动等环境因素得到很好地控制,暂时忽略其影响。用 TDA 算法对生成的 17 组干涉图进行处理,获得干

涉条纹数量与移相值误差曲线,如图 2 所示,可以看出:当干涉图为“零条纹”时,TDA 算法误差较大,这是算法设计缺陷造成的;当条纹数超过 1 时,移相值误差基本不变,约为 3.75×10^{-3} rad。此结果间接证明了(6)式的近似处理是合理的。

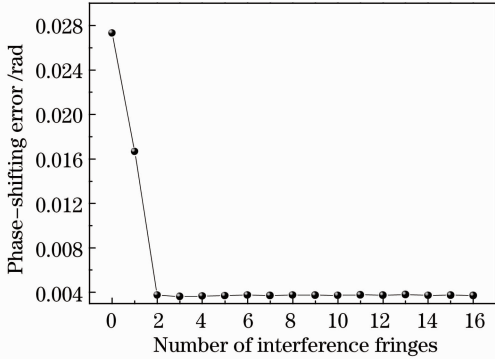


图 2 移相值误差随干涉条纹数量变化曲线

Fig. 2 Curve of phase-shifting error with the number of interference fringes

下面分析移相干涉图帧数 K 对 TDA 算法精度的影响。实际检测过程中,振动、空气扰动等环境中的随机误差会影响移相值的准确性^[18-19]。假设振动引入的移相值为 $\delta_{\text{vibration}}$,其值在 ± 0.01 rad 之间随机变化;空气扰动引入的移相值为 δ_{air} ,其值在 ± 0.001 rad 间随机变化。将振动等随机误差考虑进去,用上文的方法重新生成 N 帧($N = 100$)干涉图求新的调制度,重新生成 K 帧等步长移相干涉图, $K = 2, 3, \dots, 18$;令第一帧移相值为 0,第 k 帧移相值为 $\delta_{k+1} = \delta_k + \pi/4, k = 1, 2, \dots, K - 1$,干涉图中包含 3 根条纹,背景光强和理想调制度与上文相同;利用 wgn 函数在每帧干涉图中加入 0.01 dB 高斯白噪声。图 3 为加入振动等随机误差后获得的干涉图帧数 K 与移相值误差关系曲线,可以看出:随着 K 增加,TDA 算法求得的移相误差变化幅度逐渐减小并趋于稳定,其原因是多次求平均使振动和空气扰动引入的随机误差得到平衡,当移相干涉图超过 5 frame 时移相误差值小于 0.006 rad。此外,为比较 TDA 算法和 AIA 算法的性能,分别采用两种算法对 $K = 6$ 时生成的 6 frame 移相干涉图进行计算。AIA 算法的迭代阈值为 0.01 rad,6 frame 干涉图迭代初始值分别为 $0, \pi/3, 2\pi/5, \pi/2, 3\pi/5$ 和 $4\pi/5$,将 AIA 算法求得的相邻两帧干涉图间的移相值求平均作为最终的移相步长。表 1 中给出了两种算法的计算结果、误差、耗时及迭代次数。本次计算在主频为 2.8 GHz 双核处理器的计算机上基于

Matlab 完成。从表 1 中可以看出,TDA 算法利用 6 frame 干涉图求得的移相值为 0.7805 rad,与目标移相值 $\pi/4$ 的差为 0.0049 rad。此方法因不需要迭代计算,计算速度很快。AIA 算法通过 5 次循环迭代求得移相值为 0.7825 rad,与目标移相值相差 0.0029 rad。AIA 算法因迭代计算耗时较长,若采集到的干涉图为 $1024 \text{ pixel} \times 1024 \text{ pixel}$,采用 AIA 算法计算耗时将更久。利用 TDA 算法求解定步长移相值具有精度高、计算速度快的优点,可用于对采用定步长移相算法的波长移相干涉仪进行标定。

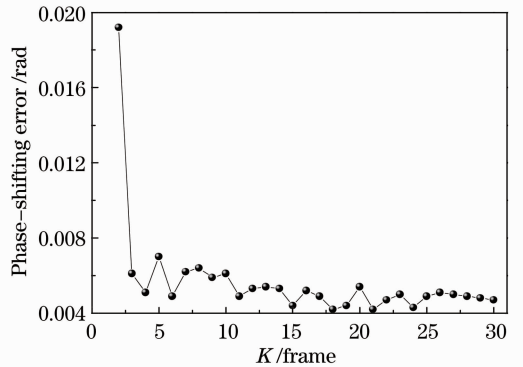


图 3 TDA 算法误差随干涉图帧数 K 的变化曲线关系

Fig. 3 Curve of phase-shifting error with the number of interference frames

表 1 TDA 算法和 AIA 算法比较

Table 1 Comparison between TDA and AIA

	Phase shift /rad	Error /rad	Time /s	Iterations
TDA	0.7805	0.0049	0.0308	0
AIA	0.7825	0.0029	0.6825	5

3.2 实验验证

下面通过实验验证 TDA 算法的有效性。首先利用 Zygo 公司的 VeriFire MST™ 干涉仪随机采集 N 帧($N = 120$)包含 3 根条纹的干涉图(根据条纹变化进行判断,确保随机移相值超过一个移相周期),利用本文描述的方法对这些干涉图进行处理求出干涉光的调制度分布。采集到的实际干涉图如图 4(a)所示,图 4(b)为利用本文方法对采集的 120 frame 干涉图处理获得的干涉光调制度分布。在相同实验条件下重新采集 K 帧($K = 13$)定步长移相干涉图,移相值为 $\pi/4$ 。利用 TDA 算法对 K 帧干涉图进行处理获取移相值,并将所得结果与 $\pi/4$ 做差求出对应的移相偏差。图 5(a)为利用本文方法求得的移相值随干涉图帧数 K 的变化曲线,图 5(b)为对应的移相误差,从整体上看,随着选取的干涉图数量增加,本文算法获得的移相值大小的变化幅度逐渐减小,这是由于取平均抵消了部分随机误差的影响;若 Zygo

干涉仪的移相步长等于 $\pi/4$, 当 $K=13$ 时, 移相误差为 0.009 rad 。由计算结果可知, 利用本文的方法

对定步长移相干涉图进行处理可以获得与实际移相值接近的计算结果, 引入的误差较小。

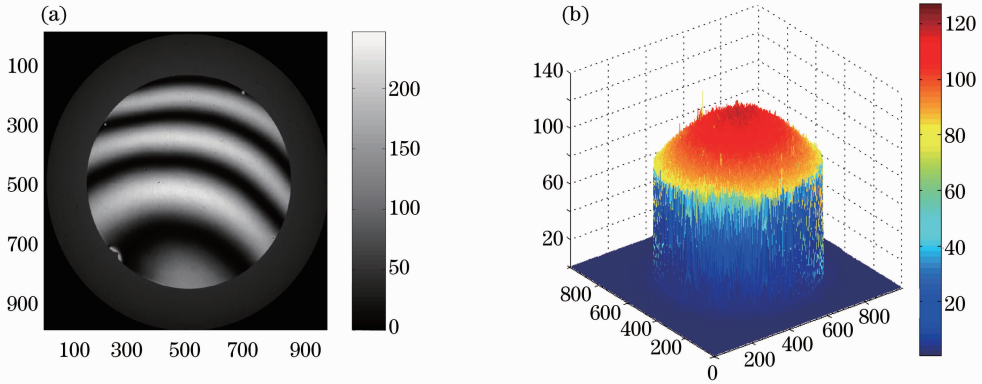


图 4 (a)实际干涉图; (b)计算得到的调制分布

Fig. 4 (a) Real interferogram; (b) calculated modulation distribution of the interferograms

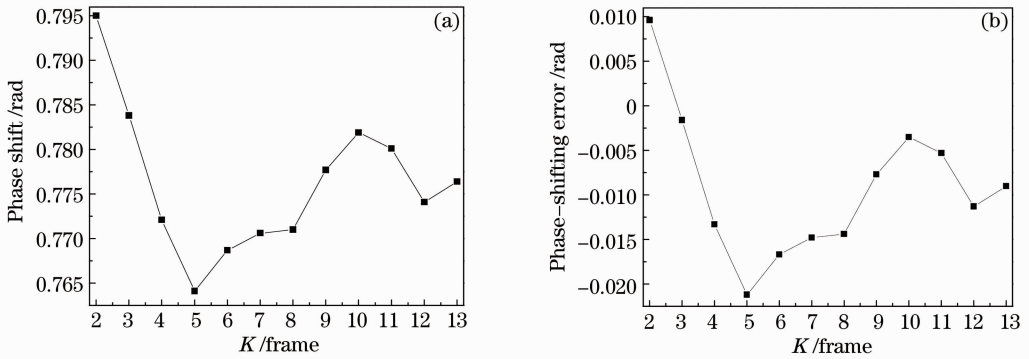


图 5 计算得到的(a)移相值和(b)移相误差曲线

Fig. 5 Calculated curves of (a) phase shift and (b) phase-shifting error

4 移相值标定及实验研究

对于波长移相干涉仪, 相邻两帧干涉图间移相值 δ 与波长步进量及干涉腔长度的关系可表示为^[14]

$$\delta = \frac{4\pi}{\lambda_0^2} \times \Delta\lambda \times h(x, y), \quad (11)$$

式中 λ_0 为可调谐半导体激光器的中心波长; $h(x, y)$ 为干涉腔长度; $\Delta\lambda$ 表示单次移相时激光波长步进量。本实验室研制的波长移相干涉仪主光路采用斐索型结构, 利用 Zygo13 步移相算法^[20] 计算相位分布, 选用美国 New Focus 公司生产的 6000Vortex 系列可调谐半导体激光器作为光源, 激光头型号为 TLB-7004-P, 光路结构为 Littman 型^[21], 中心波长为 632.99 nm ; 采用一个 12 位高精度数模(D/A)转换器产生模拟电压输入给激光器控制箱的频率调制端口对激光输出进行调谐, 可使激光波长分辨率达到 10^{-5} nm 量级。对该激光器测试, 结果表明, 其输

出波长与调制电压满足线性关系, 即 $\Delta\lambda = \alpha\Delta U$, $\alpha = 0.574 \text{ nm/V}$ 。因此, 可将单步移相值与激光调制电压 ΔU 的关系表示为

$$\delta = \frac{4\pi\alpha}{\lambda_0^2} \times h(x, y) \times \Delta U. \quad (12)$$

若不考虑振动等随机误差的影响, 完成光路搭建后干涉腔长 h 是固定的, 但准确值未知。由(12)式可知, 对于给定的调制电压, 对应着唯一的移相值, 因此可利用 TDA 算法对该干涉仪进行标定: 给定激光器调制电压, 采集干涉图计算实际移相值大小, 并与 $\pi/4$ 做差求移相偏差, 根据移相偏差大小适当调整激光调制电压的值, 最终可获得指定精度要求的移相步长。实际标定过程中, 振动等误差较大时会使得 TDA 算法精度有所下降, 可以根据干涉条纹的变化规律及 Zygo13 步移相算法获得的相位分布的有效数据点判断标定结果是否达到要求。若移相值偏离 $\pi/4$ 较大, 则获得的相位分布存在数据缺失现象。

利用上述标定思想对研制的一台口径 100 mm 平面和球面的波长移相干涉仪进行标定,测量其重复性:相同测量条件下对一平面元件进行 100 次测量,每次测量取 16 次相位平均,获得 100 个测量面形 RMS 值,如图 6 所示。数据处理结果表明:100 次测量的标准差(σ)为 0.035 nm,则该干涉仪的 RMS 重复性(2σ)为 0.07 nm($1.106\lambda/10000$),达到了设计指标。

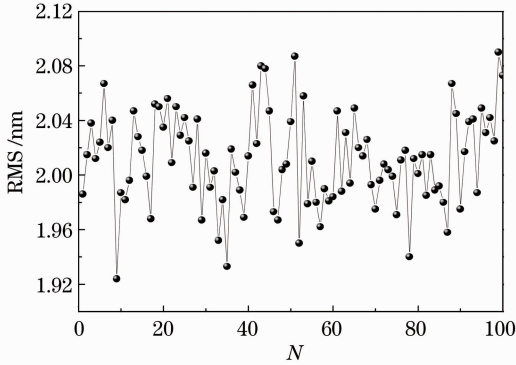


图 6 100 次测量结果

Fig. 6 Results for 100 times measurement

为验证标定后的波长移相干涉仪的测量精度,将该干涉仪与 Zygo 公司的 VeriFire MST™干涉仪做对比测量实验:1)将研制的干涉仪和 Zygo 干涉仪正对着放置在相同的大理石隔振平台上以减小检

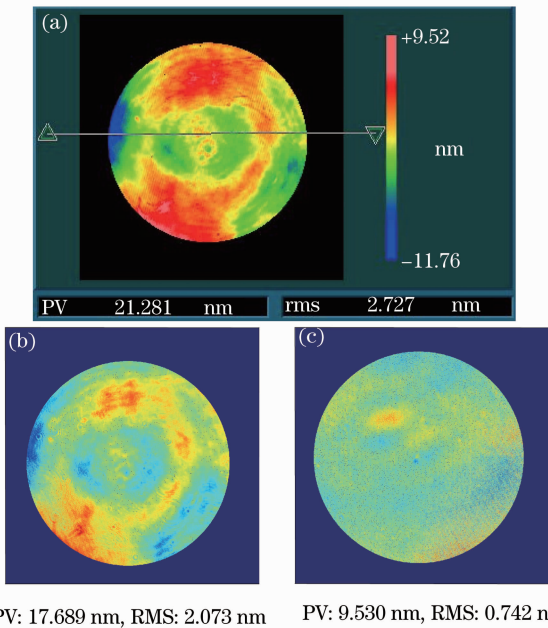


图 7 测量结果比较。(a) Zygo 干涉仪;(b)研制干涉仪;(c)两干涉仪测量结果的差值

Fig. 7 Comparison of the measurement results. (a) Zygo interferometer; (b) developed interferometer; (c) difference between the two interferometer measuring results

测环境差异对测量结果的影响;2)将两块 4"平面标准具分别安装在两台干涉仪上形成干涉腔,两块镜子互为参考镜和被测镜;3)实验中当一台干涉仪做测量时关闭另一台干涉仪的激光光源,避免杂散光对检测结果产生影响;4)为确保研制干涉仪的系统误差标定结果准确,分别对两块镜子作标记点。两台干涉仪均采用 Zygo13 步移相算法计算相位分布,将 16 次相位平均结果作为最终测量结果。图 7(a)为 Zygo 干涉仪的测量结果,图 7(b)为研制干涉仪的测量结果,可以看到两台干涉仪的测量结果基本吻合。根据所作标记点将两干涉仪测量结果点对点做差,结果如图 7(c)所示,其峰谷值(PV)为 9.530 nm,RMS 值为 0.742 nm。以上测量结果是两台干涉仪在相同测量条件下获得的,可将此面形差值看作是研制干涉仪的系统误差,利用本文算法标定的波长移相干涉仪可以获得较高的检测精度。

5 结 论

采用定步长移相算法的波长移相干涉仪移相步长标定的实质是找出移相值与可调谐半导体激光器调制电压之间的准确对应;两帧差分平均移相算法利用少量几帧定步长移相干涉图直接计算出移相值,可用于波长移相干涉仪的标定。从模拟仿真结果和实验结果可以看出,当定步长移相干涉图中条纹数量多于一根时,TDA 算法可以获得与理想值接近的移相值大小,计算精度高,速度快;利用该算法对研制的斐索型波长移相干涉仪进行标定后,测得该干涉仪的测量面形 RMS 重复性为 0.07 nm ($1.106\lambda/10000$);与 Zygo 干涉仪测量结果比较可知,利用 TDA 算法标定的干涉仪具有很高的测量精度。环境中的振动等随机误差较大时,TDA 算法的精度会有所下降。当可调谐半导体激光器输出波长与调制电压之间不满足线性关系或干涉仪工作环境较苛刻时,为了确保干涉仪的标定精度,需要建立其他性能更好的标定方案。

参 考 文 献

- 1 J H Bruning, D R Herriott, J E Gallagher, *et al.*. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses [J]. *Appl Opt*, 1974, 13(11): 2693-2703.
- 2 Wang Ping, Wang Rudong, Tian Wei, *et al.*. Design and analysis of thermal stability for main frame in Fizeau interferometer [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2011, 19(9): 2100-2107.
- 王平,王汝冬,田伟,等. Fizeau 干涉仪主机的热稳定性设计与分析[J]. *光学精密工程*, 2011, 19(9): 2100-2107.
- 3 L L Deck, J A Soobitsky. Phase-shifting via wavelength tuning in

- very large aperture interferometers [C]. SPIE, 1999, 3782: 432–442.
- 4 C Ai, R Knowlden, R Lamb. Design of 24" phase-shifting Fizeau interferometer [C]. SPIE, 1997, 3134: 447–455.
- 5 X F Xu, L Z Cai, Y R Wang, *et al.*. Simple direct extraction of unknown phase shift and wavefront reconstruction in generalized phase-shifting interferometry: algorithm and experiments [J]. Opt Lett, 2008, 33(8): 776–778.
- 6 J Deng, H Wang, F Zhang, *et al.*. Two-step phase demodulation algorithm based on the extreme value of interference [J]. Opt Lett, 2012, 37(22): 4669–4671.
- 7 J Vargas, J A Quiroga, C O S Sorzano, *et al.*. Two-step demodulation based on the Gram-Schmidt orthonormalization method [J]. Opt Lett, 2012, 37(3): 443–445.
- 8 Z Wang, B Han. Advanced iterative algorithm for phase extraction of randomly phase-shifted interferograms [J]. Opt Lett, 2004, 29(14): 1671–1673.
- 9 Z Wang, B Han. Advanced iterative algorithm for randomly phase-shifted interferograms with intra- and inter-frame intensity variations [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2007, 45(2): 274–280.
- 10 R Langoju, A Patil, P Rastogi. Accurate nonlinear phase step estimation in phase shifting interferometry [J]. Optics Communications, 2006, 266(2): 638–647.
- 11 Lü Xiaoxu, Zhong Liyun, Zhang Yimo. A method of phase-shifting measurement by the difference of phase-shifting interferograms [J]. Acta Optica Sinica, 2007, 27(4): 603–608.
吕晓旭, 钟丽云, 张以谟. 通过相移条纹图差分测定相移量的方法[J]. 光学学报, 2007, 27(4): 603–608.
- 12 J Vargas, J A Quiroga, T Belenguer. Phase-shifting interferometry based on principal component analysis [J]. Opt Lett, 2011, 36(8): 1326–1328.
- 13 J Deng, H Wang, D Zhang, *et al.*. Phase shift extraction algorithm based on Euclidean matrix norm [J]. Opt Lett, 2013, 38(9): 1506–1508.
- 14 J Xu, L Sun, Y Li, *et al.*. Principal component analysis of multiple-beam Fizeau interferograms with random phase shifts [J]. Opt Express, 2011, 19(15): 14464–14472.
- 15 V S Cadarso, S Chosson, K Sidler, *et al.*. High-resolution 1D moirés as counterfeit security features [J]. Light: Science & Applications, 2013, 2(7): e86.
- 16 Q Hao, Q Zhu, Y Hu. Random phase-shifting interferometry without accurately controlling or calibrating the phase shifts [J]. Opt Lett, 2009, 34(8): 1288–1290.
- 17 Su Zhide, Shi Zhenguang, Su Dongqi, *et al.*. Iterative phase shifting algorithm with normalized intensity in the presence of random and tilt phase shifts [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(1): 0112001.
苏志德, 史振广, 苏东奇, 等. 在随机和倾斜移相下光强归一化的迭代移相算法[J]. 光学学报, 2013, 33(1): 0112001.
- 18 Wang Rudong, Tian Wei, Wang Ping, *et al.*. Analysis of vibration effect to surface figure measurement [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(11): 1112001.
王汝冬, 田 伟, 王 平, 等. 振动对面形测量误差的影响分析[J]. 光学学报, 2012, 32(11): 1112001.
- 19 Miao Erlong, Gu Yongqiang. Temperature influence on Fizeau interferometer repeatability [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(12): 1212008.
苗二龙, 谷勇强. 温度对 Fizeau 干涉仪测量重复性的影响[J]. 光学学报, 2011, 31(12): 1212008.
- 20 De Groot P. Measurement of transparent plates with wavelength-tuned phase-shifting interferometry [J]. Appl Opt, 2000, 39(16): 2658–2663.
- 21 M G Littman. Single-mode operation of grazing-incidence pulsed dye laser [J]. Opt Lett, 1978, 3(4): 138–140.

栏目编辑：史 敏