

免疫投影基准光强变化的五步移相算法在条纹投影偏折法中的应用

刘江^{1,2} 王飞¹ 王高文¹ 高松涛^{1,2} 杨怀江¹

(¹ 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所应用光学国家重点实验室, 吉林 长春 130033)

² 中国科学院大学, 北京 100049

摘要 为了提高条纹投影偏折法对自由曲面的测量精度,通过分析投影到待测面的条纹光强变化形式,推导出一种可以免疫光强变化的五步移相算法,并通过频域傅里叶分析论述了该算法的可行性。数值实验结果表明,免疫光强变化的五步移相算法在基准光强变化 1%~5%,杂散光噪声为 0.1%~0.5% 的情况下,相位计算精度峰值为 0.0042λ,均方根值为 0.0014λ,在消除离焦影响后,相位计算精度可以达到 0.0009λ。与其他移相算法的对比分析,进一步说明了该算法的优势,免疫光强变化五步移相算法在利用条纹投影偏折法测量自由曲面领域有着较高的应用价值。

关键词 光学检测;移相算法;条纹投影偏折法;光强变化

中图分类号 O436.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201340.1108003

Application of Standard Intensity Insensitive Five-Step Phase-Shifting Algorithm in Projected Fringe Deflectometry

Liu Jiang^{1,2} Wang Fei¹ Wang Gaowen¹ Gao Songtao^{1,2} Yang Huaijiang¹

[¹ State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China
² University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China]

Abstract In order to improve the accuracy of projected fringe deflectometry (PFD) in measuring the free-form surface, a standard intensity insensitive five-step phase-shifting algorithm in PFD test is proposed by analyzing the change patterns of the intensity on the tested surface. Fourier techniques are used to analyze the feasibility of the algorithm. The result of the computer simulation indicates that the peak value of phase retrieve precision of the proposed algorithm is 0.0042λ and the root mean square value is 0.0014λ with 1%~5% change in standard intensity and 0.1%~0.5% stray noise. After removing defocus, the precision of phase retrieve is 0.0009λ. By comparing with other phase-shifting algorithms, the performance of the algorithm manifests the advantages. As a result, the standard intensity insensitive five-step phase-shifting algorithm has a high application value in the measurement of free-form surface in PFD.

Key words optical measurement; phase-shifting algorithm; projected fringe deflectometry; intensity change

OCIS codes 120.3940; 120.2650; 100.5070; 120.5050

1 引言

条纹投影偏折法(PFD)^[1-3]是一种测量自由曲面面形的新方法,该方法通过 CCD 相机测量有待测

面反射的正弦投影条纹,再经过移相计算出同一束光线在待测面、相机像面和投影屏幕上的坐标及其映射关系,从而利用三角法计算出对应点的 X,Y 方

收稿日期: 2013-05-30; 收到修改稿日期: 2013-06-29

基金项目: 国家科技重大专项(2009ZX02205)

作者简介: 刘江(1988—),男,博士研究生,主要从事精密光学检测技术方面的研究。E-mail: liujiang0521@gmail.com

导师简介: 杨怀江(1966—),男,研究员,博士生导师,主要从事高精度光学加工、检测技术等方面的研究。

E-mail: yanghj@sklao.ac.cn

向斜率,进而重建出待测面的面形^[4-5]。

条纹投影偏折法中所用投影正弦条纹由计算机生成,因此不存在移相步长误差,但是由于条纹的移动,投影光的强度会发生相应的变化,此时,应用传统四步移相算法^[6-8]进行坐标及其映射关系的计算会引入较大的误差。目前,已有的克服光强不稳定的五步移相算法^[9-14]主要用于波长移相干涉测量中,而条纹投影偏折法中光强变化形式与其不相符,难以获得较好的测量结果。

本文通过分析条纹投影偏折法中待测面处投影光强的变化形式,推导出免疫光强变化的五步移相

算法,同时进行频域分析,进一步论证了其可行性,并使用数值实验验证了算法的相位计算精确度。

2 条纹投影偏折法基本原理

条纹投影偏折法可以被认为是哈特曼检测的逆向形式,实验中通过投影屏幕将标准正弦条纹投射到待测面,用 CCD 相机拍摄由待测面调制后的形变条纹,然后通过移相算法确定同一束光线在待测面、相机像面和投影屏幕上的坐标及其映射关系,实验装置图和原理图如图 1 所示。

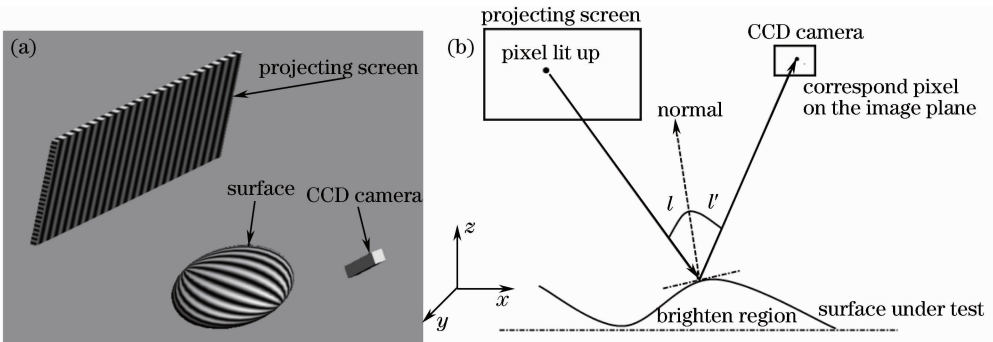


图 1 条纹投影偏折法(a)装置图及(b)原理示意图

Fig. 1 (a) Setup and (b) principle diagram of PFD

根据反射原理及三角测量法,待测面的 X, Y 方向斜率(S_X, S_Y)可以由以下公式^[15]计算得出

$$S_X = \frac{(X_{\text{mir}} - X_{\text{scr}})/d_{\text{mir2scr}} + (X_{\text{mir}} - X_{\text{cam}})/d_{\text{mir2cam}}}{[Z_{\text{mir2scr}} - W(x, y)]/d_{\text{mir2scr}} + [Z_{\text{mir2cam}} - W(x, y)]/d_{\text{mir2cam}}}, \quad (1)$$

$$S_Y = \frac{(Y_{\text{mir}} - Y_{\text{scr}})/d_{\text{mir2scr}} + (Y_{\text{mir}} - Y_{\text{cam}})/d_{\text{mir2cam}}}{[Z_{\text{mir2scr}} - W(x, y)]/d_{\text{mir2scr}} + [Z_{\text{mir2cam}} - W(x, y)]/d_{\text{mir2cam}}}, \quad (2)$$

式中 $W(x, y)$ 为待测面的面形, $X_{\text{mir}}, X_{\text{cam}}, X_{\text{scr}}$, $Y_{\text{mir}}, Y_{\text{cam}}, Y_{\text{scr}}$ 为光线在待测面、相机像面和投影屏幕的坐标, $d_{\text{mir2cam}}, d_{\text{mir2scr}}$ 为待测面与相机像面和投影屏幕之间对应点的距离, $Z_{\text{mir2cam}}, Z_{\text{mir2scr}}$ 为待测面与相机像面和投影屏幕之间的垂直距离。

利用投影偏折法测量对应点的坐标需要两个主要步骤:

1) 标定相机像平面坐标系、投影屏坐标系以及待测面坐标系三者之间的矩阵关系,即求出转换矩阵。

2) 通过投影条纹移相计算,得出同一束光线在三个坐标系下的坐标,对应点之间的映射,即确定出不同坐标系下哪些点位于同一束光线上。

第一个步骤即为相机标定,此类研究的文献很多。本文所讨论的移相算法主要关注第二个步骤,用于求解光线在三个坐标系下的坐标及同一束光线对应点对之间的映射。

条纹投影的坐标及映射关系测量可以用点扫描方式来理解,即点亮屏幕一个点,然后分别测出该亮点在投影屏、待测面和 CCD 相机像平面坐标系下的坐标值,然后通过第一步的转换矩阵统一到同一坐标系下(一般选取待测面所在的坐标系)。而在实际应用中,为了提高测量速度,一般采用正弦条纹投影法,通过向待测面投射一组由投影屏生成的正弦移相条纹,通过移相算法得出投影正弦条纹在待测面的相位分布,投影屏与待测面上相位相同的两点处于同一条直线上,成为一组映射。由于投影屏与相机像面在实验中均认为是理想平面,因此通过步骤 1 的转换矩阵可以确定投影屏上每一点在相机像平面对应的像点,成为第二组映射,这样,投影屏、待测面和相机像平面的点在各自坐标系下的坐标值和对对应点之间的映射就确定了,通过(1)、(2)式就可以迭代计算得出待测面的相位及斜率信息。

3 免疫光强变化的五步移相算法

3.1 条纹投影偏折法中投影光强的变化形式

由于在条纹投影偏折法中,投影屏将生成条纹投影到待测面上,同时作为系统光源,在投影的正弦条纹相位发生移动时,投影到待测面的基准光强也会发生变化,这样,直接应用移相算法就会产生相位的计算误差,以常见的四步移相算法为例,即

$$I_j = I_M \cdot [1 + \gamma \cdot \cos(\varphi + \delta_j)],$$

$$\delta_j = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, \quad (3)$$

式中 I_j 为投影到待测面的光强分布, j 为移相序数, I_M 为基准光强, γ 为对比度, φ 为实际待测相位, δ_j 为移相相位。由于干涉仪所用激光光强稳定性较好,因此认为每幅干涉图的基准光强 I_M 为定值。而在条纹投影偏折法中,则需要分析基准光强与条纹移相之间的关系,从而减少相位计算的误差。

使用戴尔 21 寸(1 寸为 1/30 m)显示器和 BZJI-II 型光照度计测试条纹投影偏折法中投影到待测面的基准光强的变化,实验装置图如图 2 所示。

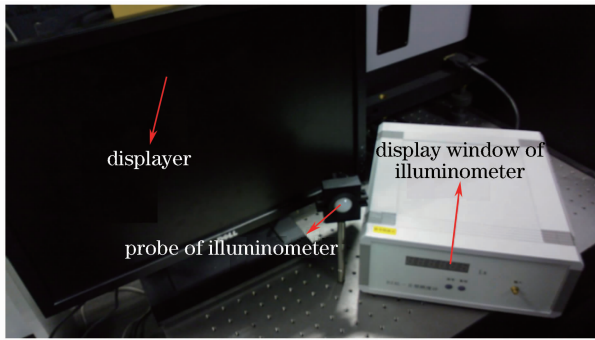


图 2 PFD 实验中基准光强测试装置图

Fig. 2 Setup of background intensity test in PFD

屏幕投影的正弦条纹移相范围为 $-10\pi \sim 10\pi$, 步长为 0.5π 。投影到待测面的基准光强变化如图 3

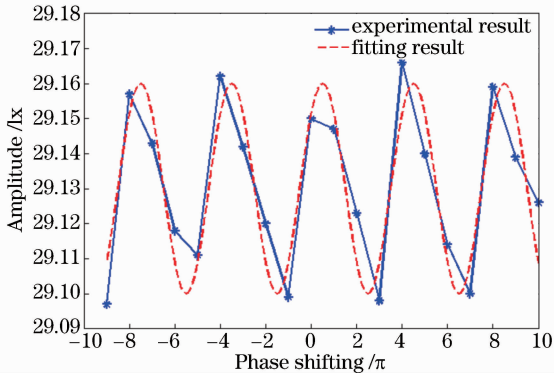


图 3 PFD 实验中照度测试结果及拟合曲线图

Fig. 3 Experimental and fitting curves of illumination test in PFD

所示。

图 3 中星点线为投影到待测面的实际基准光强值,虚线为拟合结果。可以看出,投影到待测面的基准光强的变化与屏幕生成的正弦条纹移相值一致。因此,投影条纹投射到待测面的基准光强不是固定值,而是按一定周期变化,即

$$\Delta I_M \propto \cos \Delta \delta, \quad (4)$$

式中 ΔI_M 为光强变化量, $\Delta \delta$ 为投影条纹附加的相位变化量。

在正弦条纹投影中,投影屏每一个像素的光经过待测面反射后的亮度响应并非是一致的,因此引入待测面光强调制系数 $B(x, y)$, 则投影到待测面位置的基准光强为

$$I_{M_j}(x, y) = I_M [1 + B(x, y) \cdot \cos \delta_j]. \quad (5)$$

3.2 免疫光强的五步移相算法推导

由 3.1 节实验分析可以看出,条纹投影偏折法中,投影到待测面的正弦条纹光强分布可以表示为

$$I_j(x, y) = I_M \cdot [1 + B \cdot \cos \delta_j] \cdot \{1 + \gamma \cdot \cos[\varphi(x, y) + \delta_j]\}. \quad (6)$$

为了方便后续分析,将(6)式展开为

$$I_j(x, y) = A_1(x, y) + A_2(x, y) \cdot \cos \delta_j + A_3(x, y) \cdot \sin \delta_j + A_4(x, y) \cdot \cos^2 \delta_j + A_5(x, y) \cdot \cos \delta_j \cdot \sin \delta_j, \quad (7)$$

式中,

$$\begin{aligned} A_1(x, y) &= I_M, \\ A_2(x, y) &= I_M \cdot [\gamma \cos \varphi(x, y) + B], \\ A_3(x, y) &= -I_M \cdot \gamma \sin \varphi(x, y), \\ A_4(x, y) &= I_M \cdot B \cdot \gamma \cos \varphi(x, y), \\ A_5(x, y) &= -I_M \cdot B \cdot \gamma \sin \varphi(x, y). \end{aligned} \quad (8)$$

$A_j(x, y)$ 包含了所有的未知变量,实际相位可以表示为

$$\varphi(x, y) = \arctan \frac{-A_5(x, y)}{A_4(x, y)}. \quad (9)$$

因此,在实验中测得了一系列投影条纹光强值 I_j^* 后,为了解出其相位分布,应用最小二乘判据,有

$$L = \sum_{j=1}^N (I_j^* - I_j)^2, \quad (10)$$

式中 L 为最小二乘判据因子。若要 L 取最小值,应满足(10)式的一阶导数为零,可以得出

$$\partial(\delta_j) \cdot A_j(x, y) = \mathbf{S}(x, y, \delta_j), \quad (11)$$

式中,

$$\boldsymbol{\theta}(\delta_j) = \begin{bmatrix} N & \sum \cos \delta_j & \sum \sin \delta_j & \sum \cos^2 \delta_j & \sum \cos \delta_j \sin \delta_j \\ \sum \cos \delta_j & \sum \cos^2 \delta_j & \sum \cos \delta_j \sin \delta_j & \sum \cos^3 \delta_j & \sum \cos^2 \delta_j \sin \delta_j \\ \sum \sin \delta_j & \sum \cos \delta_j \sin \delta_j & \sum \sin^2 \delta_j & \sum \cos^2 \delta_j \sin \delta_j & \sum \cos \delta_j \sin^2 \delta_j \\ \sum \cos^2 \delta_j & \sum \cos^3 \delta_j & \sum \cos^2 \delta_j \sin \delta_j & \sum \cos^4 \delta_j & \sum \cos^3 \delta_j \sin \delta_j \\ \sum \cos \delta_j \sin \delta_j & \sum \cos^2 \delta_j \sin \delta_j & \sum \cos \delta_j \sin^2 \delta_j & \sum \cos^3 \delta_j \sin \delta_j & \sum \cos^2 \delta_j \sin^2 \delta_j \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\mathbf{S}(x, y, \delta_j) = \begin{bmatrix} \sum I_j^* \\ \sum I_j^* \cos \delta_j \\ \sum I_j^* \sin \delta_j \\ \sum I_j^* \cos^2 \delta_j \\ \sum I_j^* \cos \delta_j \sin \delta_j \end{bmatrix}. \quad (13)$$

由于(7)式中有 5 个独立自由变量,因此 $j=1,2,3,4,5$ 。

将(12),(13)式代入(11)式,其中,移相步长为 $1/3\pi$,即可解出

$$\varphi(x, y) = \arctan \frac{\sqrt{3} \left(\frac{I_1}{3} - \frac{2I_2}{3} + \frac{2I_3}{3} - \frac{I_4}{3} \right)}{\frac{I_1}{3} - \frac{2I_3}{3} + I_4 - \frac{2I_5}{3}}. \quad (14)$$

3.3 免疫光强的五步移相算法频域分析

自 1990 年以来,移相算法的频域分析得到了系统地发展。移相算法在频域表现为一系列的滤波函数组合,频域分析可以直观地描述和评价一个移相算法的性能^[16-18]。

将移相过程看作是一个系统的时域响应,可以将(6)式改写为

$$s(t) = I_M [1 + B \cos(2\pi v_s t)] [1 + \gamma \cos(\varphi + 2\pi v_s t)], \quad \delta_j = 2\pi v_s t. \quad (15)$$

式中 v_s 表示移相频率。因此,移相信号的频谱可以写为

$$S(v) = \mathcal{F}[s(t)] = 2\pi I_M \delta(v) + \pi I_M B [\delta(v - v_s) + \delta(v + v_s)] + \pi I_M \gamma [\exp(j\varphi) \delta(v - v_s) + \exp(-j\varphi) \delta(v + v_s)] + 2\pi I_M B \gamma \cos \varphi \delta(v) + \pi I_M B \gamma [\exp(j\varphi) \delta(v - 2v_s) + \exp(-j\varphi) \delta(v + 2v_s)], \quad (16)$$

式中 δ 为单位冲激响应。移相算法提取相位过程可以表示为

$$c_i = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) f_i(t) dt, \quad i = 1, 2, \quad (17)$$

式中 $f_i(t)$ 是抽样信号,为

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \sum_{j=0}^4 \alpha_j \delta(t - t_j), \\ f_2(t) &= \sum_{j=0}^4 \beta_j \delta(t - t_j), \end{aligned} \quad (18)$$

式中 α_j, β_j 分别为冲激响应对应项系数。对(17)式应用 Hermitian 变换,则有

$$c_i = 2\text{Re} \left[\int_0^{\infty} S(v) F_i^*(v) dv \right], \quad i = 1, 2. \quad (19)$$

将(16)式代入(19)式则有

$$\begin{aligned} c_i &= \text{Re} [4\pi I_M F_i^*(0) + 2\pi I_M B F_i^*(v_s) + 2\pi I_M \gamma \exp(j\varphi) F_i^*(v_s) + \\ & 4\pi I_M B \gamma \cos \varphi F_i^*(0) + 2\pi I_M B \gamma \exp(j\varphi) F_i^*(2v_s)], \quad i = 1, 2. \end{aligned} \quad (20)$$

若要从上式中滤出相位信号,则需满足

$$F_1^*(0) = F_2^*(0) = 0,$$

$$\begin{aligned} F_1^*(v_s) &= F_2^*(v_s) = 0, \\ F_1^*(2v_s) &\neq 0, \\ F_2^*(2v_s) &\neq 0. \end{aligned} \quad (21)$$

同样,将免疫光强的五步移相算法改写为时域信号形式,即

$$\tan \varphi = \frac{\sqrt{3} \left(\frac{s_1}{3} - \frac{2s_2}{3} + \frac{2s_3}{3} - \frac{s_4}{3} \right)}{\frac{s_1}{3} - \frac{2s_3}{3} + s_4 - \frac{2s_5}{3}}. \quad (22)$$

因此,抽样信号,为

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \frac{\sqrt{3}}{3} \left[\delta(t) - 2\delta\left(t - \frac{1}{6}T_s\right) + 2\delta\left(t - \frac{1}{3}T_s\right) - \delta\left(t - \frac{1}{2}T_s\right) \right], \\ f_2(t) &= \frac{1}{3} \left[\delta(t) - 2\delta\left(t - \frac{1}{3}T_s\right) + 3\delta\left(t - \frac{1}{2}T_s\right) - 2\delta\left(t - \frac{2}{3}T_s\right) \right], \end{aligned} \quad (23)$$

式中 $T_s = \frac{1}{v_s}$, 表示抽样信号周期。时域抽样信号的共轭频谱为

$$\begin{aligned} F_1^*(v) &= \frac{\sqrt{3}}{3} \exp\left(j \frac{\pi v}{2v_f}\right) \left(-2j \sin \frac{\pi v}{2v_f}\right) + \frac{2\sqrt{3}}{3} \exp\left(j \frac{\pi v}{v_f}\right) \left(2j \sin \frac{\pi v}{6v_f}\right), \\ F_2^*(v) &= \frac{1}{3} \exp\left(j \frac{2\pi v}{3v_f}\right) \left(-2j \sin \frac{2\pi v}{3v_f}\right) + \frac{2}{3} \exp\left(j \frac{5\pi v}{6v_f}\right) \left(2j \sin \frac{\pi v}{6v_f}\right) + \frac{2}{3} \exp\left(j \frac{7\pi v}{6v_f}\right) \left(-2j \sin \frac{\pi v}{6v_f}\right), \end{aligned} \quad (24)$$

式中 v_f 为滤波器函数频率。抽样函数的频域响应如图 4 所示。

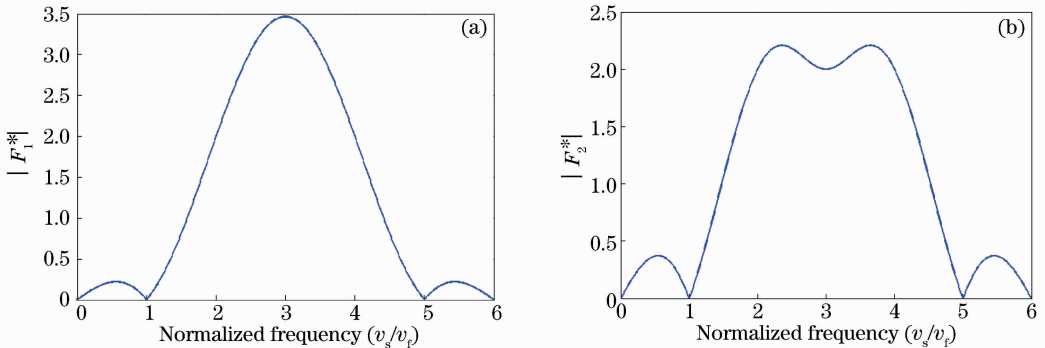


图 4 抽样函数的频域响应

Fig. 4 Frequency response of sampling functions

从图 4 中可以看出,在 $v_s/v_f = 0$ 和 $v_s/v_f = 1$ 时,抽样函数频域响应均为 0,在 $v_s/v_f = 2$ 时,可以从 c_i 滤出所求相位。

4 数值实验

为了验证算法的可行性,由于移相算法对条纹

周期并不敏感,利用计算机生成 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 大小的单周期正弦移相条纹图,每次移相步长为 $\pi/3$,并加入幅值为最大光强 $1\% \sim 5\%$ 的背景光波动,同时,加入 $0.1\% \sim 0.5\%$ 幅值的杂散光噪声,计算获得的条纹图如图 5 所示。



图 5 计算机生成五步移相正弦条纹图

Fig. 5 Computer generated five-step phase-shifting sinusoidal fringe patterns

通过免疫光强的五步移相算法对待测相位进行计算,结果如图 6 所示。

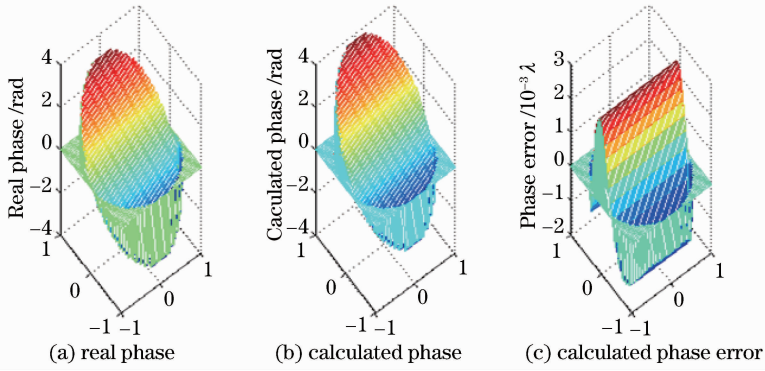


图 6 免疫光强五步移相算法相位计算结果

Fig. 6 Results of the intensity insensitive five-step phase-shifting algorithm

在加入相同光强变化和杂散光噪声的情况下,将本文算法与 Bruning 四步移相算法、Surrel 五步移相算法和 Hariharan 移相算法进行对比,结果如图 7 所示。

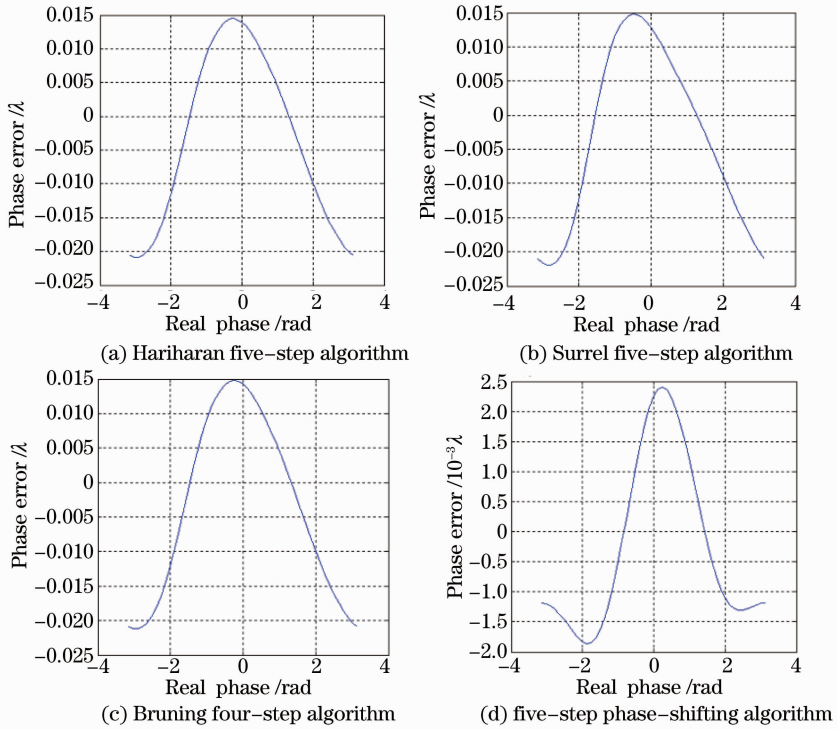


图 7 四种算法对比

Fig. 7 Comparison of the four algorithms

四种算法的相位计算误差峰谷值(PV)和均方根(RMS)如表 1 所示。

表 1 四种移相算法计算结果误差 PV 和 RMS 值

Table 1 Phase error PV and RMS of the four phase-shifting algorithms

Algorithm (step)	PV / λ	RMS / λ	RMS / λ (removing defocus)
Hariharan (5)	0.0322	0.0080	0.0072
Surrel (5)	0.0323	0.0087	0.0075
Bruning (4)	0.0360	0.0119	0.0112
New (5)	0.0042	0.0014	0.0009

5 结 论

针对条纹投影偏折法中光强变化造成的坐标及其映射关系测量误差,提出了一种免疫光强变化的五步移相算法。数值仿真实验结果表明,该算法可以很好地消除光强变化及杂散光对条纹投影偏折实验中相位计算的影响。对比已有的移相算法,该算法精度有明显的提高。算法未增加移相步数,可以满足条纹投影偏折法快速测量的要求。

参 考 文 献

- 1 Markus C Knauer, Jurgen Kaminski, Gerd Hausler. Phase measuring deflectometry; a new approach to measure specular free-form surfaces[C]. SPIE, 2004, 5457: 366—376.
- 2 Wu Yingchun, Cao Yiping, Xiao Yanshan. A new method of actively modifying the grating to improve the accuracy of on-line three-dimensional inspection[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(9): 0908009.
武迎春, 曹益平, 肖焱山. 一种主动修正投影光栅提高在线三维测量精度的方法[J]. 中国激光, 2011, 38(9): 0908009.
- 3 Xiao Yanshan, Wu Yingchun, Cao Yiping. A new phase-to-height mapping algorithm in fringe projection profilometry[J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(12): 1208004.
肖焱山, 武迎春, 曹益平. 条纹投影轮廓术中新的相位高度映射算法[J]. 中国激光, 2011, 38(12): 1208004.
- 4 Carsten Reich, Reinhold Ritter, Jan Thesing. 3-D shape measurement of complex objects by combining photogrammetry and fringe projection[J]. Opt Eng, 2000, 39(1): 224—231.
- 5 Thorsten Bothe, Wansong Li, Christoph von Kopylow, *et al.*. High-resolution 3D shape measurement on specular surfaces by fringe reflection[C]. SPIE, 2004, 5457: 411—422.
- 6 D Malacara, M Servin, Z Malacara. Interferogram Analysis for Optical Testing[M]. 2nd edition. New York: Marcel Dekker, 2003. 78—264.
- 7 G Lai, T Yatagai. Generalized phase-shifting interferometry[J]. J Opt Soc Am A, 1991, 8(5): 822—827.
- 8 L Z Cai, Q Liu, X L Yang. Generalized phase-shifting interferometry with arbitrary unknown phase steps for diffraction objects[J]. Opt Lett, 2004, 29(2): 183—185.
- 9 N Ohyama, S Kinoshita, A Cornejo-Rodriguez, *et al.*. Accuracy of phase determination with unequal reference shift[J]. J Opt Soc Am A, 1988, 5(12): 2019—2025.
- 10 K Hibino, B F Oreb, D I Farrant, *et al.*. Phase-shifting algorithms for nonlinear and spatially nonuniform phase shifts [J]. J Opt Soc Am A, 1997, 14(4): 918—930.
- 11 Y Surrel. Phase-shifting algorithms for nonlinear and spatially nonuniform phase shifts; comment[J]. J Opt Soc Am A, 1998, 15(5): 1227—1233.
- 12 J Xu, Q Xu, L Chai. Iterative algorithm for phase extraction from interferograms with random and spatially nonuniform phase shifts[J]. Appl Opt, 2008, 47(3): 480—485.
- 13 A Tellez Quiñones, D Malacara-Doblado. Inhomogeneous phase shifting: an algorithm for non-constant phase displacements[J]. Appl Opt, 2010, 49(32): 6224—6231.
- 14 Su Zhide, Shi Zhenguang, Su Dongqi, *et al.*. Iterative phase shifting algorithm with normalized intensity in the presence of random and tilt phase shifts[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(1): 0112001.
苏志德, 史振广, 苏东奇, 等. 在随机和倾斜移相下光强归一化的迭代移相算法[J]. 光学学报, 2013, 33(1): 0112001.
- 15 Peng Su, Yuhao Wang, James H Burge, *et al.*. Non-null full field X-ray mirror metrology using SCOTS: a reflection deflectometry approach [J]. Opt Express, 2012, 20(11): 12393—12406.
- 16 K Freischlad, C L Koliopoulos. Fourier description of digital phase-measuring interferometry[J]. J Opt Soc Am A, 1990, 7(4): 542—551.
- 17 M Servin, J C Estrada, J A Quiroga. Spectral analysis of phase shifting algorithms [J]. Opt Express, 2009, 17(19): 16423—16428.
- 18 M Servin, J C Estrada, J A Quiroga. The general theory of phase shifting algorithms [J]. Opt Express, 2009, 17(24): 21867—21881.

栏目编辑: 史 敏