

# 基于波长移相的多表面干涉测量原理与 误差分析

刘勇 刘旭\* 任寰 姜宏振 杨一 马骅

(中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 四川 绵阳 621900)

**摘要** 为解决移相干涉仪(PSD)测量平板类光学元件面形过程中产生多表面干涉条纹混叠的问题,介绍了基于波长移相的多表面干涉条纹分析方法的基本原理。对三表面干涉测量进行仿真分析,通过对随时间变化的干涉图进行傅里叶变换,提取相应频谱级次的相位,可求得前后表面面形分布。比较了不同取样帧数及不同干涉光频谱变化范围下的误差最大值与方差的变化。与原始仿真面形比较,在理想情况下,该方法测得面形误差优于 $10^{-4}\lambda$ 。采用该方法对一实验元件的三表面干涉图进行分析计算,并与 Zygo 干涉仪测量值比较,结果表明,元件面形峰谷值(PV)与均方根值(RMS)相对误差均低于 1%。

**关键词** 测量; 波长移相; 多表面干涉

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201340.1008007

## Principal and Error Analysis on Measurement of Multiple-Surface Interference with Wavelength-Tuning Phase-Shifting

Liu Yong Liu Xu Ren Huan Jiang Hongzhen Yang Yi Ma Hua

(Research Center of Laser Fusion, Chinese Academy of Engineering Physics,  
Mianyang, Sichuan 621900, China)

**Abstract** To solve the multiple-surface interference fringe pattern admixture problem in measuring parallel plate with phase-shifting interferometry (PSI), the basic principle of multiple-surface interference fringe analysis method with wavelength-tuning phase-shifting is introduced. As the three surfaces interference for example, the front and back surfaces can be got by analyzing the interferograms by Fourier transform and getting the phase of the corresponding spectrum. The maximum error and variance distributions with different sampling buckets and light spectral ranges are compared. In ideal case, the error of this method is lower than  $10^{-4}\lambda$ . Experiments on an optical element by this method and Zygo's interferometer, the result shows that the relative errors of surface peak-to-valley (PV) and root mean square (RMS) is lower than 1%.

**Key words** measurement; wavelength-tuning phase-shifting; multiple-surface interference

**OCIS codes** 120.5050; 120.3180; 120.2650

## 1 引言

相移干涉测量是目前应用最为普遍的光学元件波前测量方法,通过改变相干光波光程或波长等方式对参考波前与待测波前间的相位延迟进行调节,以采集一系列不同相移量的干涉图样,通过对其进行分析从而实现波前的高精度测量,其测量精度通常可达到 $\lambda/10$ 量级<sup>[1]</sup>。

在测量平板类光学元件面形中,当元件楔角较小,为在角秒量级时,前后表面的反射光会产生干涉条纹混叠,即自干涉现象。若采用压电陶瓷的方法产生相移,自干涉条纹会对面形测量产生较大的误差。机械移相干涉仪中常用的方法是通过在元件后表面涂抹消光漆或凡士林抑制平行平板后表面的反射,但并不能完全消除自干涉,且操作起来比较麻

收稿日期: 2013-04-19; 收到修改稿日期: 2013-06-03

作者简介: 刘勇(1987—),男,硕士,实习研究员,主要从事光学元件检测方面的研究。E-mail: liuyong-2009@qq.com

\*通信联系人。E-mail: zjuliuxu@gmail.com

本文电子版彩色效果请详见中国光学期刊网 www.opticsjournal.net

烦,也容易对元件造成损伤。

国内外对如何解决这一问题展开了相关研究<sup>[2-9]</sup>。Okada等<sup>[2]</sup>提出利用波长调谐移相法从多表面干涉条纹里提取出不同表面的干涉条纹,Deck<sup>[3-4]</sup>在Okada等的研究基础上进行改进,提出波长调谐的时域傅里叶变换算法,本文将以此为基础展开并进行较为深入的误差分析。徐建程等<sup>[5]</sup>提出了单幅三表面干涉条纹空域傅里叶分析法,只要求单幅三表面干涉条纹就能一次性测得前后表面面形及厚度的变化,但该方法对元件平行度和干涉条纹分布有一定要求,需使不同表面之间的干涉条纹在空间频域上能够分离。

本文阐述了基于波长移相的多表面干涉条纹分析方法的基本原理,仿真分析了取样帧数及干涉光频谱变化对测量误差的影响,并进行了相关实验。

## 2 波长移相干涉测量原理

下面以三表面干涉测量为例,利用波长移相对多表面干涉求解元件面形进行原理推导。三表面干涉示意图如图1所示。 $M_0$ 为标准镜, $M_1$ 、 $M_2$ 分别为元件的前后表面。元件前表面到标准镜的距离为 $L_0$ ,元件厚度分布为 $T$ ,折射率为 $n$ 。由标准镜 $M_0$ 、

元件前后表面 $M_1$ 、 $M_2$ 一次反射的光波复振幅分别记为 $E_0$ 、 $E_1$ 和 $E_2$ 。假定由参考镜 $M_0$ 的反射光是初始相位为0、单位振幅的平面光,则复振幅 $E_0 = 1$ 。在元件面形分布 $S_1$ 、 $S_2$ ( $S_1$ 、 $S_2$ 分别表示前、后表面 $M_1$ 、 $M_2$ 的面形分布)中,将元件向外方向规定为正方向。经前后表面 $M_1$ 、 $M_2$ 一次反射的光振幅分别记为 $a_1$ 和 $a_2$ ,复振幅可分别表示为

$$E_1 = a_1 \exp[i2\pi \cdot 2(L_0 - S_1)/\lambda], \quad (1)$$

$$E_2 = a_2 \exp[i2\pi \cdot 2(L_0 - S_1 + nT + nS_1 + nS_2)/\lambda]. \quad (2)$$

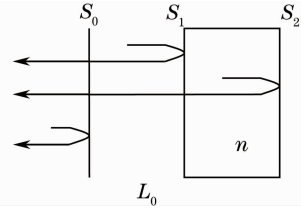


图1 三表面干涉示意图

Fig. 1 Schematic drawing of three-surface interference

在元件反射率较低时,可忽略多次反射光的影响,只考虑一次反射光,则由三表面反射光干涉形成的光强为

$$I = |E_0 + E_1 + E_2|^2 = |1 + a_1 \exp[i2\pi \cdot 2(L_0 - S_1)/\lambda] + a_2 \exp[i2\pi \cdot 2(L_0 - S_1 + nT + nS_1 + nS_2)/\lambda]|^2 = 1 + a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 \cos[4\pi(L_0 - S_1)/\lambda] + 2a_2 \cos[4\pi(L_0 - S_1 + nT + nS_1 + nS_2)/\lambda] + 2a_1 a_2 \cos[4\pi n(T + S_1 + S_2)/\lambda]. \quad (3)$$

基于波长移相的干涉测量中,假设干涉光频率随时间线性变化,初始频率为 $\nu_0$ , $r$ 表示单位时间内频率的改变量,则波长随时间的变化为

$$\lambda(t) = \frac{c}{\nu(t)} = \frac{c}{\nu_0 + rt}. \quad (4)$$

干涉光强随时间变化可表示为

$$I(x, y, t) = 1 + a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 \cos[4\pi(L_0 - S_1)(\nu_0 + rt)/c] + 2a_2 \cos[4\pi(L_0 - S_1 + nT + nS_1 + nS_2)(\nu_0 + rt)/c] + 2a_1 a_2 \cos[4\pi n(T + S_1 + S_2)(\nu_0 + rt)/c] = 1 + a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 \cos(\Phi_1 + 2\pi f_1 t) + 2a_1 a_2 \cos(\Phi_2 + 2\pi f_2 t) + 2a_2 \cos(\Phi_1 + \Phi_2 + 2\pi f_1 t + 2\pi f_2 t), \quad (5)$$

式中 $\Phi_1 = 4\pi(L_0 - S_1)\nu_0/c$ , $f_1 = 2(L_0 - S_1)r/c$ , $\Phi_2 = 4\pi n(T + S_1 + S_2)\nu_0/c$ , $f_2 = 2n(T + S_1 + S_2)r/c$ , $\Phi_1$ 、 $\Phi_2$ 包含了元件前后表面的面形信息。 $f_1$ 、 $f_2$ 是与腔长和厚度有关的量,相比于元件厚度, $S_1$ 、 $S_2$ 的值很小,因此 $f_1/f_2 \approx L_0/(nT)$ 。在实际测量过程中,需根据光学元件厚度与折射率设定合理的干涉腔长与干涉光频率变化范围,使频谱中的各个级次能够明显地分离,以有效求出相位值。为减小多次反射光的影响,一般使 $L_0/(nT) \approx 3$ 或者 $L_0/(nT) \approx$

1/3。

$S_1$ 、 $S_2$ 可以表示为

$$S_1 = -\Phi_1 \lambda_0 / (4\pi) + L_0, \quad (6)$$

$$S_2 = \Phi_2 \lambda_0 / (4n\pi) - S_1 - T, \quad (7)$$

式中 $L_0$ 、 $T$ 可通过去除面形分布的平移量和倾斜量减去, $\lambda_0$ 为初始波长。在求 $S_2$ 时未考虑元件折射率非均匀性的影响。由于波长变化范围很小,一般小于0.1 nm,所以也忽略了折射率随波长的变化。

将干涉光强对时间变量做傅里叶变换,得

$$\begin{aligned}
 A(x, y, f) = & (1 + a_1^2 + a_2^2)\delta(f) + a_1[\delta(f - f_1)\exp(i\Phi_1) + \delta(f + f_1)\exp(-i\Phi_1)] + \\
 & a_1 a_2[\delta(f - f_2)\exp(i\Phi_2) + \delta(f + f_2)\exp(-i\Phi_2)] + \\
 & a_2\{\delta(f - f_1 - f_2)\exp[i(\Phi_1 + \Phi_2)] + \delta(f + f_1 + f_2)\exp[-i(\Phi_1 + \Phi_2)]\}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

从(8)式可知,  $\Phi_1$ 、 $\Phi_2$  包含在频谱中  $f = \pm f_1$  和  $f = \pm f_2$  处的相位值中。相位值经解包后运用(6)、(7)式即可得到元件面形分布。

### 3 仿真与误差分析

下面以三表面为例对波长移相干涉测量进行仿真分析。假设元件厚度为 20 mm, 折射率为 1.5, 前表面到标准镜距离为 90 mm。干涉光频率变化范围为 20 GHz, 相移取样帧数为 60 frame。假设标准镜反射光振幅为 1, 前后表面反射光的振幅分别为 0.8、0.6。设定元件前表面是峰谷值(PV)为  $0.8\lambda$  的抛物面, 后表面是 PV 为  $0.5\lambda$  的马鞍面。元件前表面到前标准镜的距离  $L_0$  与元件厚度引起的光程差  $nT$

之比为  $L_0/(nT) = 3$ 。在上述条件下仿真随波长变化的三表面干涉强度图, 图 2 是仿真的三表面干涉图其中一帧的强度分布。图 3(a)、(b) 分别是干涉图中某一点随时间变化的强度分布与频谱分布。

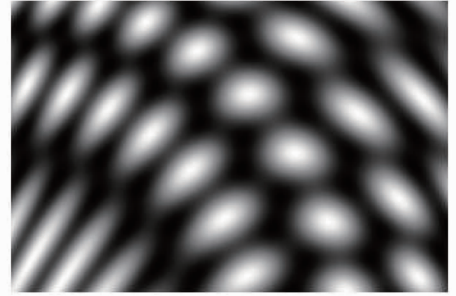


图 2 三表面干涉强度分布

Fig. 2 Intensity distribution of three-surface interference

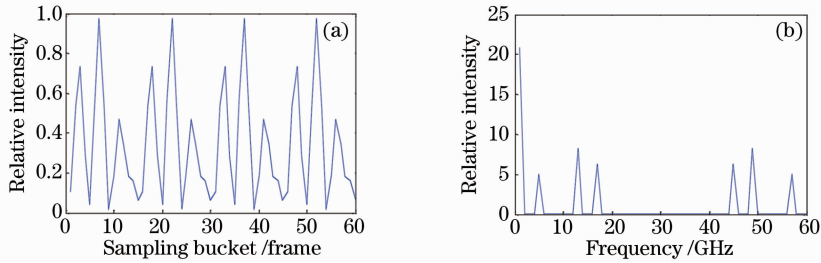


图 3 (a) 干涉强度随时间变化; (b) 干涉强度频谱

Fig. 3 (a) Intensity with time; (b) spectrum of intensity with time

根据第 2 节的三表面干涉测量原理, 对干涉图进行离散傅里叶变换。提取出所需频谱级次的相位分布, 再换算得到待测元件前后表面面形分布, 如图 4 所示。图 5 是求得的面形与原始仿真面形的误差

分布, 可见误差分布与干涉条纹的分布有关。前后表面与原始面形的误差分布的最大值分别为  $2.9 \times 10^{-5}\lambda$  和  $3.9 \times 10^{-5}\lambda$ , 误差分布的方差分别为  $1.7 \times 10^{-5}$  和  $2.1 \times 10^{-5}$ 。

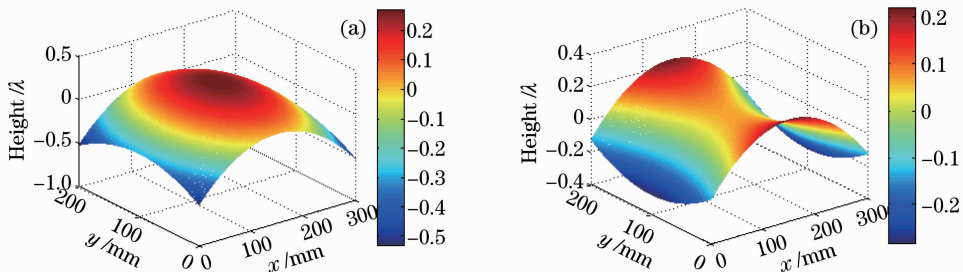


图 4 (a) 前表面面形分布; (b) 后表面面形分布

Fig. 4 (a) Distribution of the front surface; (b) distribution of the back surface

在相同的频谱变化范围情况下, 对不同的取样帧数进行误差分析。在频谱变化范围都为 20 GHz, 取样帧数为 30~80 frame 变化范围内比较了求解出的面形与原始面形误差的最大值和方差分布, 分

别如图 6(a)、(b) 所示。可以看出, 取样帧数越多, 误差分布的最大值与方差越小, 求出的面形精度越高。在取样帧数达到 50 frame 后, 误差值变化趋于平缓。考虑到采样时间和数据运算开销, 在实际测

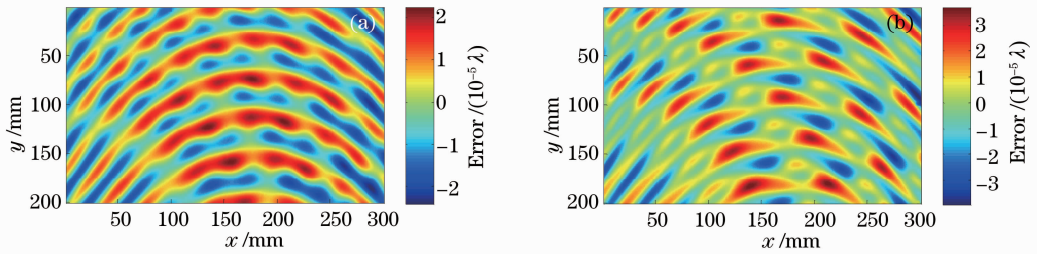


图 5 (a) 前表面面形误差分布; (b) 后表面面形误差分布

Fig. 5 (a) Error distribution of front surface; (b) error distribution of back surface

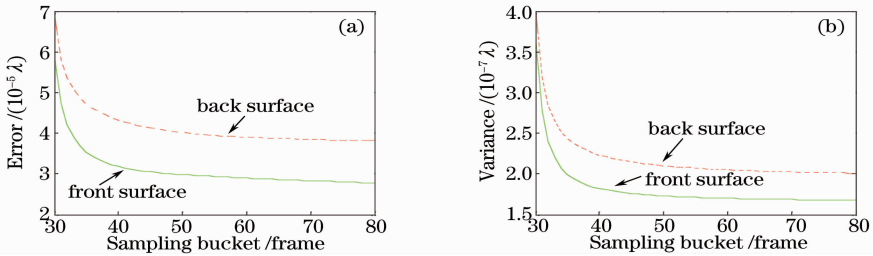


图 6 (a) 误差最大值随取样帧数变化; (b) 方差随取样帧数变化

Fig. 6 (a) Maximum error with sampling bucket; (b) variance with sampling bucket

量中取样帧数一般取为 50 frame 左右。

在相同的取样帧数下,比较误差在频谱范围内的变化。取样帧数都为 60 frame,频谱变化范围为 10~40 GHz,图 7(a)、(b)分别是求解出的面形与原始面形的误差最大值和方差分布。可见频谱变化范围为 5 GHz 的整数倍时,误差最大值和方差值较小;频谱变化范围不是 5 GHz 的整数倍时,误差最大值

和方差值较大。这种现象是由离散傅里叶变换的频谱泄露效应引起的<sup>[10]</sup>。由元件前后表面形成的干涉腔在 5 GHz 频谱变化范围所对应的相位变化范围为  $\Delta\varphi = 4n\pi T\Delta\nu/c = 2\pi$ 。所以实际测量时,要根据元件厚度选择合适的频谱变化范围,以使相位变化接近整数个  $2\pi$ 。

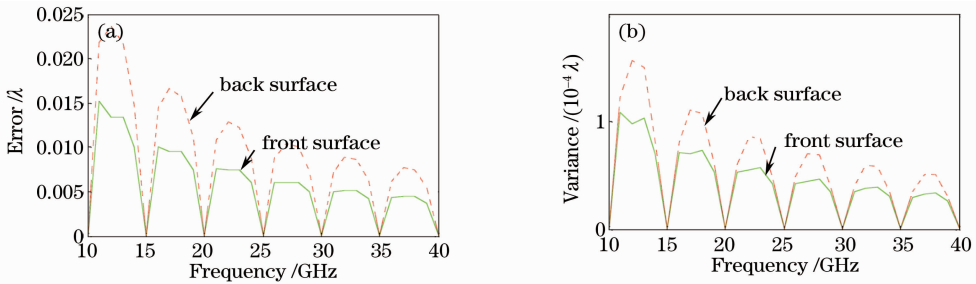


图 7 (a) 误差最大值在频谱范围内的变化; (b) 方差在频谱范围内的分布

Fig. 7 (a) Maximum error distribution in light spectral range; (b) variance distribution in light spectral range

#### 4 实验分析

运用 Zygo 的 Verifire MST 型激光干涉仪多表面干涉测量程序进行实验,该仪器是基于 Fizeau 干涉仪的测量系统,光源采用波长调谐激光器。测量环境的温度为  $23\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 0.5\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,相对湿度为  $41\% \pm 2\%$ 。在该条件下,测量的重复性优于  $\lambda/100$ 。

待测元件厚度为 30.02mm,干涉光的频谱变化范围为 20 GHz。测量共采得 52 frame 相移干涉图,某帧干涉图如图 8 所示。其中一点强度随时间变化

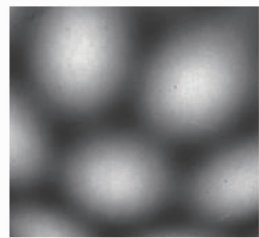


图 8 实验获得的三表面干涉强度分布图  
Fig. 8 Experimental intensity distribution of three-surface interference

与归一化频谱分布分别如图 9(a)、(b) 所示。运用上述原理分析处理相移干涉图,求得前后表面面形分布如图 10 所示,前表面面形峰谷值、均方根值分别为  $0.0875\lambda$ 、 $0.0134\lambda$ ,后表面面形峰谷值、均方根值分别为  $0.1049\lambda$ 、 $0.0176\lambda$ 。使用 Zygo 的

MST 测量程序直接测得前表面面形峰谷值、均方根值分别为  $0.0877\lambda$ 、 $0.0135\lambda$ ,后表面面形峰谷值、均方根值分别为  $0.1045\lambda$ 、 $0.0177\lambda$ ,可见与上述方法处理的结果很一致。

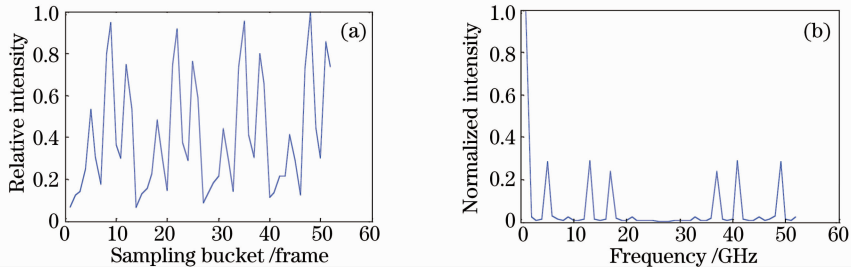


图 9 实验结果。(a) 干涉强度随时间变化;(b) 干涉强度频谱归一化分布

Fig. 9 Experimental results. (a) distribution with time; (b) normalized distribution of spectrum of intensity

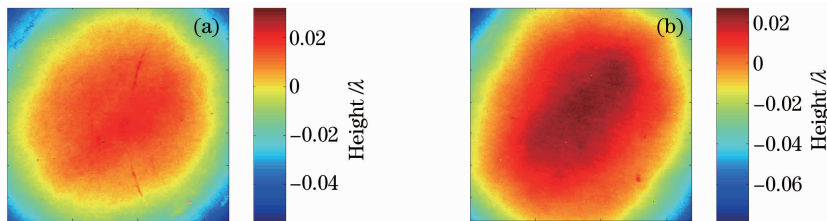


图 10 实验结果。(a) 前表面面形;(b) 后表面面形

Fig. 10 Experimental results. (a) Distribution of the front surface; (b) distribution of the back surface

## 5 结 论

分析了基于波长移相的干涉测量原理,以三表面干涉为例,推导了利用傅里叶变换分析干涉图求解前后表面面形的公式。通过对三表面干涉测量的仿真与误差分析,表明该方法求得的面形误差优于  $10^{-4}\lambda$ 。采用该方法对一实验元件的三表面干涉图进行分析,并与 Zygo 测量结果做比较,两者面形峰谷值与均方根值相对误差均低于 1%。通过比较可知理论与实验结果很一致,说明了该方法的有效性。

### 参 考 文 献

- 1 D Malacara. Optical Shop Testing (Third Edition)[M]. Yang Li, Wu Fan, Transl. Beijing, China Machine Press, 2012.  
D 马拉卡拉. 光学车间检测(第三版)[M]. 杨力, 伍凡, 译. 北京: 机械工业出版社, 2012.
- 2 K Okada, H Sakuta, T Ose, *et al.*. Separate measurements of surface shapes and refractive index inhomogeneity of an optical element using tunable-source phase shifting interferometry[J]. Appl Opt, 1990, 29(22): 3280-3285.
- 3 L L Deck. Multiple surface phase shifting interferometry[C]. SPIE, 2001, 4451: 424-431.
- 4 L L Deck. Fourier-tranform phase-shifting interferometry[J]. Appl Opt, 2003, 42(13): 2354-2365.
- 5 Xu Jiancheng, Shi Qikai, Chai Liqun, *et al.*. Spatial Fourier fringe analysis with single three surface interferogram[J]. Chinese J Lasers, 2006, 33(9): 1260-1264.  
徐建程, 石琦凯, 柴立群, 等. 三表面干涉条纹空域傅里叶分析[J]. 中国激光, 2006, 33(9): 1260-1264.
- 6 Xu Jiancheng, Shi Qikai, Chai Liqun, *et al.*. Multiple-surface interference fringes analysis based on least-squares iteration[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(7): 1307-1312.  
徐建程, 石琦凯, 柴立群, 等. 基于最小二乘迭代的三表面干涉条纹分析[J]. 光学学报, 2008, 28(7): 1307-1312.
- 7 Yu Yingjie, Zhang Benhao, Jiao Yunfang. Algorithms of the phase-shifting interferometer via wavelength tuning[J]. Optics and Precision Engineering, 2003, 11(6): 560-566.  
于瀛洁, 张本好, 焦云芳. 波长移相干涉仪的算法研究[J]. 光学精密工程, 2003, 11(6): 560-566.
- 8 Guo Renhui, Li Jianxin, Zhu Rihong, *et al.*. Research on the randomly phase shifting algorithm with wavelength tuning[J]. Chinese J Lasers, 2012, 39(5): 0508002.  
郭仁慧, 李建欣, 朱日宏, 等. 波长调谐随机移相算法的研究[J]. 中国激光, 2012, 39(5): 0508002.
- 9 Yuan Qun, Gao Zhishan, Li Jianxin, *et al.*. Phase extraction algorithms of multi-beam interference based on  $\pi/4$  phase-shifting averaging[J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(11): 1112004.  
袁群, 高志山, 李建欣, 等. 基于  $\pi/4$  相移平均的多光束干涉相位提取算法[J]. 光学学报, 2011, 31(11): 1112004.
- 10 J Harris. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform[J]. Proceeding of the IEEE, 1978, 66(1): 51-83.