

# 电磁波在一维多层结构中的传输特性分析

刘名扬 董云霞

(装甲兵工程学院基础部, 北京 100072)

**摘要** 近年来,有两种人工材料,即光子晶体和左手材料在电磁波传输方面发挥着重要作用。光子晶体是周期性结构排列的介电结构,存在波的能带结构,在光学器件方面有着许多重要的应用。新型人工左手材料同时呈现负介电常数和负磁导率,有着许多与传统介质不同的反常电磁波特性,具有广泛的应用前景。采用传递矩阵的方法研究了由正折射率材料和负折射率材料交替排列组成的一维光子晶体结构的透射谱,并对其能带结构和色散关系进行分析。这种正负折射率光子晶体不仅存在一般的布拉格禁带,还存在低频共振禁带。在这种系统中存在非局域化态,同时由于低频禁带的存在,使得这种结构有更小的局域化长度,更适合观察局域化现象。

**关键词** 材料; 光子晶体; 左手材料; 带隙; 局域化

**中图分类号** O431; O482.3 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/CJL201340.1006002

## Analysis on Transmission Properties of Electromagnetic Wave in One-Dimensional Multilayer Structure

Liu Mingyang Dong Yunxia

(Department of Fundamental Courses, Academy of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China)

**Abstract** Recently two kinds of artificial structures, namely photonic crystal and left-handed material, have potential applications in the control of light. One of the artificial structures is photonic crystal which has periodic structure array of dielectric material. The photonic crystal shows band gap structure for the wave and it can be used as potential optical devices. Another structure is the left-handed material. The left-handed materials with simultaneous negative permittivity and negative permeability possess a number of unusual electromagnetic effects. Transfer matrix method is used to analyze the transmission spectra of one-dimensional photonic crystals with negative refractive index material and positive refractive index material alternant structure. The band gaps and dispersive relation of one-dimensional photonic crystals are analyzed. The general Bragg gaps and the resonant gap of low frequency exist in the photonic crystal. Not only the nonlocalized modes are found in such a disordered system, but also the localization states with short localization length can be easily realized due to the existence of the low frequency resonant gap.

**Key words** materials; photonic crystal; left-handed material; band gap; localization

**OCIS codes** 160.5298; 160.4670; 160.4760; 160.3918

## 1 引言

左手材料是介电常数与磁导率同时为负值的电磁材料,因其中传播的电磁波的电场矢量、磁场矢量以及波矢方向满足左手定则而得名。左手材料概念最初由 Veselago<sup>[1]</sup>于 1968 年提出,它具有反常折射的负折射率效应、逆多普勒效应、逆切连科夫辐射、光束再聚焦和完美透镜等奇异物理现象。因为自然界不存在这种物质,故在其理论提出之后研究进展缓慢。直到 20 世纪 90 年代,随着人工周期性材料

研究的不断进步,左手材料再次成为关注的热点。Pendry 等提出用周期性排列的金属条和开口谐振环可以在微波波段产生等效负介电常数和负磁导率。Smith 等<sup>[2-3]</sup>利用合成的具有负折射率的左手材料,观察到微波束在这种左手材料和空气的分界面上出现了负折射现象,实验验证了负折射率现象的存在。左手效应及其材料的研究正在深入进行<sup>[4-5]</sup>。

光子晶体是由两种或者两种以上折射率不同的

收稿日期: 2013-04-07; 收到修改稿日期: 2013-04-23

基金项目: 总装基础科学创新项目(2012ZB027)

作者简介: 刘名扬(1977—),男,博士,副教授,主要从事光学材料方面的研究。E-mail: lmy771204@126.com

材料周期性排列组成的人工晶体,具有调制材料中电磁波传播模式的能力,存在着类似于半导体禁带的频率特性,也就是一定频率范围内的电磁波无法在光子晶体中传播,形成电磁带隙的现象。自2000年,Notomi提出光子晶体的负折射现象,国内外的许多科研工作者对光子晶体的负折射现象在理论和实验方面都进行了广泛而深入的研究<sup>[6-15]</sup>。一维无序光子晶体的传输特性研究表明,在带隙中存在两种局域化态。在弱无序情况下,带隙中的局域化态不满足单参量标度理论,这来源于残留衰逝波的存在,这种局域化态的空间尺寸小于正常型局域化态。而在完全无序情况下,带隙中的所有态都属于正常型局域化态,满足单参量标度理论。以前的研究一般限于无序的常规的介电材料或者金属材料,近来人工构造的具有负折射率的左手材料引起了人们的兴趣。那么,在含左手材料的一维结构中引入无序,是否会出现一些不同于仅含右手材料的结构中波的传播特征是一个值得研究的问题。

本文采用传递矩阵的方法研究了由正折射率材料和负折射率材料交替排列组成的一维光子晶体结构的透射谱,并对其能带结构和色散关系进行分析,得到了电磁波在一维无序多层结构中的传播统计特性。

## 2 理 论

### 2.1 电磁波在多层结构中的传递矩阵方法及带结构的传播受麦克斯韦方程组的约束,给定光子

晶体结构后,利用边界条件求解麦克斯韦方程组得到波的传播特征。电磁波在光子晶体中传播的计算方法有多种,如平面波展开法、传递矩阵法、多种散射理论、时域有限差分法等。对于一维光子晶体的研究,传递矩阵法计算量相对较小,精确度好,可以用来研究存在吸收且介电常数随频率变化的色散材料,还可以方便地计算反射系数和透射系数,在研究中得到广泛应用。在本文中,对电磁波的计算主要利用了传递矩阵法。

电磁波在介电结构中的传播可以由麦克斯韦方程组来描述,对于定态,利用本构关系和麦克斯韦方程组可以得到电磁波的亥姆霍兹方程。在各种介电结构中,亥姆霍兹方程再加上电场和磁场在边界上的连续性条件可以确定电磁波在结构中的传播和分布情况。对如图1所示沿 $z$ 轴方向传播的TM模式的电磁波有

$$\frac{\partial^2 E(z)}{\partial z^2} + k_n^2 E(z) = 0, \quad (1)$$

式中  $k_n = \sqrt{\epsilon_n} \sqrt{\mu_n} \omega / c, z \in [z_{n-1}, z_n], n \in [0, N + 1]$ 。上述方程在第 $n$ 层介质中的形式解为

$$E_n(z) = A_n \exp[ik_n(z - z_{n-1})] + B_n \exp[-ik_n(z - z_{n-1})], \quad (2)$$

利用边界条件可以得到各层之间电场幅度的关系为

$$\begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} = t^{(n)} \begin{pmatrix} A_{n-1} \\ B_{n-1} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

这里  $t^{(n)}$  是第 $n$ 层的传递矩阵,

$$t^{(n)} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \left(1 + \frac{k_{n-1}\mu_n}{k_n\mu_{n-1}}\right) \exp(ik_{n-1}d_{n-1}) & \left(1 - \frac{k_{n-1}\mu_n}{k_n\mu_{n-1}}\right) \exp(-ik_{n-1}d_{n-1}) \\ \left(1 - \frac{k_{n-1}\mu_n}{k_n\mu_{n-1}}\right) \exp(ik_{n-1}d_{n-1}) & \left(1 + \frac{k_{n-1}\mu_n}{k_n\mu_{n-1}}\right) \exp(-ik_{n-1}d_{n-1}) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

式中  $d_n$  和  $\mu_n$  是第 $n$ 层的厚度和磁导率。在多层结构最右侧的电场幅度和最左侧电场幅度的关系为

$$\begin{pmatrix} A_{N+1} \\ B_{N+1} \end{pmatrix} = t^{(N+1)} t^{(N)} \dots t^{(2)} t^{(1)} \begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} \\ \tau_{21} & \tau_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

若电场从结构左侧入射,设幅度为1,  $A_0 = 1, B_{N+1} = 0$ , 反射  $B_0 = r$ , 透射  $A_{N+1} = t$ , 则

$$\begin{cases} r = \frac{-\tau_{21}}{\tau_{22}} \\ t = \frac{\tau_{11}\tau_{22} - \tau_{21}\tau_{12}}{\tau_{22}} \end{cases}. \quad (6)$$

电磁波在周期结构中运动与电子处于晶格中运动相类似。利用弗罗开定理,电磁波在由折射率为

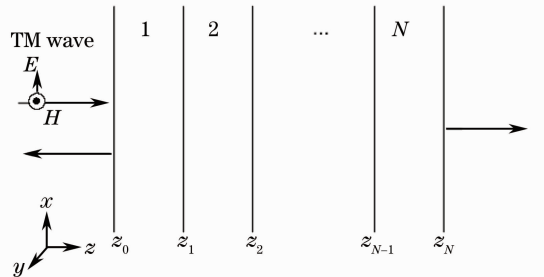


图1 一维多层介质中电磁波传播示意图

Fig. 1 Propagation diagram of electromagnetic waves in one-dimensional multilayer dielectrics

$n_1, n_2$  的介质以厚度  $d_1, d_2$  交替排列的周期结构中形式为

$$E_K(z) = E_K(z) \exp(iKz), \quad (7)$$

式是  $K$  为布洛赫波数。利用周期性边界条件和传递矩阵[(4)式]有

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix} = \exp(-iK\Lambda) \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}, \quad (8)$$

这里矩阵代表一个周期性结构传递矩阵。

相因子  $\exp^{-iK\Lambda}$  通过下式来确定：

$$\exp(-iK\Lambda) = \frac{1}{2}(A+D) \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2}(A+D)\right]^2 - 1}. \quad (9)$$

将传递矩阵的具体形式代入可以得到色散关系为

$$\cos(K\Lambda) = \cos \frac{n_1 \omega d_1}{c} \cos \frac{n_2 \omega d_2}{c} - \frac{n_1^2 + n_2^2}{2n_1 n_2} \sin \frac{n_1 \omega d_1}{c} \sin \frac{n_2 \omega d_2}{c}. \quad (10)$$

由此可以得到任意结构的光子晶体的能带结构。

## 2.2 无序结构的电磁波的统计特性表示

在一个有限厚度的无序结构中,局域化长度为

$$\xi = \frac{2(L_2 - L_1)}{\langle \ln T_1 \rangle - \langle \ln T_2 \rangle}, \quad (11)$$

式中  $L_1, L_2$  对应不同无序样品的厚度。 $T_1, T_2$  是相应的透射率。 $\langle \ln T_j \rangle (j=1,2)$  是厚度为  $L_j$  的无序系统透射率对数的系统平均结果。透射率

$$T = |t(L)|^2, \quad (12)$$

式中  $t(L)$  可以通过(6)式来得到。利用传递矩阵方法,就可以计算波通过以上无序系统的统计特征。波在无序系统的局域化情况可以通过利亚诺普夫指数(LE) $\gamma$  及其方差  $V(\gamma)$  来表征:

$$\gamma = \lim_{N \rightarrow \infty} \langle \gamma_N \rangle, \quad (13)$$

$$\gamma_N = \frac{1}{2N} \ln \left( \frac{1}{T_N} \right), \quad (14)$$

$$V(\gamma) = \lim_{N \rightarrow \infty} (\langle \gamma_N^2 \rangle - \langle \gamma_N \rangle^2). \quad (15)$$

## 3 结果与分析

### 3.1 电磁波在一维光子晶体中的带结构与透射情况

考虑由空气( $\epsilon=\mu=1$ )和左手材料周期性交替排列的光子晶体,左手材料的介电常数和磁导率为

$$\epsilon(f) = 1 + \frac{5^2}{0.9^2 - f^2} + \frac{10^2}{11.5^2 - f^2}, \quad (16)$$

$$\mu(f) = 1 + \frac{3^2}{0.902^2 - f^2}, \quad (17)$$

式中  $f$  为频率,单位为千兆赫。左手材料介电常数

和磁导率随频率的关系如图 2(a)所示。空气和左手材料的厚度均为 10 mm,图 2(b)给出了这种结构的带结构。在这里取 25 个周期性结构,即总层数  $N=50$ ,图 2(c)给出了相应的透射率。由图可见,带结构和透射率对应得非常好,在带结构带隙的地方,对应的透射率几乎为 0。在频率 1~10 GHz 之间,有两个带隙存在,第一个禁带对应于平均折射率为 0 引起的低频共振禁带,而第二个对应于一般的布拉格禁带。由正折射率材料和负折射率材料交替排列的一维结构中存在由于折射率平均为 0 而导致的反常带隙。这是由于在负折射率材料中光程为负,与传统材料中正的光程相抵消,总光程趋向于零,同时在界面的多重散射作用下,在低频区域产生了一个带隙。这里也给出了仅含有空气和右手材料的光子晶体的结果,也就是说用右手材料(例如取  $\epsilon=4.0, \mu=1$ )取代了之前结构中的左手材料。这种结构的带结构和透射率分别在图 3(a)和(b)中给出,这种结构仅存在布拉格禁带。

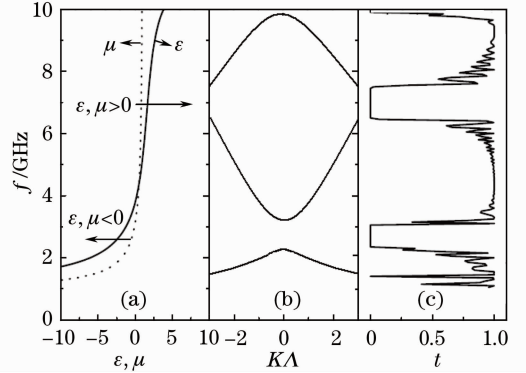


图 2 (a) 负折射率材料的有效介电常数  $\epsilon$  和有效磁导率  $\mu$ ; (b) 由空气和负折射率材料周期交替排列的光子晶体的色散关系; (c) 25 个周期结构(总层数  $N=50$ )的透射率,与(b)的带结构相对应

Fig. 2 (a) Effective  $\epsilon$  and  $\mu$  of the negative refractive index material; (b) dispersion relationship of a photonic crystal with air and negative-index material alternant structure; (c) transmittance through 25 unit cells (50 layers), corresponding to the band structure in (b)

### 3.2 无序结构中电磁波的局域化

近几十年来,人们对光子局域化进行了大量研究<sup>[16-18]</sup>,主要方向有无序光子晶体的光子安德森局域化、弱光子局域化和相干背散射等。无序系统的光子态可分两类:一类称为局域态或定域态,一类称为扩展态或非局域化态。扩展态遍及整个材料之中,而局域态局限在某一区域之内,随着与中心距离

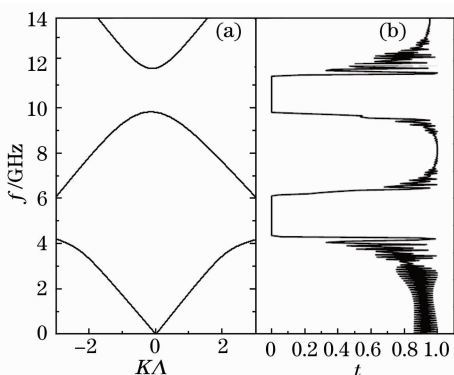


图 3 (a) 由空气和右手材料( $\epsilon=4.0$ )周期交替排列的光子晶体的色散关系; (b) 25 个周期结构(总层数  $N=50$ )的透射率,与(a)的带结构相对应

Fig. 3 (a) Dispersion relationship of a photonic crystal with alternant structure of air and right-handed material with  $\epsilon=4.0$ ; (b) transmittance through 25 unit cells (50 layers), corresponding to the band structure in (a)

的增大而指数衰减。一个光学体系的主要特征是其对光波的反射和透射特性,其中最基本的特征就是其透射特性,反射特性基本上就是透射特性的反映。光透射过程即是光输运过程,对于无序体系,在弱散射和忽略吸收情况下,光脉冲受到多次弹性散射的平均自由程  $l$ ,它相当于经典离子的行走,对于厚度为  $L$  的平板型介质样品,光的透射率为  $T(L) \approx$

$1/L$ 。如果散射比较强,在能量输运过程中波的干涉起重要作用,扩散系数开始依赖于整个样品的宏观相干性质,即类似于电子局域化的标度理论,透射率则与  $L^2$  成反比。对于真正意义的强局域化样品,有  $T(L) \approx \exp(-L/\xi)$ 。这里  $\xi$  是局域化长度,在该尺度内透射率指数式衰减。因而几乎所有的透射实验中都要测量光子的透射率  $T$  随样品厚度  $L$  的变化关系,检查  $T$  与  $1/L$  的线性情况以估算光子局域化的出现。总之,测量透射率随样品厚度变化的关系是观测光子局域化的有效方法。

无序系统可以通过对周期结构的光子晶体进行无序化得到。在这里选取厚度无序,即每个周期结构中,  $d_{2i-1} = d_0(1 + \delta)$ ,  $d_{2i} = d_0(1 - \delta)$  ( $i = 1, \dots, N/2$ )。其中  $\delta$  表征无序程度,取  $\delta \in (-1, 1)$ ,也就是意味着系统完全无序化。这样每个周期性结构的厚度保持一定,但是空气和左手材料或右手材料的厚度取  $(0, 2d_0)$  之间的随机数。首先根据传递矩阵来计算波通过以上无序构型的透射率的平均值。图 4 给出了每个频率在 1000 个无序构型下的平均值  $\langle T \rangle$ ,图 4(a)和(b)分布对应仅含右手材料和左手材料的系统。其中,实线对应于总层数  $N=50$ (样品总厚度  $L=0.5$  m),点线对应于  $N=100$ (样品总厚度  $L=1.0$  m)。

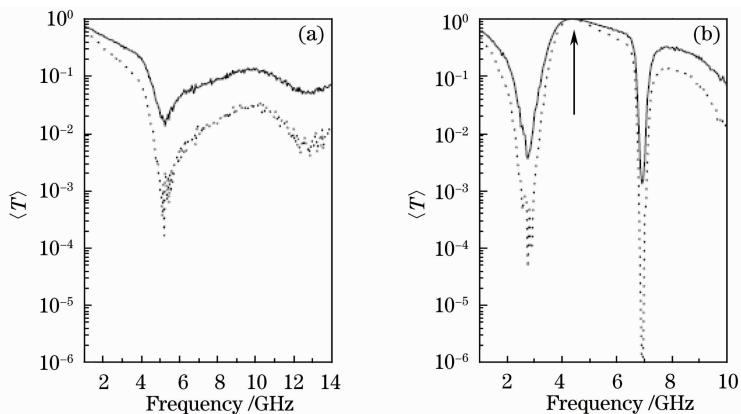


图 4 透射率  $\langle T \rangle$  在 1000 个完全无序的构型下的平均值。(a) 仅含右手材料的系统; (b) 含左手材料的系统。

实线对应于总层数  $N=50$ ,点线对应于  $N=100$

Fig. 4 Average transmittance  $\langle T \rangle$  through 1000 complete random photonic crystals with (a) the right-handed materials only and (b) the left-handed materials. solid line and dotted line correspond to the system with 50 and 100 layers, respectively

对于仅含右手材料的系统,随着样品厚度的增加,平均透射率总是降低的,尽管对于不同频率,降低程度不同。这意味着不同频率的波的局域化长度不同,随着样品尺度增加,局域化总是可以实现的。

然而在含左手材料系统中,情形有所不同。发现了一个高的传递峰,无序样品厚度增加不改变其透射率。这个峰对应的频率为 4.35 GHz,在图 4 中用箭头标明了其位置,对应的透射率几乎为 1,也就是说

这个频率的波在无序结构中没有局域化,即使增加样品厚度也无法实现。这样一个非局域化模式起源于波在多层右手材料和左手材料结构界面的零反射。对于单层左手材料(厚度为  $d$ )处于介电材料中,波的反射率可以写作

$$R = \frac{2i[k^2 - (\mu k_0)^2] \sin(kd)}{(\mu k_0 + k)^2 \exp(-ikd) - (\mu k_0 - k)^2 \exp(ikd)}, \quad (18)$$

式中  $\mu, k$  是左手材料的磁导率和波矢,  $k_0$  是右手材料的波矢。由于左手材料存在色散关系,即  $\mu, k$  依赖于频率,总可以找到这样的频率,使得  $k^2 - (\mu k_0)^2 = 0 (R = 0, T = 0)$  成立,而在频率等于 4.35 GHz 的高传递就对应这种情况。

在含左手材料的无序系统中,除了存在非局域化态,波的局域化情况也有别于仅含右手材料的系统。首先,由于存在低频禁带,使得局域化——强安德森局域化更容易实现。在图 5 中给出了局域化长度和频率的关系,其中点线对应于仅含右手材料系统。可见,含左手材料的无序结构存在较小的局域化长度,也就是说强局域化在含左手材料的系统中更容易实现,起因是低频共振禁带不敏感于无序。

### 3.3 无序结构中的电磁波利亚诺普夫指数及其方差

更进一步,波的无序统计特性在含左手材料的系统中也不同于仅含右手材料的系统。平均利亚诺

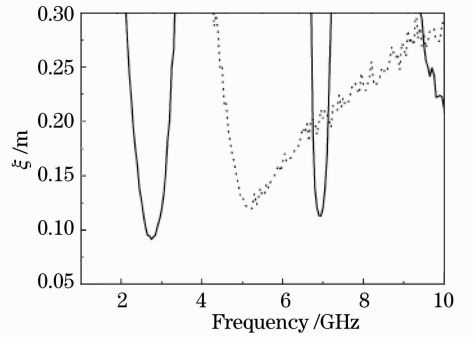


图 5 局域化长度与频率的关系图。实线对应于含左手材料的系统;点线对应于仅含右手材料的系统  
Fig. 5 Localization length as a function of frequency. Solid line and dotted line correspond to the complete random systems with the left-handed materials and the right-handed materials respectively

普夫指数及其方差在图 6 中给出,结果是在 1000 个无序构型下的平均值。图 6(a)和(b)分别对应于仅含右手材料的无序系统的结果和含左手材料的无序系统的结果。由图可见,仅含右手材料的无序结构的利亚诺普夫指数及其方差的变化是一致的,也就是满足单参数标度理论。然而在含左手材料的系统中,两个禁带处的方差存在一个凹陷,这说明在周期厚度不变,但任意层厚度完全无序情况下,在含左手材料的系统中,无序特征不满足单参数标度理论。

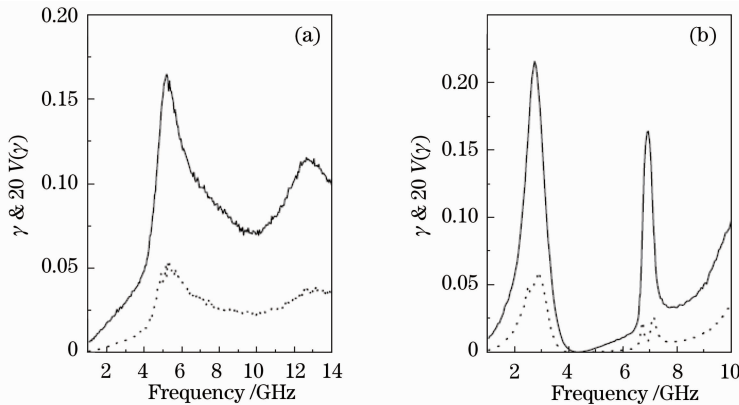


图 6 在每层厚度一定的情况下,利亚诺普夫指数(实线)与其方差(点线)和频率的关系图。(a) 仅含右手材料的系统;  
(b) 含左手材料的系统

Fig. 6 In condition of certain layer thickness, Lyapunov exponent (solid lines) and its variance (dashed lines) as functions of frequency for the cases with (a) the right-handed materials and (b) the left-handed materials

然而如果每层的厚度都取无序值,如  $d_n = d_0(1 + \delta), n \in (1, N), \delta \in (-1, 1)$ , 此时情况有别于之前的无序系统(每个周期结构的厚度保持一定),而这里每个周期结构的厚度也是无序的。在图 7 给出了这种无序情况下的结果。由图可以看出,

完全的无序使得第二个禁带满足单参数标度理论,而第一个禁带处仍然违背。这说明,平均折射率为 0 引起的低频共振禁带不同于布拉格禁带,有着完全不同的无序统计特征。

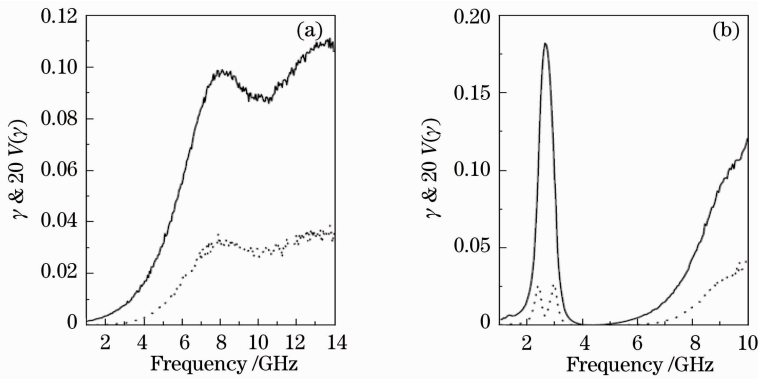


图 7 在厚度无序的情况下, 利亚诺普夫指数(实线)与其方差(点线)和频率的关系图。(a) 仅含右手材料的系统; (b) 含左手材料的系统

Fig. 7 In condition of disorder thickness, Lyapunov exponent (solid lines) and its variance (dashed lines) as functions of frequency for the cases with (a) the right-handed materials and (b) the left-handed materials

在左手材料的介电常数上增加一个虚部来表示含吸收的情况。图 8 给出了利亚诺普夫指数和其方差在左手材料介电常数为  $\epsilon = \epsilon_R + i\epsilon_I$  情况下的结果。 $\epsilon_R$  取(16)式中的形式, 虚部  $\epsilon_I = 0.05$ 。由图可见吸收并没有改变曲线的主要特征, 也就说明结果在实际系统中是成立的。

在完全无序情况下处于带隙处的频率的电磁波不满足单参数标度理论。由于左手材料一般总是存在吸收, 对含吸收的情况也进行了计算和分析讨论, 发现吸收并不改变无序特征。这些结论对左手材料和二维、三维光子局域化的研究具有一定的理论指导意义。

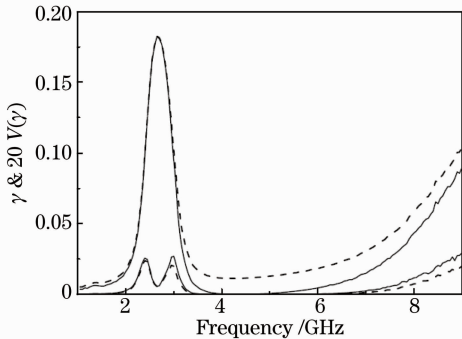


图 8 利亚诺普夫指数与其方差和频率的关系图, 对应于含左手材料的系统没有吸收(实线)和有吸收(虚线)的情况

Fig. 8 Lyapunov exponent and its variance as functions of frequency for the case with the left-handed materials. Solid lines and dotted lines correspond to the cases with and without absorption

## 4 结 论

通过传递矩阵的方法分析了电磁波在一维无序多层结构中的传播统计特性, 得到了以下结论: 1) 左手材料一维多层结构中不仅存在一般的布拉格禁带, 还存在由平均折射率为 0 引起的低频共振禁带。2) 在含左手材料的无序结构中存在非局域化态。由于低频禁带存在, 含左手材料的无序系统容易获得更小的局域化长度。3) 对含左手材料的无序系统,

## 参 考 文 献

- 1 V G Veselago. Electrodynamics of substances with smultaneously negative electrical and magnetic permeabilities [J]. Soy Phys Usp, 1968, 10(4): 509-514.
- 2 D R Smith, W J Padilla, D C Vier, *et al.*. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity [J]. Phys Rev Lett, 2000, 84(18): 4184-4187.
- 3 R A Shelby, D R Smith, C Schultz. Experimental verification of a negative index of refraction [J]. Science, 2001, 292(5514): 77-79.
- 4 Shen Lufa, Jiang Liping, Wang Zihua. Propagation properties of guided modes in an optical fiber with anisotropy metamaterials [J]. Chinese J Lasers, 2011, 38(9): 0905007. 沈陆发, 江丽萍, 王子华. 各向异性左手材料光纤的传输特性 [J]. 中国激光, 2011, 38(9): 0905007.
- 5 Liang Lanju, Yan Xin, Yao Jianquan, *et al.*. Two-dimensional left-handed material based on parallel metallic double rods in terahertz wave [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(3): 0316001. 梁兰菊, 闫 昕, 姚建铨, 等. 基于平行金属双柱的太赫兹波二维左手材料 [J]. 光学学报, 2012, 32(3): 0316001.
- 6 Tong Kai, Cui Weiwei, Xu Xiaohui, *et al.*. Analysis on characteristics of 1-D apodized and chirped photonic crystals containing negative refractive materials [J]. Optoelectron Lett, 2008, 4(6): 0440-0442.
- 7 Xu Weikai, Liu Shutian, Dong Yangzhang. Design of structural left-handed material based on topology optimization [J]. J Wuhan University of Technology-Mater, 2010, 25(2): 282-286.
- 8 Wei Zhong, Xiangdong Zhang. Localized modes in defect-free two-dimensional circular photonic crystals [J]. Phys Rev A, 2010, 81(1): 013805.
- 9 Shaozhi Wei, Yunxia Dong, Haibo Wang, *et al.*. Enhancement of correlated photon-pair generation from a positive-negative index material heterostructure [J]. Phys Rev A, 2010, 81(5): 053830.
- 10 Xiangdong Zhang, Zhengyou Liu. Extremal transmission and

- beating effect of acoustic waves in two-dimensional sonic crystals [J]. *Phys Rev Lett*, 2008, 101(26): 264303.
- 11 Chen Pei, Kong Fanmin, Li Kang, *et al.*. Condition and property of negative refraction phenomenon in two-dimension photonic crystal[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, 37(4): 721-724.  
陈沛, 孔凡敏, 李康, 等. 二维光子晶体负折射现象条件及特性研究[J]. *光子学报*, 2008, 37(4): 721-724.
- 12 Zhu Shizhong. Cantor multilayers made of materials with negative refractive index[J]. *Bulletin of the Chinese Ceramic Society*, 2009, 28(4): 723-726.  
朱世忠. 含左手材料的康托多层结构[J]. *硅酸盐通报*, 2009, 28(4): 723-726.
- 13 Sun Jian, Zheng Yi, Ding Chunfeng, *et al.*. Zero averaged refractive index gaps extension by using photonic heterostructures containing left materials[J]. *Acta Photonica Sinica*. 2009, 38(7): 1702-1706.  
孙健, 郑义, 丁春峰, 等. 含左手材料异质结构光子晶体的零平均折射率带隙的展宽[J]. *光子学报*, 2009, 38(7): 1702-1706.
- 14 Liu Liangyuan, Deng Xiaopeng. Band gap characteristics of photonic crystal with compressed hexagonal lattice [A(BC)]<sup>m</sup> structures[J]. *Laser and Infrared*, 2011, 41(2): 212-215.  
刘亮元, 邓晓鹏. 压缩六角格子[A(BC)]<sup>m</sup>结构光子晶体禁带特性[J]. *激光与红外*, 2011, 41(2): 212-215.
- 15 Ba Nuo, Wu Xiangyao, Wang Jing, *et al.*. Light transmission properties of one-dimensional function photonic crystals [J]. *Chinese J Lasers*, 2012, 39(6): 0606001.  
巴诺, 吴向尧, 王婧, 等. 一维函数型光子晶体的光学传输特性[J]. *中国激光*, 2012, 39(6): 0606001.
- 16 S John. Strong localization of photons in certain disordered dielectric supper lattices[J]. *Phys Rev Lett*, 1987, 58(23): 2486-2489.
- 17 Liu Yanyun, Hou Lantian, Li Qiuju, *et al.*. Measurement of photon localization in micro-structure optical fibers using coherent back scattering[J]. *Chinese J Lasers*, 2006, 33(3): 343-346.  
刘艳云, 侯蓝田, 李秋菊, 等. 相干背散射法测量微结构光纤中的光子局域化[J]. *中国激光*, 2006, 33(3): 343-346.
- 18 Xu Xingsheng, Chen Hongda, Zhang Daozhong. Photon localization in amorphous photonic crystal [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, 55(12): 6430-6434.  
许兴胜, 陈弘达, 张道中. 非晶光子晶体中的光子局域化[J]. *物理学报*, 2006, 55(12): 6430-6434.

栏目编辑: 韩峰